UNIVERSITE RENE DESCARTES - PARIS V
Centre Universitaire des Saints-Pères
UFR BIOMEDICALE

Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de Docteur de l'Université RENE DESCARTES - PARIS V

Discipline : Sciences de la Vie et de la Matière

Spécialité : Histoire des Mathématiques

Par Madame Anne-Marie DECAILLOT-LAULAGNET

Sujet de la thèse :

Edouard Lucas (1842-1891) : le parcours original d'un scientifique français dans la deuxième moitié du XIXe siècle

Soutenue le 17 décembre 1999

Sommaire

NB. Les biographies des personnalités dont le nom est suivi d'une astérisque * sont regroupées dans le chapitre "Notices biographiques".

Édouard Lucas (1842-1891) :
le parcours original d'un scientifique français
dans la deuxième moitié du XIXe siècle

On a considéré longtemps qu'entre 1860 et 1880 les mathématiciens français constituaient une génération moins féconde que les précédentes. Cette appréciation mérite d'être réexaminée à la lumière de recherches historiques nouvelles.
Des scientifiques de grande qualité sont alors en activité : si Joseph Bertrand ne produit guère, les noms de Joseph Liouville ou Charles Hermite font autorité. La réputation hors de France de ces chercheurs ne fait aucun doute. Il serait utile d'analyser de plus près la qualité de leur environnement en France. Ces savants constituent-ils une élite isolée ou sont-ils entourés de personnalités scientifiques dont l'importance doit faire l'objet d'une attention renouvelée ? Ainsi les travaux de Charles Briot, Jean-Claude Bouquet, Edmond Laguerre ou Émile Mathieu méritent-ils sans doute mieux que l'oubli. L'École Polytechnique vit alors repliée sur elle-même mais des mathématiciens talentueux comme Camille Jordan ou Georges Halphen sortent de ses rangs. Les travaux de Jordan vont inspirer à Henri Poincaré l'*Analysis situs* et ses recherches sur la théorie des groupes font autorité à partir des années 1870, époque où Sophus Lie et Felix Klein viennent étudier à Paris.

Cependant l'Allemagne connaît dès avant les années 1860 une vie scientifique riche, décentralisée. Les divers pôles régionaux, les grandes écoles, les universités attirent nombre d'étudiants et suscitent un mouvement d'échange scientifique, fondé sur des critères de recherche, que le système français ignore.

Vers 1860 des réformes paraissent indispensables à certains intellectuels français, parmi lesquels le chimiste Adolphe Wurtz et Louis Pasteur. Leurs préoccupations rejoignent un mouvement venant des profondeurs de la société civile. Les révolutions industrielles successives s'appuient sur des applications scientifiques innovantes, et le rôle nouveau de la science est commenté, magnifié par le mouvement pour l'*avancement des sciences,* où l'Angleterre devance largement la France.
Le Second Empire engage quelques réformes timides ; le ministre Victor Duruy crée en 1868 l'École Pratique des Hautes Études, sur le modèle d'un centre de recherche allemand. Mais les universités françaises, hormis la Sorbonne, demeurent désespérément vides d'étudiants. Cependant la science attire en France nombre d'amateurs, qui manifestent un goût réel pour les activités scientifiques et une envie de s'y investir.

Louis Pasteur tente de constituer, autour d'un noyau d'élèves de l'École Normale Supérieure, un corps renouvelé de savants. C'est le début d'une politique de la science où les critères de recherche deviendront décisifs et où les universités seront appelées à jouer un rôle.
Dans la constitution de cette nouvelle élite, Gaston Darboux joue un rôle spécifique. Il est l'élève "distingué" de l'École Normale, distinction naturelle à coup sûr, mais distinction aussi par le choix de Pasteur et de Bertrand, qui assurent sa carrière.
A l'Observatoire de Paris, Urbain Le Verrier est un facteur d'avancement pendant une période, puis de frein à la recherche astronomique. Il devient alors nécessaire de le "dégommer", selon le joli mot de Darboux, sa fin précédant de peu celle de l'Empire.

Après la défaite française de 1870, considérations nationalistes et arguments scientifiques s'appuyent mutuellement pour préconiser des réformes.
Le mouvement pour l'avancement des sciences fourbit ses arguments positifs (et positivistes). Le discours scientifique fait référence de plus belle à la notion de "retard" à rattraper, de revanche à prendre sur l'Allemagne. Retard objectif, cela demeure un sujet d'étude ; retard, eu égard à la poussée qui s'exerce en faveur de l'avancement des sciences dont il est le reflet négatif, c'est certain ; retard, argument de longue portée politique enfin, puisqu'il vient étayer bien des réformes entreprises sous la Troisième République.
L'après-guerre est propice à la promotion de la science. L'Association Française pour l'Avancement des Sciences, lancée avec éclat en 1872 par un groupe de scientifiques de renom (parmi lesquels Claude Bernard, Marcelin Berthelot, Louis Pasteur, Bréau de Quatrefages et Adolphe Wurtz), se développe pendant la phase ascendante de la Troisième République et s'essoufflera avec elle.

La volonté politique de développer la science est manifeste sous le gouvernement républicain. La création à Sèvres de l'École Normale de jeunes filles par Jules Ferry, la rénovation de la Sorbonne par le doyen Darboux, l'autonomie accordée aux universités provinciales constitutive de leur développement, l'accroissement du nombre des étudiants et l'élévation de la qualité des études portent leurs fruits dans le domaine des mathématiques en particulier. Une nouvelle génération de mathématiciens au rayonnement international apparaîtra vers la fin du siècle.

Dans cette période de mutation et de poussée militante en faveur des sciences, nous avons choisi d'examiner la vie et l'oeuvre d'un mathématicien original, longtemps considéré comme de second plan, Édouard Lucas, qui est partie prenante de ce mouvement.

Édouard Lucas est un élément représentatif de la génération issue de la fin du Second Empire. Son origine provinciale est modeste et son parcours exemplaire : École Normale Supérieure, Observatoire de Paris, professeur de classes préparatoires.

Lors de son parcours, Lucas côtoie les grands noms de la science mathématique et astronomique de l'époque, sans être véritablement "distingué" par l'un d'eux, sinon au cours du conflit qui l'oppose longuement à Le Verrier. A la fois produit du système et hors de ce système, entre les "hautes mathématiques" et le mouvement pour l'avancement des sciences auquel il adhère, Lucas fait ce qui est à sa portée, dans le domaine qu'il aime.

Lucas est exemplaire à ce titre : faisant ce qu'il peut, avec les moyens dont il dispose et par des voies qui diffèrent de la science "académique", il parvient à trouver une issue.

L'arithmétique de Lucas est le produit de cette quête résistante, produit curieux, fait de méthodes algébriques, d'algorithmes rapides, de calcul symbolique, et de refus de l'analyse et du passage à l'infini (pas même $\sqrt{2}$ proclame fièrement son auteur !). Où trouve-t-il son inspiration ? pour une part dans l'observation des lois du tissage.

Il invente des équations symboliques pour les nombres de Bernoulli et retrouve le résultat de Clausen et Staudt, qui fascine Hermite. Ernesto Cesàro, moins timide devant l'infini des séries, osera aborder par ces méthodes la question de la divergence.

La géométrie de situation attire Lucas ; il s'agit d'une science amusante, encore peu structurée, au contenu mouvant depuis les "petits dessins" d'Euler. Il y aborde de grands problèmes, s'y fourvoie parfois, en tire les *Récréations* , au carrefour de l'algèbre combinatoire et de la théorie des graphes. Et pas d'analyse, jamais d'analyse!

Le mouvement en faveur des machines à calculer qui se développe en France entre 1860 et 1880 présente, à son début, une forme unique en Europe. Il naît, comme ailleurs, des besoins en calcul des administrations, bureaux, sociétés de chemins de fer, de ceux que fait surgir l'électrification, mais se trouve porté en France par de petits inventeurs, membres de sociétés d'émulation, de sociétés savantes ou pour l'avancement des sciences. Lucas n'est pas le seul à "mettre le doigt dans l'engrenage", à rêver de mécanismes effectuant automatiquement les opérations arithmétiques, même si ce mouvement d'innovation n'aboutit pas (les inventions importantes vont venir pour l'essentiel de l'étranger).

Edouard Lucas apparaît ainsi de son temps. Bien qu'il ne joue pas dans la cour des grands mathématiciens, il s'intéresse à des problèmes qui attirent ses contemporains, et les aborde différemment, par des voies inattendues. Son inventivité prodigieuse explose dans sa *Théorie des nombres*, oeuvre foisonnante, baroque et logique à la fois. Ses méthodes sont curieuses, hétéroclites, intégrant les satins réguliers et le calcul symbolique, les machines arithmétiques et les jeux, dans une sorte d'"arithmétique sauvage", où l'on perçoit néanmoins au coin d'une démonstration la trace d'un grand Allemand, Peter-Gustav Lejeune-Dirichlet.
C'est là une science vraie, abstraite, riche, mais décalée par rapport à la science des gens civilisés, où l'on aime les théories en ordre de marche. Lucas fait désordre dans le "scientifiquement correct" de son temps et c'est l'échec au Collège de France. Les institutions, en la personne de Joseph Bertrand, jugent trop marginale cette science des nombres.

Le mouvement pour l'avancement des sciences est propice aux mélanges. Les congrès et banquets de l'AFAS réunissent l'ingénieur civil Henri Genaille, le député républicain Charles-Ange Laisant, le savant français Eugène Catalan émigré à Liège, ainsi que James-Joseph Sylvester, Luigi Cremona, Arthur Cayley, Pafnuti Lvovich Tchebychev. Édouard Lucas trouve dans ce rassemblement à la fois un écho, une tribune et une source d'inspiration pour ses recherches. Il y noue des liens ; son nom pénètre les revues italiennes, américaines, belges et anglaises. Paradoxe d'un mouvement qui veut agir "par la science, pour la patrie", l'oeuvre au noir d'Édouard Lucas tombera dans l'oubli en France, mais non en Amérique du Nord. Un peu dépoussiérée par D. H. Lehmer dans les années 1930, elle nous revient aujourd'hui et la science informatique, par le biais de la cryptographie ou de l'étude de la fiabilité des super ordinateurs, en réactive l'actualité. A la mort de l'arithméticien, Laisant n'a-t-il pas envisagé le fait que la postérité scientifique pourrait être amenée à ratifier son oeuvre ?
Le regard nécessairement historique que nous sommes amenés à jeter sur Édouard Lucas est un peu différent de celui dont le gratifièrent ses contemporains illustres.

Nous consacrons une partie de notre étude à la biographie d'Édouard Lucas, qui comporte plusieurs problématiques. Outre les éléments de

biographie pure et une attention indispensable aux contextes politiques, nous abordons quelques questions liées à l'enseignement à la fin du Second Empire, à la politique de la recherche mise en oeuvre par Louis Pasteur autour de l'École Normale Supérieure. Poursuivie sous la Troisième République par Gaston Darboux, condisciple de Lucas, la référence à la science allemande en est une donnée permanente.
La politique de redressement scientifique de la France, entre la fin de l'Empire et les débuts de la Troisième République, mêle recherche et enseignement. L'émergence de l'École Normale sur ce terrain nous conduit à aborder quelques aspects de la compétition entre cette école et l'École Polytechnique. Ce redressement scientifique est aussi évoqué par le biais du lancement de revues nouvelles, ouvertes aux traductions d'oeuvres mathématiques étrangères, ainsi que par l'évocation de la vie associative à caractère scientifique.
Au centre de cette tentative de reconstruction d'un contexte éducatif et scientifique figure le personnage principal d'Édouard Lucas et quelques figures représentatives, qui accompagnent son parcours, sont évoquées.

L'intérêt que l'historiographie contemporaine porte aux personnalités considérées longtemps comme marginales ou secondaires, mérite d'être souligné[1]. L'activité dans un domaine scientifique ne peut être réduite à l'innovation dont la discipline est redevable à quelques grands noms, si prestigieux soient-ils. L'apport scientifique de personnalités jugées "de second plan" doit de nos jours faire l'objet d'un examen approfondi.
L'étude de la périphérie scientifique, de la transmission des connaissances, de leur popularisation, de la mise au point d'instruments, des pratiques d'amateurs, contribue par ailleurs à créer une image de la communauté mathématique qui, vivante et juste, vient compléter celle qui nous est renvoyée par l'activité de ses savants.
L'étude qui suit s'efforce de contribuer à une meilleure prise en compte de cette problématique.

Notre travail est constitué de l'article publié dans la *Revue d'histoire des mathématiques* en 1998 et de la présente thèse. La méthodologie utilisée consiste essentiellement en l'exploration de documents d'archives, dont nous fournissons la liste ci-dessous, et en leur rapprochement. Ce travail historique "de terrain", par nature original, nous semble indispensable pour aborder la période de mutation scientifique que constitue la deuxième moitié du XIXe siècle. L'abondance, la richesse de ces archives, pour une grande part inexploitées, appellent le travail d'interprétation du chercheur, tâche dont nous avons tenté une première approche. L'importance de certains textes et dossiers mis à jour nous suggère que cette construction

---

[1]Voir à ce sujet le contenu de la *Revue d'Histoire des Mathématiques*, tome **4** , fascicule 2, 1998.

sémantique ne peut être considérée en tout point achevée. Des travaux, des réflexions ne pourront manquer de surgir ultérieurement.
Nous nous sommes efforcés également de restituer aussi fidèlement que possible les contenus scientifiques des travaux d'Édouard Lucas, de manière à faire ressortir sa remarquable originalité au sein d'une culture normalienne assez classique dans les années 1860. Cette étude n'est pas complète ; il resterait à examiner en détail son oeuvre géométrique et certains points de théorie des nombres laissés provisoirement de côté. Cela sera l'objet de développements ultérieurs, prenant en compte d'éventuelles découvertes de manuscrits, qui viendraient compléter les volumes manquants de sa grande *Théorie des nombres* dont le premier volume seul est connu.

Archives consultées

Archives personnelles de la famille Lucas à Amiens
Archives municipales d'Amiens
Archives du diocèse d'Amiens
Archives départementales de la Somme, dossiers [60 T 146] [60 T 158]
Archives départementales du Nord série [2T concours ENS] et [2 T 843]
Archives municipales de la ville de Moulins

Archives de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale

Archives de l'Académie des sciences : dossiers personnel Joseph Bertrand, dossier personnel Gaston Darboux, dossier personnel Édouard Lucas ; pochettes de séances et comités secrets des années 1875 à 1880, 1882 à 1883, et de l'année 1887.

Archives du Collège de France

Archives de la Sorbonne : procès verbaux de la Société Philomatique [MS 2088 à 2093]

Archives Nationales, dossiers :
[AJ/61/9] [AJ/61/34 à 38] [AJ/61/82] [AJ/61/194] [AJ/61/199] [AJ/61/227]
[AJ/16/1242] [AJ/16/4020] [AJ/16/5533] [AJ/16/5804] [AJ/16/5946]
[F/17/3719] [F/17/4020] [F/17/4238] [F/17/12958] [F/17/13503] [F/17/13554] [F/17/21941b] [F/17/22896] [F/17/22970] [F/17/23178] [F/17/23271] [F/17/25802]

Archives de l'Observatoire de Paris, dossiers [F 14] [2183]

Archives de l'École Polytechnique : dossiers Joseph Bertrand, Eugène Catalan, Charles-Ange Laisant, Félix Lucas.

Archives de l'Assemblée Nationale et du Sénat

Bibliothèque Nationale [Rés. FM^2 10]

Archives académiques de Russie (Moscou).
Archives académiques de Russie (Saint-Pétersbourg).
Legs Sylvester (St. John's College, Cambridge) : [Box 2] et [Box 7].
Manuscrits de l'Université de Liège [Ms 1307 C].
Fondo Cesàro (Dipartimento di Matematica e Applicasioni "R. Caccioppoli" - Università degli Studi di Napoli "Federico II ").

1-Edouard Lucas élève des lycées impériaux : Amiens et Douai

François-Edouard-Anatole Lucas est né le 4 avril 1842 à Amiens dans une famille nombreuse de huit enfants dont il est l'aîné. Son père exerce le métier très modeste d'artisan tonnelier.

L' éducation primaire lui est dispensée à l'École des Frères. Les archives diocésaines d'Amiens donnent l'image d'un enfant fort intelligent, attirant l'attention d'un maître, M.Garnier, qui professe des cours publics de mathématiques et le fait entrer en tant que boursier communal au lycée impérial d'Amiens (actuel lycée Louis Thuillier), où il enseigne. Les archives de ce lycée ayant brûlé en 1940, on ne dispose que de très peu de sources de renseignements sur les études secondaires d'Édouard Lucas. Aux archives départementales de la Somme on peut néanmoins consulter les délibérations du Conseil municipal d'Amiens relatives à l'octroi des bourses municipales et les archives du diocèse d'Amiens nous informent sur la biographie de Jacques Garnier[1]. Deux autres noms d'enseignants au lycée d'Amiens nous sont parvenus : M. Tivier en rhétorique de 1854 à 1870, et M. Fustel de Coulanges en lettres puis en histoire de 1855 à 1858[2].

Son maître : Jacques Garnier, professeur, savant et archéologue

Né à Amiens le 28 février 1808, Jacques Garnier fait ses études au collège de la ville entre 1820 et 1827 où il obtient, cette dernière année, en classe de philosophie, un 2e prix de mathématiques. On le retrouve en 1833 répétiteur, puis professeur de mathématiques au lycée d'Amiens en 1838. Chevalier de la légion d'honneur, correspondant du Ministère de l'Instruction publique pour les travaux historiques, officier d'académie et de l'Instruction publique, il meurt le 5 avril 1888.
Dès le début de sa carrière il est membre de sociétés savantes (Société d'Émulation d'Abbeville et Académie d'Amiens) où il exerce ses talents d'entomologiste et de botaniste[3].
Après un mémoire sur les monuments religieux et historiques du département de la Somme[4], il devient en 1838 membre de la Société d'archéologie créée deux ans auparavant, qui prend le titre de Société des Antiquaires de Picardie. Il en est nommé peu après Secrétaire perpétuel. Il est également fondateur en 1838 de la première Société Linnéenne du Nord de la France (société éphémère qui se dissout en 1847 et renaîtra en 1865).

---

[1]Notice biographique et bibliographique sur Jacques Garnier, par René Vion, extrait des *Mémoires de la Société Linnéenne du Nord de la France*, tome VII, 1886-1888.

[2]On peut signaler que la brochure collective *Amiens 1803-1980, histoire d'un lycée* (CDRP Amiens, 1981) contient en particulier une évocation historique de la vie du collège royal et du lycée impérial sous la plume de Pierre Leroy. Cette brochure omet cependant de citer le nom d'Édouard Lucas parmi les personnalités ayant étudié dans cet établissement. Notons qu'une rue et un collège de la ville d'Amiens portent le nom d'Édouard Lucas.

[3]Il publie des essais sur les carabiques du département de la Somme (*Mémoires de la Société d'Émulation d'Abbeville*, 2e série, t. II, 1834-35, p. 211), sur les europodes (ibid, 2e série, t. III, 1836-37, p. 333), sur les lamellicornes des environs d'Amiens (*Mémoires de l'Académie du département de la Somme* , 1835, p.53), sur les champignons microscopiques, en collaboration avec M. Pauquy, (ibid., 1835, p. 29) et les maladies des céréales (ibid., 1839, p. 116).

[4]*Mémoires de l'Académie du département de la Somme*, 1839, p.415.

Garnier est nommé d'autre part, en novembre 1838, bibliothécaire-adjoint de la ville d'Amiens. Il se met aussitôt à dépouiller les manuscrits de la bibliothèque dont il fait paraître le *Catalogue.* Son oeuvre de bibliothécaire lui donne le goût de l'histoire et de l'archéologie, et c'est à la Société des Antiquaires qu'il consacre désormais la plus grande partie de ses travaux, effectuant notamment des rapports sur les fouilles à entreprendre dans le département de la Somme, sur l'itinéraire romain en Picardie, publiant des documents historiques sur l'abbaye de Corbie, sur doyennés et châteaux des environs, sur l'évêché et la ville d'Amiens, en particulier les catalogues du trésor de la cathédrale, dans les *Mémoires de la Société des Antiquaires de Picardie.* A l'Académie d'Amiens, dont il devient l'archiviste, il donne une *Notice biographique sur Antoine de Caulaincourt, official de Corbie (1521-1540).*

Quelques préoccupations naturalistes demeurent puisqu'il lit à l'Académie d'Amiens en 1842 une étude controversée sur l'usage des antennes chez les insectes. En 1861, il effectue pour cette Académie une *Notice sur les silex taillés des temps antéhistoriques*[5], résumé des découvertes dues à Boucher de Perthes, auquel Garnier joint ses propres observations. Il accompagne en effet les savants sur les localités de Menchecourt, Saint-Acheul, Moulin-Quignon. La question de l'antiquité de l'homme dans ces contrées est posée : Garnier est au début peu favorable à l'idée que les instruments en silex sont l'oeuvre de l'homme, et la Société des Antiquaires de Picardie penche pour la négative (assises de Laon de 1858). Devant la découverte d'une hache en silex dans le gravier de Saint-Acheul, et les conclusions des experts (note de M. Prestwich du 26 mai 1860 à l'Académie des Sciences de Paris et à la Société Royale de Londres), Garnier hésite encore :*"son esprit, porté naturellement vers l'exactitude, et maintenu dans cette rigueur scientifique par l'enseignement des mathématiques, qu'il professa presque toute sa vie, se refusait à admettre les conséquences théoriques de la haute antiquité de l'homme."* [6]

En 1865, la Société Linnéenne du Nord de la France renaît à Amiens et Garnier publie une nouvelle étude sur les insectes[7] ainsi que des résumés bibliographiques dans ses *Mémoires*, des notices sur les tombeaux de la cathédrale d'Amiens et le volumineux *Dictionnaire topographique du département de la Somme* pour la Société des Antiquaires[8].

L'octroi de bourses par le Conseil municipal d'Amiens

Les archives départementales de la Somme permettent d'avoir connaissance des délibérations du Conseil municipal de la ville d'Amiens concernant l'octroi de bourses et l'entretien du lycée[9].

Le 24 octobre 1856 après un débat où il est rappelé *"que la ville doit l'instruction primaire, et certes elle remplit largement cette obligation, mais qu'elle ne doit que dans des circonstances très favorables l'instruction secondaire"*, le Conseil s'interroge sur le meilleur emploi à faire des deniers communaux concernant la vacance de certaines bourses, alors que des réparations essentielles dans les bâtiments même du lycée sont jugées nécessaires. *"Le lycée se maintient quant au nombre, au chiffre qu'il avait atteint*

---

[5]*Mémoires de l'Académie du département de la Somme* , **2**e série, t. II, 1861, p. 469.

[6]Notice biographique et bibliographique sur Jacques Garnier par René Vion, extrait des *Mémoires de la Société Linnéenne du Nord de la France*, tome VII, 1886-1888, p. 9.

[7]Les Insectes dans l'Antiquité et au Moyen-Age, Jacques Garnier, *Mémoires de la Société Linnéenne du Nord de la France*, t. I, 1867, p. 225.

[8]*Mémoires de la Société des Antiquaires*, t. XXII, p. 75 ; et t. XXI et XXIV.

[9]Voir le dossier [60 T 146] des archives départementales de la Somme.

l'an dernier, c'est un succès en présence de la concurrence loyale mais très redoutable qu'il subit". Un nouveau proviseur vient d'être installé : *"ne peut-on craindre, comme lors de toute mutation, une sorte de déplacement de clientèle ? Ne serait-ce pas donner nous-mêmes l'exemple d'une défection que de ne pas pourvoir aux vacances ; nos motifs de pure économie ne seraient-ils pas facilement interprétés ?"* Ces raisons l'emportent et les bourses sont pourvues.

Édouard Lucas est proposé pour une promotion de demi-boursier à trois quart-boursier : il fait partie de ces élèves communaux bien notés, dont les places sont bonnes, la condition indispensable étant d'être *"porté sur le tableau d'honneur".*
Le 3 novembre 1858, la délibération du Conseil contient quelques informations supplémentaires. Une lettre du père d'Édouard Lucas sollicite une bourse entière pour son fils qui jouit de 3/4 de bourse : *"Les succès obtenus cette année par mon fils, et surtout la bienveillance avec laquelle Mr. le Maire s'intéresse aux classes laborieuses, me portent à espérer que cette nouvelle demande aura le succès des précédentes".*
Une lettre de soutien signée du censeur des études du lycée (M. Frémy) précise :
"Le jeune Lucas a obtenu, à la distribution dernière, indépendamment du premier prix de mathématiques dans sa classe de Rhétorique (section des sciences), du second prix de physique et chimie, du second prix de récitation classique et du second accessit de langue allemande,
1° Le prix municipal attribué à l'élève qui s'est le plus distingué par son aptitude et ses succès dans les sciences.
2° Le prix fondé par l'Académie des sciences, belles-lettres, arts, agriculture et commerce, pour les examens oraux que subissent les élèves des classes de sciences mathématiques et physiques.
3° Enfin le prix municipal attribué à celui des boursiers communaux qui s'est le plus distingué par sa conduite et ses progrès".

Une bourse entière communale est attribuée à Lucas en décembre 1858. L'année 1858-59 est la dernière qu'il passe au lycée impérial d'Amiens dans la "section des sciences", année sanctionnée par un baccalauréat ès-sciences dont nous avons retrouvé une trace aux archives départementales du Nord[10]. Ce baccalauréat est instauré dans le cadre général de la réforme de l'enseignement promulguée en 1852 par le Ministre Hippolyte Fortoul.

Les réformes de l'enseignement et les débats autour de la réforme Fortoul

La question de l'enseignement scientifique constitue une problématique qui traverse tout le XIXe siècle, Bonaparte ayant résumé le programme des lycées par cette formule lapidaire (arrêté consulaire du 1er mai 1802) : *"on enseignera essentiellement dans les lycées le latin et les mathématiques".* Cette ambition ne se réalise réellement qu'à partir de la classe de troisième du lycée, même si une classe de "mathématiques spéciales" conduit en fin de parcours aux connaissances nécessaires pour entrer à l'École Polytechnique.
A la Restauration, les lycées se trouvent rebaptisés collèges royaux. En 1821 l'ordonnance de Corbière revient aux positions de l'ancien régime : suppression quasi totale de l'enseignement des sciences dans les collèges royaux, position absurde, jamais appliquée et abandonnée dès 1826. Siméon-Denis Poisson[11], membre du Conseil Royal

---

[10]Voir le dossier [2 T 843] des archives départementales du Nord.
[11]Cf. [Bru 1981].

de l'Instruction publique depuis 1820, déploie un art du compromis dans la fermeté : il défend l'idée napoléonienne d'un tronc commun latino-mathématique dans tous les collèges.
L'analyse des réformes, règlements, programmes qui se succèdent ne peut être détaillée ici : l'enseignement des mathématiques est rétabli en seconde, puis en troisième et enfin en quatrième, dans un mouvement qui le rapproche du plan de 1802. Le dernier programme que Poisson met au point au Conseil Royal du 21 septembre 1838 peut être consulté dans l'article de Bernard Bru [1981] : les mathématiques sont rétablies de la classe de 4e à la classe de rhétorique. Signalons cependant en 1847, sous l'influence de Jean-Baptiste Dumas[12] une tentative d'enseignement "spécial" à partir de la classe de quatrième, distinct de l'enseignement général, où le latin est réduit au minimum, les langues vivantes obligatoires et les mathématiques enseignées du point de vue des applications. Cet enseignement spécial ne dépasse pas quelques essais à Paris.
Le Second Empire tente à son tour de réformer l'enseignement secondaire. L'idée de tronc commun est rediscutée âprement en 1852 lors de la réforme due à Hippolyte Fortoul, alors Ministre de l'Instruction publique et des Cultes, réforme qui sera adoucie par son successeur Gustave Rouland à la mort de Fortoul en 1856, modifiée en 1863 par le nouveau ministre de tendance libérale Victor Duruy, puis définitivement abandonnée l'année suivante[13]. Son effet le plus important est l'instauration d'une double filière d'enseignement, à l'issue de la classe de quatrième des lycées ; la filière scientifique devient distincte de la filière littéraire et est sanctionnée par un baccalauréat ès-sciences indépendant du baccalauréat ès-lettres : c'est le régime dit de *"bifurcation"* instauré par la réforme Fortoul[14].
Défenseur convaincu des thèses de Poisson, Antoine Augustin Cournot[15] ne se montre guère favorable à la bifurcation des études classiques dans laquelle il voit *"en regard du baccalauréat ès-lettres où il y a un peu de sciences, un baccalauréat ès-sciences où il y a un peu de lettres"*[16]. Si le grec est remplacé par l'allemand, les mathématiques, la physique et la chimie ont du mal à définir leur place dans le nouveau diplôme. La grande affaire est d'obtenir que le baccalauréat ès-sciences soit exigé des candidats aux écoles spéciales du gouvernement, comme des futurs étudiants en médecine qui forment l'essentiel de la "clientèle" des Facultés des sciences.

---

[12] J.-B. Dumas est alors professeur de chimie à la Sorbonne et doyen de la faculté des sciences de Paris.

[13] Hippolyte Fortoul est ministre de l'Instruction publique et des Cultes de décembre 1851 à août 1856 ; son successeur Gustave Rouland le demeure jusqu'en juin 1863. Victor Duruy désigné par l'Empereur le 23 juin 1863 est ministre de l'Instruction publique et des Cultes jusqu'en juillet 1869.

[14] Cf. [Hulin 1989] et [Belhoste 1995]. Ces ouvrages analysent le contenu de la réforme Fortoul. Jusque-là le baccalauréat ès-sciences ne pouvait être acquis qu'après celui qui sanctionnait des études littéraires classiques. A la suite de la réforme de 1852, les élèves doivent choisir une voie scientifique ou littéraire à la fin de la classe de quatrième. L' équivalence des deux sections est garantie par l'égalité des sanctions de fin d'études : les classes de troisième, seconde, rhétorique scientifiques et mathématiques élémentaires sont couronnées par un baccalauréat ès-sciences au même titre que la voie royale des lettres. Une classe de mathématiques supérieures prépare dans certains lycées aux concours des écoles spéciales du gouvernement (École Polytechnique et École Normale Supérieure).
En fait la réforme Fortoul se heurte à de nombreuses critiques et difficultés, dont l'analyse est faite dans les ouvrages cités ci-dessus. Une critique essentielle porte sur la bifurcation elle-même imposée trop tôt à des élèves trop jeunes. La spécialisation précoce des études fait craindre que les humanités n'y soient négligées. Des résistances libérales, cléricales se font jour. L'entrée en vigueur de la réforme effectuée de manière excessivement autoritaire, le contenu jugé trop utilitaire des programmes, sont vivement critiqués par les enseignants eux-mêmes, peu préparés à un bouleversement d'une telle ampleur. Des aménagements à la réforme, prélude à son abandon, sont dus à Victor Duruy.

[15] Cf. [Cournot 1864].

[16] Ibid., p. 219-220.

Les critiques de Cournot portent sur le caractère contraignant de cette bifurcation imposée aux jeunes élèves (les futurs juristes ne peuvent se présenter au baccalauréat scientifique, par exemple), mais surtout le baccalauréat ès-sciences ne répond ni aux besoins mathématiques des futurs ingénieurs des écoles spéciales (surtout Polytechnique), ni aux besoins en sciences expérimentales des futurs médecins.
Les réformes ultérieures de 1859 offriront d'ailleurs la possibilité d'un baccalauréat ès-sciences "complet", ou scindé en deux parties, et même institueront un baccalauréat "restreint" pour les médecins, sans parler d'un diplôme à l'usage de ceux qui sont déjà bacheliers ès-lettres... L'application de ces réformes semble extrêmement chaotique, même si le baccalauréat ès-sciences connaît une certaine affluence. D'après les chiffres cités par Cournot, dans les sept années de 1855 à 1861, les Facultés des lettres délivrent 16 025 diplômes de bacheliers avec une progression continue ; les Facultés des sciences, 14 676 diplômes de bacheliers avec de fortes fluctuations selon les années. Le taux de réussite au baccalauréat littéraire demeure pendant ces sept années remarquablement stable (46% de succès) alors que celui du baccalauréat scientifique fluctue de 61% en 1856 à 29% en 1860 (42% en moyenne).
"On voit que l'une des institutions est assise et que l'autre ne l'est pas, ce qui n'empêche pas l'une et l'autre institution d'être détestable." [17]

Le Second Empire tente ainsi une réforme en profondeur de l'enseignement des sciences lorsque Édouard Lucas entame ses études secondaires. On peut s'interroger sur l'impact de la réforme Fortoul dans le lycée provincial de moyenne importance qu'est le lycée impérial d'Amiens. A-t-elle été appliquée avec zèle ou sans excès dans l'académie concernée ? La lettre du censeur des études, citée précédemment, établit que le jeune homme est inscrit en 1857-58 en rhétorique "section des sciences", qu'il y obtient des succès en mathématiques, physique et chimie, et qu'il étudie l'allemand ; ce qui tend à établir que la réforme est appliquée au moins dans ses grandes lignes au lycée impérial (en 1856 une circulaire ministérielle incite les recteurs à la fermeté, des résistances comme celle de Cournot n'étant pas des cas isolés). Conséquence malheureuse pour le lycée d'Amiens : la suppression de la classe de mathématiques spéciales par arrêté du 8 septembre 1852. L'ambition des réformateurs se heurte au manque de professeurs compétents et un regroupement des moyens humains dans certaines académies (ici Douai) semble alors nécessaire.

La classe préparatoire au lycée de Douai

Nanti en 1859 d'un baccalauréat ès-sciences "complet", Lucas est admis en classe préparatoire au lycée de Douai. Une lettre du maire d' Amiens atteste des qualités de l'ancien boursier communal et précise les conditions qui lui permettent de poursuivre ses études à Douai :
"Le Conseil municipal a voté l'année dernière, sur ma demande, une somme de 400F qui, jointe à une subvention d'égale importance fournie par l'association de bienfaisance des anciens élèves du Lycée, lui a permis d'aller faire à Douai son cours de mathématiques supérieures" [18].

[17] Ibid., p. 224.
[18] A. N. [AJ/ 61/ 199], lettre du maire d'Amiens, 5 novembre 1861. On peut signaler que l'association de bienfaisance des anciens élèves du lycée d'Amiens est créée sous la Seconde République en 1848.

Le nom du professeur de mathématiques supérieures du lycée de Douai, M. Painvin*, est mentionné dans la notice biographique publiée à la mort de Lucas dans l'*Annuaire* des anciens élèves de l'École Normale Supérieure[19].

L'analyse du contenu de l'enseignement dans les classes préparatoires aux écoles spéciales de l'État, modifié lui aussi par la réforme Fortoul de 1852, est effectuée par Bruno Belhoste[20]: le baccalauréat ès-sciences est exigé pour la préparation aux concours, à l'exception de l'École Navale, et le programme est identique pour l'École Polytechnique et l'École Normale Supérieure. On peut noter l'introduction dans ce programme d'un certain nombre de notions d'analyse, comme celles de dérivées et de séries.

Les appréciations émanant de l'académie de Douai concernant Lucas sont enthousiastes. Les *"rares dispositions"* du jeune élève, dont l'origine sociale modeste est soulignée, le père tonnelier ne pouvant payer sa pension, ont frappé le proviseur et le recteur. Une dispense d'âge lui est nécessaire en 1860 pour le concours de l'ENS , où il *"peut très bien être reçu dès cette année"* ; le proviseur conclut : *"s'il n'obtenait pas de dispense, il pourrait très bien être reçu à l'École Polytechnique et ce serait une perte pour l'enseignement"*. Deux démarches du père d'Édouard Lucas d'une part et du maire d'Amiens d'autre part sollicitent l'admission gratuite du jeune homme à l'École Polytechnique en raison de la position de fortune *"des plus précaires"* de sa famille[21].
Une deuxième année de mathématiques supérieures est néanmoins nécessaire au jeune homme pour obtenir en 1861 un double succès à l'École Polytechnique et à l'École Normale Supérieure. Lucas quitte sa ville d' Amiens pour Paris à l'automne 1861. Il choisit l'École Normale Supérieure.

[19] *Annuaire de l'Association des anciens élèves de l'École normale*, 1892, p. 57.
[20] Cf. [Belhoste 1995, p. 301 et sq].
[21] Archives départementales du Nord [série 2T du rectorat relative au concours de l'ENS], lettres du proviseur du 24 janvier 1860 et du recteur du 8 mars 1860 ; archives départementales de la Somme, dossier [□60 T 158], lettres de mai 1860 et mai 1861.

2-L'Ecole Normale Supérieure dans les années 1860

Sur les 19 admis en section scientifique de l'École Normale Supérieure, Lucas occupe le sixième rang (il est classé 46e sur 321 à l'École Polytechnique)[1]. Gaston Darboux est reçu la même année au premier rang, aussi bien à l'École Polytechnique qu'à l'École Normale Supérieure. La durée des études à l'ENS est de trois ans et le décret du 4 août 1848, pris sous le ministère d'Hippolyte Carnot, rend les études gratuites : tous les élèves sont boursiers de l'État. L'ENS est dirigée par Désiré Nisard[2], tandis que Louis Pasteur occupe les fonctions d'administrateur et de directeur des études scientifiques depuis 1857.

La revalorisation de l'École Normale Supérieure sous Pasteur

Hippolyte Fortoul avait limité en 1852 le rôle de l'École Normale Supérieure à la formation de modestes professeurs et non de "rhéteurs habiles à creuser des problèmes insolubles". Dans une lettre adressée probablement à Jean-Baptiste Dumas, Pasteur précise, lors de sa prise de fonctions, les raisons de son action au sein de l'École Normale Supérieure :

"L'École n'est plus que l'ombre d'elle-même et son apathie envahira bientôt l'enseignement tout entier si l'on ne vient à son aide." [3]

Pasteur et Nisard s'emploient alors à revaloriser les études à l'ENS, en particulier par rapport à l'École Polytechnique, non dans un souci de rivalité stérile entre les deux écoles, mais en vue d'attirer de meilleurs étudiants vers les activités scientifiques. Pasteur en particulier concentre ses efforts sur le développement à l'École Normale de recherches originales :
"Il faut se féliciter à tous les points de vue de la libre concurrence entre les deux premières Écoles du pays. L'École Normale n'a point la brillante considération de l'École Polytechnique. Mais à qui est capable de faire honneur à son nom et à son pays par des travaux originaux, mission supérieure et sans rivale, l' École Normale offre pour atteindre ce but une voie plus aisée, plus directe et plus sûre."[4]
Les échos de cette compétition se prolongeront bien au delà de l'année 1861, où Pasteur obtient le ralliement de Darboux et de Lucas à l'ENS. Nous en donnons plus loin des exemples.

---

[1]Lettre de Lucas du 30 juillet 1861, A.N. [F/17/22970].

[2]Désiré Nisard (1806-1888) est nommé par Guizot en 1835 maître de conférences de littérature française à l'École Normale Supérieure. Au secrétariat du ministère de l'Instruction publique en 1836, député de 1842 à 1848, professeur d'éloquence latine au Collège de France, la révolution de février 1848 ne lui laisse que sa chaire au Collège. A la suite du coup d'état de 1851, il est nommé secrétaire du Conseil impérial de l'Instruction publique ; il a une part dans la réorganisation de l'École Normale et accède à sa direction en 1857 en même temps que Pasteur. Académicien, il déplore dans ses *Souvenirs* un commencement de décadence des études à l'École Normale et se félicite des mesures prises en collaboration avec Pasteur pour y remédier. Cf. [Nisard, 1888].

[3]Cf. [Pasteur 1940, p. 429].

[4]Séance de rentrée à l'École Normale, le 3 novembre 1864 ; rapport sur la section des sciences (au ministre et à l'inspecteur général), cf. [Pasteur 1939, p. 192-194].

Rappelons quelques aspects des interventions scientifiques de Pasteur à l'ENS : une chaire est créée dans la section des sciences, le traitement des maîtres de conférences sensiblement augmenté, les bâtiments de la rue d'Ulm réparés et agrandis[5].
Les demandes d'argent pressantes du directeur des études concernent en particulier les besoins du laboratoire de l'École Normale. Dans l'examen des crédits concernant l'exercice de l'année 1860, la plupart des paragraphes restent dans les limites des allocations prévues, sauf celui qui concerne la bibliothèque et les "manipulations et frais de cours" :
"Vous ne serez pas surpris, Monsieur l'Inspecteur Général, de cet excédent de dépenses, connaissant la gêne dans laquelle se trouvent les travaux du laboratoire de chimie et l'extension donnée depuis deux ans aux manipulations des élèves, avec votre approbation, et dont nous avons pu constater déjà les bons effets sur l'ensemble des études." [6]
D'autres demandes pressantes de Pasteur font état de motivations plus personnelles, ainsi : *"J'aurais désiré pouvoir réduire le chiffre de ma demande d'indemnité pour frais de laboratoire [...] Je ne saurais dire l'importance que j'attache à la voir favorablement accueillie. Car il y a dans la vie de tout homme voué à la carrière des sciences expérimentales un âge où le prix du temps est inestimable : cet âge rapide où fleurit l'esprit d'invention, où chaque année doit être marquée par un progrès. Serai-je trop hardi en ajoutant que je me sens à cette époque de la vie, et que je supplie V.E. de ne pas m'y laisser sous la pression d'obstacles qui ont pour cause, au demeurant, V.E. le sait et le déplore, l'insuffisance des ressources réservées au progrès des sciences dans notre pays."* [7]

La gestion de Nisard et Pasteur aboutit à l'augmentation du nombre d'élèves dans la promotion de 1861, ce qui n'est pas sans poser des problèmes à l'administrateur pointilleux qu'est Pasteur. Ce dernier écrit ainsi à l'Inspecteur général :
"L'accroissement du nombre de nos élèves de 80 à 90 a occasionné une dépense d'habillement tout à fait extraordinaire. La dépense en chaussures et chapeaux a pu être acquittée sur le budget particulier de l'École Normale ; le reste devrait l'être sur le budget général." [8]

Le principal souci de Pasteur demeure la qualité de la formation scientifique des normaliens. En particulier, depuis le début de ses fonctions, le directeur des études scientifiques fait une place à l'histoire des découvertes :
"On peut dès lors adopter dans leur exposition deux méthodes différentes : l'une qui consiste à énoncer la loi et à la démontrer promptement dans son expression présente sans s'inquiéter de la manière dont elle s'est fait jour ; l'autre, plus historique, rappelle les efforts individuels des principaux inventeurs [...], indique leurs procédés toujours simples, essaie de reporter par la pensée l'auditeur à l'époque où la découverte a eu

---

[5]On peut consulter les notes, rapports, articles de Pasteur relatifs à l'ENS dans [Pasteur 1939, p. 127-222], en particulier sur la question de l'augmentation du nombre des élèves (p. 170-171), de l'organisation de l'enseignement à l'École Normale (p. 180-184).
[6]Lettre de Pasteur à l'Inspecteur général chargé de l'École Normale Supérieure, 1er juin 1861, A. N. [F/17/4238].
[7]Lettre de Pasteur au Ministre de l'Instruction publique, A. N. [F/17/4238], 26 août 1860, publiée dans [Pasteur 1951a, p. 76-78].
[8]La lettre de Pasteur à l'Inspecteur général du 5 mars 1862, A. N. [F/17/4238], est accompagnée de la facture du tailleur mentionnant 10 habits noirs à 46F, 10 pantalons de satin noir à 24F et 10 gilets de casimir noir à 9,75F, soit une dépense "extraordinaire" de 797,50F concernant l'habillement de la dernière promotion d'élèves.

lieu. La première méthode voit avant tout le fait, la loi, son utilité pratique [...] La seconde méthode illumine l'intelligence. Elle l'élargit, la cultive, la rend apte à produire par elle-même, la façonne à la manière des inventeurs." [9]

L'École Normale sera plus recherchée si elle offre une possibilité d'orientation vers la recherche aux plus valeureux de ses élèves.
Cet argument semble avoir convaincu Darboux d'effectuer le choix de l'ENS. La lettre de Pasteur au Ministre de l'Instruction publique du 19 octobre 1861 évoque les aspects scientifiques mais aussi matériels qu'un tel choix ne manque pas de soulever :
"Quel sera le choix de M. Darboux ? Il a le goût de l'enseignement et veut embrasser la carrière des sciences. J'ai employé tous mes soins dans ces deux derniers mois pour qu'il soit maintenu dans ces bonnes dispositions, en assurant M. Berger son professeur de mathématiques, que si M. Darboux entrait à l'École Normale, les plus vives sympathies l'y suivraient et ne l'abandonneraient pas à sa sortie.[...] Mais je sais que du côté de l'École Polytechnique les plus actives sollicitations l'environnent chaque jour. Et malheureusement [...] nous ne pouvons nous dissimuler que certaines carrières de l'École Polytechnique offrent aux jeunes gens et à leurs familles un éclat que n'ont pas les modestes fonctions de l'enseignement." [10]
Sous l'impulsion de Pasteur, l'ENS s'ouvre vers le "haut enseignement" en aidant les anciens élèves dans les études qui conduisent au doctorat et, à terme, à l'enseignement supérieur et la recherche[11]. Un poste d'agrégé-préparateur sera ainsi offert à Darboux après qu'il ait été reçu premier à l'agrégation.

Les études d' Édouard Lucas à l'École Normale

Malgré une aptitude scientifique moins brillante, une origine sociale moins favorisée, nous pouvons constater que Lucas effectue au départ le même choix que Darboux en faveur de l'École Normale. L'attrait des sciences doit être alors puissant, les arguments de Pasteur persuasifs, pour faire renoncer le jeune homme à la carrière prometteuse de polytechnicien.

Toutefois la question du trousseau constitue le premier problème du normalien. Nous savons que ce dernier est laissé pour partie à la charge des familles, et les dépenses qu'il entraîne sont souvent lourdes. La famille de Lucas ne pouvant y faire face, une démarche du maire d'Amiens est suivie d'un dégrèvement complet[12].

A l'ENS Lucas bénéficie en mathématiques des cours de Bertrand, Briot*, Puiseux* et Hermite, de ceux de Sainte-Claire Deville* en chimie, et de Verdet* en physique. Des cours d'histoire naturelle, de langue allemande, des leçons de dessin et de travaux graphiques complètent sa formation. L'équipe enseignante de l'École Normale est renforcée en mathématique par l'arrivée prestigieuse de Charles Hermite :
"En 1862, et sur initiative de Pasteur, qui voulait accroître l'éclat de l'enseignement mathématique à l'École Normale, une nouvelle maîtrise de conférence fut crée dans

---

[9]Rapport sur l'utilité de la méthode historique dans l'enseignement, destiné à l'Inspecteur général chargé de l'ENS, 18 octobre 1858, A. N. [AJ/61/82], publiée dans [Pasteur 1939, p. 163-165].
[10] A. N. [AJ/61/82], lettre citée par [Hulin 1986, p. 80] et [Hulin 1989, p. 266].
[11]Sur cet aspect de l'oeuvre de Pasteur voir [Hulin 1986] et [Hulin 1989, p. 243-268].
[12]Voir la lettre du maire d'Amiens du 5 novembre 1861, portant mention de l'acceptation du dégrèvement, A. N. [AJ /61/ 199].

cette école et confiée à Hermite, qui devait l'occuper pendant sept ans. J'ai été un des premiers à recueillir son enseignement" écrit Gaston Darboux à la mort de son maître[13].
Bien plus tard Henri Poincaré nous donnera ces portraits croisés des deux mathématiciens que sont Joseph Bertrand et Charles Hermite :
"Permettez-moi encore de comparer deux hommes qui sont l'honneur de la Science française [...] Je veux parler de M. Bertrand et de M. Hermite. Ils ont été élèves de la même école et en même temps ; ils ont subi la même éducation, les mêmes influences ; et pourtant quelle divergence ; ce n'est pas seulement dans leurs écrits qu'on la voit éclater ; c'est dans leur enseignement, dans leur façon de parler, dans leur aspect même. Dans la mémoire de tous leurs élèves, ces deux physionomies se sont gravées en traits ineffaçables ; pour tous ceux qui ont eu le bonheur de suivre leurs leçons, ce souvenir est encore tout récent ; il nous est aisé de l'évoquer.
Tout en parlant, M. Bertrand est toujours en action ; tantôt il semble aux prises avec quelque ennemi extérieur, tantôt il dessine d'un geste de la main les figures qu'il étudie. Évidemment, il voit et il cherche à peindre, c'est pour cela qu'il appelle le geste à son secours. Pour M. Hermite, c'est tout le contraire ; ses yeux semblent fuir le contact du monde ; ce n'est pas au dehors, c'est au dedans qu'il cherche la vision de la vérité."[14]

Si le classement d'entrée d'Édouard Lucas ne se maintient pas à la fin de la première année, où il figure au 13ème rang, son travail et sa "tenue" sont jugés bons. Une appréciation de "conduite légère" apparaît pourtant en deuxième année (est-ce la conséquence de l'affaire dite des "haricots", que nous abordons ci-dessous, ou du goût du jeune homme pour la plaisanterie ?), mais il semble que Lucas obtienne sans difficulté la double licence de mathématiques et de physique exigée par le règlement.
En troisième année, le choix de Lucas se porte sur l'agrégation de mathématiques, séparée de celle de physique depuis le décret de juillet 1858[15]. Effectuant alors une remontée spectaculaire, il obtient ce diplôme dès la première tentative en 1864, fait rare même chez les normaliens, au deuxième rang derrière Darboux classé premier.
Le directeur des études scientifiques, Pasteur, est sensible aux progrès réalisés pendant la dernière année d'École et fournit l'appréciation finale suivante :
"Beaucoup moins de distinction naturelle que son camarade Darboux, mais presque son égal comme sagacité inventive dans certaines branches des mathématiques." [16]

L'affaire des haricots

Parmi tous les témoignages concernant la vie dans l'établissement de la rue d'Ulm, nous citerons celui de Léon Charve[17] sur la "vieille école" :

---

[13]Cf. [Darboux 1912, p. 146]. L'éloge de Charles Hermite(1822-1901) écrit par Gaston Darboux, lu à la séance du 18 décembre 1905 de la section de géométrie de l'Académie des sciences, est publié sous forme biographique dans [Darboux 1906, p. 37-58] et [Darboux 1912, p. 116-172].
[14]Cf. [Poincaré 1913, rééd. 1948, p. 13-14].
[15]Le nombre des agrégations avait été réduit à deux par la réforme Fortoul , l'une pour les lettres, l'autre pour les sciences. Pasteur critique l'institution d'une seule agrégation pour les mathématiques, la physique, la chimie, et l'histoire naturelle, qui "rend nécessaire l'abaissement du niveau des épreuves." Dans des notes remises au ministre Rouland (8 mai 1858) il insiste sur "la nécessité d'une double agrégation", c'est-à-dire sur la spécialisation qui s'impose entre les mathématiques et la physique en particulier. Voir les rapports de Pasteur concernant la réforme de l'agrégation [Pasteur 1939, p. 147-155 et p. 166-170].
[16] La scolarité des élèves de l'ENS des années 1861 à 1864 figure aux Archives Nationales [AJ/61/36 à 38].
[17]Léon Charve entre à l'École Normale en 1869. Il est en 1880 maître de conférences et en 1881 professeur à la faculté des sciences de Marseille. Sa thèse passée en 1880 concerne l'application de la

"Elle était alors dirigée par Nisard, hautain, grand seigneur, dont Stéphan aimait à dépeindre les vêtements irréprochables, et par Pasteur, bourru, bienveillant, s'intéressant fort au recrutement de l'École, qui lui dut d'avoir conservé Darboux. Les élèves étaient alors soumis à une discipline dont on s'étonnerait fort aujourd'hui. Le concierge refusait la porte à ceux qui n'étaient pas coiffés d'un haut de forme aux reflets amortis, et revêtus d'un habit à queue qui les faisait reconnaître sur le boulevard Saint-Michel." [18]

La sévérité de Pasteur à la tête de l'ENS est proverbiale et ne va pas sans conflits avec les élèves. L'affaires dite des "haricots" au printemps 1863 se situe entre politique et discipline interne à l'École. Elle est relatée par la transcription des notes quotidiennes d'un élève de la promotion 1862, le futur historien Gabriel Monod, au cours de cette période[19] : *"1863 fut une année très troublée où les dissentiments entre la direction et les élèves furent parfois aigus"*. En février 1863 une manifestation de soutien à la "révolte polonaise", montée par la première année de lettres, conduit à l'arrestation par la police de neuf élèves qui sont "mis au poste". Parmi eux, il faut noter la présence de Gaston Darboux. Le nombre des élèves arrêtés ne permet pas de sévir et on se contente de transmettre l'indignation de M. le Ministre (Gustave Rouland) : dorénavant tout élève de l'École qui serait arrêté dans une manifestation serait exclu.
Peu de temps après une souscription est ouverte en faveur de la Pologne et les élèves versent 230F qui sont portés au journal *Le Temps* (5 mars 1863). Nisard se plaint de cette nouvelle affaire, de la publication de la souscription dans *Le Temps*, journal indépendant : *"Vous faites une souscription pour les Polonais, pourquoi pas pour les Russes ?"* Une affiche apparaît alors sur les murs de l'École accompagnée d'un portrait d'Épinal représentant l'Empereur :*"Achat de 100 000 fusils-Souscription pour les pauvres Russes-Avec autorisation de l'administration"*.
Les sanctions disciplinaires se multiplient alors envers les élèves (pour tabagie, pour avoir chanté *la Marseillaise* ...). Les élèves demandent le remplacement d' "un ragoût de mouton exécrable" servi le lundi. Pasteur entre en fureur et exige que le ragoût soit servi "jusqu'à ce que l'on en mangeât". La grève du réfectoire s'en suit. Deux élèves sont menacés d'exclusion si l'École continue de résister à son administrateur. Une lettre de démission collective des élèves circule si les sanctions sont appliquées... Elle est signée par plus de 70 élèves ; 21 s'abstiennent (il faut supposer que Lucas fait partie des démissionnaires car son nom ne figure pas parmi les scientifiques abstentionnistes de 2ème année, mais Darboux est opportunément "en congé"!).
Une visite du Ministre de l'Instruction publique est nécessaire pour calmer les esprits : *"Vous avez oublié votre dignité d'élève de l'ENS. Vous avez des sympathies pour la Pologne. Pourquoi l'exprimer par des gamineries, par le refus d'un plat..."* Les démissionnaires sont consignés 15 jours.
L'affaire semble assez vite oubliée, bien que Pasteur rappelle dans son rapport sur la section des sciences, lors de la séance de rentrée du 3 novembre 1864 :

---

théorie arithmétique à un nouveau mode d'approximation contenant les fractions continues, question jugée difficile par le rapporteur Charles Hermite (A. N. [AJ/16/5533]).

[18] *Annuaire des Anciens Élèves de l'ENS*, 1925, notice nécrologique d'Édouard Stéphan, p. 71-75.

[19] A. N. [AJ/61/194]. En janvier 1863 une loi de recrutement de la jeunesse polonaise dans l'armée russe entraîne un soulèvement en Pologne. La répression russe est féroce et l'opinion française s'émeut (4000 pétitions parviennent au Sénat). L'Empereur tente quelques démarches diplomatiques auprès du tsar, qui échouent. La France propose aux autres grandes puissances un Congrès sur la question polonaise : nouveau refus. Russie et Prusse signent le 8 février 1863 un accord dirigé contre la Pologne et l'insurrection nationale est écrasée par les troupes russes aidées des troupes prussiennes.

"La conduite des élèves n'a donné lieu à aucun reproche grave. Dieu merci ! Rien n'a rappelé, même de loin, cet acte d'insubordination pour lequel j'aurais eu des paroles sévères, si ce compte-rendu portait une date antérieure d'une année."[20]

Cependant le rang obtenu à l'agrégation, le soutien de Pasteur qui suit attentivement la carrière de ses anciens élèves, ouvrent à Lucas les portes de l'Observatoire de Paris. Il y occupera les fonctions d'astronome-adjoint dès octobre 1864 sous la férule d'Urbain Le Verrier.

[20]Cf. [Pasteur 1939, p. 192-194].

3-Quelques aspects du contexte scientifique français dans la deuxième moitié du XIXe siècle

Au moment où Lucas étudie encore à l'École Normale, la question du développement scientifique de la France prend une nouvelle importance que n'affaiblira pas la chute de l'Empire. Pasteur, entre autres, déploie dans les années 1860-70 de nombreux efforts pour persuader les instances gouvernementales de l'importance de la recherche scientifique qui devrait, selon lui, se développer principalement autour de l'Université. Il faut dire que cette dernière ne brille guère par son activité en ce domaine : les facultés scientifiques françaises manquent dramatiquement d'étudiants et le nombre de thèses soutenues (toutes disciplines scientifiques confondues) demeure très faible jusque vers l'année 1877 ; de tout le territoire national, la Sorbonne est presque seule concernée[1].
Le directeur des études de l'ENS oriente un certain nombre d'élèves vers la recherche ouvrant la voie vers le "haut enseignement", en contradiction avec la vocation première de l'École Normale qui est de pourvoir les lycées en enseignants. Lucas et Darboux, entre autres, échappent ainsi dans un premier temps à l'envoi dans un lycée.

Il nous faut évoquer quelques aspects du débat qui entoure alors la question du développement scientifique français et que la défaite de 1870 va exacerber.

L'objectif de Pasteur : surmonter "un mal profond"

Le retard de la science française, sur la science allemande en particulier, est un thème récurrent de la 2ème moitié du XIXe siècle, déjà pressenti antérieurement.

Les Français ont été conduits à s'intéresser au développement de leurs voisins et à craindre que la prééminence française ne soit remise en cause : le 6 avril 1847 le rapport de J.-B. Dumas au Ministre de L'Instruction publique souligne la richesse des universités étrangères comparée à celle de la Sorbonne et propose une série de réformes de l'enseignement scientifique ; Le Verrier se plaint en 1849 des déficiences de l'astronomie française. Les mises en garde des scientifiques restent sans impact réel avant le Second Empire. En 1860 émerge une approche un peu différente des questions scientifiques : la notion de recherche scientifique, par le biais des "découvertes", est mise en avant comme élément de la grandeur nationale.
Cet argument est utilisé par Pasteur en août 1861 dans une lettre au Directeur de l'enseignement supérieur, où il n'hésite pas à écrire:
"Quand la science sera-t-elle dignement encouragée dans notre pays ? Vous seriez humilié, Monsieur le Directeur, si vous parcouriez les laboratoires des plus humbles

---

[1]Terry Shinn avance les chiffres suivants : avant 1877, on ne trouve que quelques étudiants dans les facultés scientifiques de province, et à peine une centaine à Paris. La croissance débute quand le gouvernement en 1877 donne 160 bourses à des étudiants aspirant à la licence ès-sciences. Ainsi en 1888, 1300 étudiants sont comptabilisés dans les différentes facultés des sciences, le plus fort groupe étant à Paris (source : Petit de Julleville, *Statistiques de l'enseignement supérieur*, R. I. E. 1, 1890, p. 243-244).
Avant 1877, 200 doctorats seulement sont délivrés par les facultés des sciences, 86% d'entre eux étant soutenus à la Sorbonne. Pendant les 25 années suivantes, plus de 400 doctorats le sont, dont 18% à la Sorbonne. Cf. [Shinn 1979, p. 308].
Thomas Archibald évalue à 74 le nombre de thèses en sciences mathématiques soutenues entre 1866 et 1890 ("Les mathématiques françaises à la fin du XIXe siècle vues à travers les thèses", communication au colloque"Equinoxe d'automne 1999" de l'Université Paris 7-Denis Diderot, 17-18 septembre 1999).

universités de l'Allemagne ou de l'Angleterre. Nous servions de modèles il y a vingt ans pour nos voisins. Ils nous ont tellement devancés qu'aujourd'hui ils se rient de notre misère. Et déjà on en voit les fruits. Vous entendrez bientôt parler des plus admirables découvertes sur deux nouveaux métaux alcalins et sur la constitution et la nature des substances qui composent l'atmosphère du soleil. Vous aurez en même temps la douleur d'apprendre que la France est absente de ces admirables résultats et que la science les doit à peu près tout entiers à deux savants de la petite université d'Heidelberg, MM. Bunsen et Kirchhow.
Dans vingt ans nous serons à la remorque de l'Allemagne et de l'Angleterre, si les choses restent ce qu'elles sont. Croyez-moi, Monsieur le Directeur, le mal est profond. J'aurais bien à vous dire sur ce sujet." [2]

La volonté de surmonter ce "mal profond" passe par la promotion de la science et de ses applications. Celle-ci participe d'un mouvement international où la concurrence entre nations commence à servir d'argument à chaque communauté.
Ce mouvement est amplifié en 1864 par le rapport d'Adolphe Wurtz* au Ministre Victor Duruy sur l'état des laboratoires de chimie à l'étranger, rapport dont la conclusion est défavorable à la France :
"Il s'agit là d'un intérêt de premier ordre, de l'avenir de la chimie en France. Cette science est française et à Dieu ne plaise que notre pays s'y laisse devancer. Et le danger existe, car on peut affirmer que le mouvement scientifique, tel qu'il se manifeste par le nombre des découvertes et des publications utiles, s'est prononcé davantage, dans ces dernières années, en Allemagne qu'en France. L'impulsion est partie de notre pays ; mais elle s'est propagée avec une grande puissance au delà de nos frontières." [3]

Le débat se développe ainsi au niveau institutionnel dans les années 1860. A la fin de l'année 1867, Victor Duruy insiste sur les lacunes que présente l'enseignement supérieur où la prépondérance française n'est plus incontestée[4]. Pour tenter d'y remédier, intervient en 1868 la création de l'École Pratique des Hautes Études.
Le profond choc psychologique et moral de la défaite de 1870 ne fera qu' approfondir le débat et créera un contexte favorable aux réformes pendant la phase fondatrice de la Troisième République. La référence à la structure de la science à l'étranger devient alors une arme utile pour conseiller et obtenir des changements en France (par exemple dans le domaine universitaire). Après la guerre de 1870, la symbiose entre science et patriotisme devient encore plus marquant.

Ainsi en mars 1871 Pasteur donne à nouveau son sentiment sur le développement de la science en Allemagne :
"En 1870 [...] hélas ! la prééminence due à la science s'était déplacée [...] Cette nation rivale avait su porter la meilleure part de sa considération et de ses sacrifices sur les travaux de l'esprit, dans ce qu'ils ont de plus élevé et de plus libre, sur les progrès de la science dans ce qu'ils ont de plus désintéressé, à ce point que le nom de l'Allemagne est lié [...] à celui de l'Université.
Elle a compris, cette nation, qu'il n'existe pas de sciences appliquées, mais seulement des applications de la science, et que ces dernières ne valent que par les découvertes qui les alimentent."[5]

---

[2] Lettre de Pasteur au Directeur de l'Enseignement supérieur, 2 août 1861, A. N. [F/17/4238].
[3] A. N. [F /17 /4020], rapport d'Adolphe Wurtz au Ministre de l'Instruction publique, 10 décembre 1864.
[4] *Conseil impérial de l'Instruction publique*, 9 décembre 1867, A. N. [F /17/ 12958].
[5] Cf. [Pasteur 1871].

Quelques éléments d'appréciation d'après les témoignages de Darboux et Hermite

La notion de recul scientifique est présente pendant bien des années dans la correspondance de Gaston Darboux avec Jules Houël*[6], et dans celle de Charles Hermite avec Gösta Mittag-Leffler*[7]. La comparaison internationale n'est guère favorable à la science française comme l'ont développé Wurtz et Pasteur.
En mathématiques, l'isolement du milieu français semble être une première cause de l'inquiétude que l'on perçoit dans les lettres de Darboux à Houël (non datées mais postérieures à 1869) :

"Je m'inscris en faux contre votre appréciation de Bismarck. Dans vingt ans, les Allemands auront, grâce à cet animal, la centralisation, l'École Polytechnique et plus d'Universités ; voilà le vrai".

"Je vous disais donc quand M. Chasles est venu que nous avons besoin de refaire notre enseignement supérieur. Je pense que vous êtes du même avis, les Allemands nous enfoncent par le nombre, là comme ailleurs. Je crois que si cela continue les Italiens nous dépasserons avant peu. Aussi tâchons avec notre Bulletin de réveiller ce feu sacré et de faire comprendre aux Français qu'il y a un tas de choses dans le monde dont ils ne se doutent pas, et que si nous sommes toujours la Grrrande nation, on ne s'en aperçoit guère à l'étranger".

"Du reste, ceci est bien entendu tout à fait confidentiel, la plupart des membres de l'Académie ne s'occupent en aucune manière des travaux publiés à l'étranger [...] Il n'y a pas à l'Institut un mathématicien sachant l'allemand. Mais je vous en prie ne me mettez pas cela sur le dos".

"Bourget[8] à la Philomatique soutient que nous étions supérieurs aux allemands en science. Vous voyez d'ici la thèse : ils produisent plus, mais c'est mal fait. Je lui ai répliqué qu'alors nous joignions à l'ignorance l'orgueil castillan..."

"Il y a des gens qui ne sont jamais sortis de leur trou, qui ne savent pas l'allemand et qui ne connaissent pas la science. [...] Je fais venir tous mes vieux livres d'Allemagne".

Lettre de Darboux à Houël (5 mars 1870) :
"Tous nos géomètres d'ailleurs, quoique tous fort distingués, semblent appartenir à un autre âge. Ce sont des savants éminents restés à la science d'il y a vingt ou trente ans qu'ils perfectionnent, développent avec beaucoup de succès, mais toutes les branches

---

[6]A la fin de l'année 1869, l'École Pratique des Hautes Études décide de créer une nouvelle revue, le *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, dont l'objet est de recenser et d'analyser l'ensemble de la production mathématique en France et à l'étranger. Ses fondateurs en sont Gaston Darboux, alors professeur à Louis-le-Grand, et Jules Houël, universitaire bordelais. Leur collaboration à la rédaction du *Bulletin* dure plus de dix ans et leur correspondance est connue par les lettres de Darboux (Archives de l'Académie des sciences, dossier personnel de Gaston Darboux).
Les lettres écrites de décembre 1869 à novembre 1871, en particulier pendant le siège de Paris, ont fait l'objet d'une publication [Gispert 1987].
[7]Cf. [Hermite 1984, Dugac (éd.)] et [Hermite 1988, Dugac (éd.)].
[8]Justin Bourget, né en 1822, est élève de l'École Normale Supérieure en 1845 ; agrégé, il enseigne au lycée puis, en 1854, à la Faculté des sciences de Clermont-Ferrand. En 1867, il devient directeur de l'École Sainte-Barbe à Paris et, en 1878, recteur de l'Académie d'Aix. Il est directeur du *Journal de mathématiques élémentaires* depuis 1877.

modernes sont pour eux très accessoires. Serret a des préventions contre les coordonnées homogènes, il expose les déterminants comme vous avez vu dans son* Algèbre Supérieure*. C'est un élève distingué de Lagrange, mais il ignore bien des choses modernes. Mais je vous en prie, ne communiquez ce jugement à personne, il pourrait attirer sur moi la foudre et la tempête et je n'y tiens nullement. Quant à l'École Polytechnique, on se rendra compte plus tard de la valeur des rengaines qui ont cours sur elle et de son influence sur le développement scientifique, je ne vous dis que ça."*

Cet isolement est accentué par le manque d'équipements scientifiques encore flagrant en 1880 :
Lettre de Darboux à Houël du 25 mai 1880 : *"Il n'y a pas à Paris une bibliothèque scientifique convenablement organisée et je ne trouve pas d'écho lorsque, voyant gaspiller tant d'argent, je m'épuise à demander la création d'une grande bibliothèque scientifique."*
Lettre de Darboux à Houël non datée : *"Ce qu'il y aurait à créer, ce serait une bibliothèque mathématique vraiment sérieuse à Paris. Il n'y a rien de semblable et quand je n'ai pas un livre, je ne sais où le trouver. La bibliothèque de l'École Normale est tenue d'une manière pitoyable [...] à la Bibliothèque Nationale on n'a pas les Mathematische Annalen."*

Gaston Darboux critique aussi durement le niveau des facultés de province qu'il considère comme *"des maisons de retraite pour des professeurs de lycée incapables de faire leur cours."* (lettre à Houël non datée)[9]

Hermite peut écrire en 1881 à Mittag-Leffler dans sa lettre du 8 mars :
"La France qui a pu si justement se laisser appeler la grande nation, dont le passé est chevaleresque et héroïque, s'abaisse et descend toujours depuis dix ans".

Une démarche délibérée : les traductions d'ouvrages étrangers

Une façon de "moderniser" la science française consiste à diffuser les recherches étrangères et des tentatives de mise à jour en ce sens sont entreprises sous l'Empire. Diverses publications scientifiques sont alors créées et font une place aux traductions.

1-Les *Annales scientifiques de L'École Normale Supérieure*
Elles sont crées en 1864 pour publier les travaux de normaliens et se trouvent rapidement utilisées pour la diffusion des travaux d'auteurs étrangers.

La première série des *Annales* est dirigée par Louis Pasteur (de 1864 à 1870), avec en mathématiques, la participation de Briot, Hermite, Puiseux. L'analyse de cette première série nous montre que les travaux de Leopold Kronecker de 1861 à 1863 demeurent inconnus de la plus grande partie des scientifiques français jusqu'en 1866. Les méthodes astronomiques "très répandues en Allemagne" depuis les années 1837 et 1852 ne sont diffusées en France qu'en 1868. L'étude des fonctions elliptiques effectuée entre 1827 et 1830 par Carl Gustav Jacobi n'est traduite qu'en 1869, ainsi que l'interprétation italienne de la géométrie non euclidienne.

On relève en effet dans la première série des *Annales* :

---

[9]Cf. [Gispert 1987, p. 97].

- une traduction en 1866 par J. Houël des recherches de Kronecker[10] : sur ses travaux algébriques (1861) ; sur une nouvelle propriété des formes quadratiques de déterminant négatif (1862) ; sur la multiplication complexe des fonctions elliptiques (1862) ; sur la résolution de l'équation de Pell au moyen des fonctions elliptiques (1863).
- une étude en 1868 "sur le calcul numérique des perturbations des petites planètes au moyen de quadratures" par Louis-Jules Gruey[11]. Les références allemandes sont celles des travaux de Johann Encke (1837, dans le *Berliner astronomisches Jahrbuch* , et 1852 dans *Astronomische Nachrichten*). Gruey présente ces deux méthodes très répandues en Allemagne, qui se rapprochent de celles que Laplace a données au livre IX, tome IV de sa *Mécanique Céleste.* Encke, inspiré des cours donnés par Gauss en 1812, parvient à appliquer des techniques d'interpolation au calcul des perturbations : il s'agit d'intégrer numériquement, par approximations successives, un système différentiel déterminant le mouvement d'une petite planète (Pallas). Encke, à la suite de Gauss, utilise des formules de quadrature simple et double issues de la série de Newton-Stirling et de la série de Newton-Bessel. Ces méthodes d'intégration sont exposées dans la thèse de Gruey[12].
- en 1869 onze lettres de Jacobi à Legendre (de 1827 à 1830) sur la théorie des fonctions elliptiques[13]. On y trouve des recherches sur les nombres, ainsi que la résolution trigonométrique du problème de Pell.
- en 1869 un essai d'interprétation de la géométrie non euclidienne[14] et la théorie des espaces de courbure constante[15] par Eugenio Beltrami, dans une traduction de Houël.

Dans la deuxième série dirigée par Henri Sainte-Claire Deville (de 1872 à 1881), on peut remarquer que, si un article de Jules Tannery de 1875 sur les "propriétés des intégrales des équations différentielles linéaires à coefficients variables"[16] se réfère aux travaux allemands d'Immanuel Fuchs (1866), Gaston Darboux dans son " Mémoire sur les fonctions discontinues"[17] de 1875 fait référence à des travaux plus récents de Hermann Hankel (1870) sur les fonctions continues sans dérivées et de Felix Klein (Sitzungberichte de la Société d'Erlangen, 1873). Émile Picard traduit en 1879 le *Mémoire sur les fonctions analytiques uniformes*[18] de Karl Weierstrass paru en 1876 à Berlin, traduction revue par Weierstrass lui-même, et publie en 1880 un *Mémoire sur les fonctions entières* [19] (références Weierstrass et Fuchs).
En astronomie, Benjamin Baillaud expose en 1876 la méthode de Hugo Gyldén (directeur de l'observatoire de Stockholm) pour le développement des perturbations des comètes[20]. En 1878, Félix Tisserand* publie un complément à sa thèse[21] : *"sur un point important de la théorie des perturbations planétaires"* ; il y effectue un rapprochement

---

[10]*Annales scientifiques de L'École Normale Supérieure*, 1ère série, tome **3**, 1866, p.279-308.
[11]Ibid., 1ère série, tome **5**, 1868, p.161-227. La biographie de Gruey fait l'objet d'une étude spécifique dans le chapitre 4 consacré à l'Observatoire de Paris.
[12]Cf. [Gruey 1868]. A propos des méthodes numériques utilisées par Gruey, on peut consulter [Tournès 1998].
[13]Ibid., 1ère série, tome **6**, 1869, p.127-175.
[14]Ibid., 1ère série, tome **6**, 1869, p. 251-288.
[15]Ibid., 1ère série, tome **6**, 1869, p. 347-375.
[16]Ibid., 2e série, tome **4**, 1875, p.113-182.
[17]Ibid., 2e série, tome **4**, 1875, p.57-112.
[18]Ibid., 2e série, tome **8**, 1879, p.111-150.
[19]Ibid., 2e série, tome **9**, 1880, p.145-166
[20]Ibid., 2e série, tome **5**, 1876, p. 355-398.
[21]Cette thèse constitue une confirmation et une extension de la méthode de Delaunay pour l'étude des mouvements de la Lune autour de la Terre. Cf. [Tisserand 1868].

entre les mémoires de Lagrange et Jacobi[22]. Gyldèn écrit en 1879 "sur la sommation des fonctions périodiques" [23].

La direction des *Annales* incombe au chimiste Henri Jules Debray de 1882 à 1888 et à Charles Hermite à partir de 1889. La troisième série qui commence en 1884 contient des notes de Rudolf Lipschitz (professeur à Bonn) sur la théorie des fonctions elliptiques[24], d'Émile Picard sur les fonctions hyperfuschsiennes[25] et de Felix Klein (professeur à la faculté de Göttingen) qui présente des "considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes" (programme d'Erlangen de 1872)[26].
On peut considérer que les *Annales* contribuent effectivement à rapprocher la date de parution des mémoires étrangers de celle de leur publication en France.

2-*Le Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques.*
L'objet du *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques* est, à la fin de l'année 1869, nous l'avons vu, de recenser et d'analyser l'ensemble de la production mathématique en France et à l'étranger. Les lettres de Gaston Darboux à Jules Houël abondent en références à l'école mathématique allemande, aux travaux belges, italiens, russes, américains, danois, etc. La part d'articles étrangers dans le *Bulletin* est exceptionnelle à cette époque : dans la revue bibliographique seulement un quart des articles rendent compte de travaux français, la moitié des auteurs analysés étant de langue allemande. On peut se reporter aux analyses de la correspondance et du *Bulletin* présentes dans [Gispert 1983, 1984, 1985].
Nous nous bornons à citer en quels termes Darboux fixe les objectifs de son *Bulletin* ouvert à la collaboration internationale :

Lettre du 8 février 1881 : *"Weierstrass m'a renvoyé une traduction de Tannery avec quelques observations. [...] Je vous enverrai ladite traduction en laquelle vous pourrez avoir toute confiance puisqu'elle a été revue par Weierstrass lui-même. Nous avons encore envoyé au grand Berlinois, à celui qu'Hermite appelle toujours le grand législateur des mathématiques, une traduction d'un travail plus étendu".*

Lettre du 24 septembre 1881 : *"Notre publication a été fondée pour mettre les Français, nos compatriotes, au courant des progrès de la science à l'étranger. Et nous avons toujours compris dans notre plan la publication de traductions des mémoires importants publiés en Allemagne, en Italie ou en Angleterre.*
Les principales publications sont analysées très régulièrement et d'une manière développée. Je crois que nous donnons à nos lecteurs une idée suffisamment exacte du mouvement et du progrès des diverses branches de la science mathématique".

Lettre du 15 mai 1882 : *"Ne pourriez-vous pas écrire à Lampe pour le prier de nous fournir une analyse des thèses allemandes et surtout lui demander s'il ne pourrait pas nous procurer un compte-rendu des beaux travaux que Kronecker vient de publier et qui méritent à un si haut degré d'être connus en France".*

L'émergence scientifique de l'ENS profite à l'Université

---

[22]Ibid., 2e série, tome **7**, 1878, p. 261-274.
[23]Ibid., 2e série, tome **8**, 1879, p. 203-238.
[24]Ibid., 3e série, tome **2**, 1885, p. 315-320.
[25]Ibid., 3e série, tome **2**, 1885, p. 357-384
[26]Ibid., 3e série, tome **8**, 1891, p. 87-102 et 173-199.

Les efforts de Pasteur pour l'émergence scientifique de l'ENS portent leurs fruits dans le temps[27]. Le prestige des fonctions dans les classes préparatoires parisiennes éclipse longtemps aux yeux des normaliens l'attrait de l'obtention d'une chaire dans une petite faculté provinciale aux auditoires fantomatiques et aux équipements dérisoires. Cependant sous la troisième République, le mouvement de création de chaires profite largement aux professeurs issus de l'ENS[28]. Le niveau des étudiants dans les universités de Paris et de province s'élève d'un même mouvement, grâce à des réformes du contenu de la licence ès-sciences mathématiques et grâce à une nouvelle génération d'enseignants.

Gaston Darboux, devenu maître de conférences à l'ENS, voit dès 1878 monter le "niveau" des candidats au concours d'entrée de l'École et les défections en faveur de l'École Polytechnique devenir moins nombreuses :

Lettre de Darboux à Houël du 30 septembre 1878 : *"Le nombre des candidats* [à l'ENS] *augmente constamment et il devient très difficile d'être reçu. Nous allons de moins en moins loin sur la liste et, tandis qu'à mon entrée à l'École, on était obligé d'aller jusqu'à 36 pour 14, nous espérons cette année aller au plus à 25 pour 15 élèves. De plus le 20ème a une moyenne de 14 à l'examen oral, ce qui représente une moyenne de 16 environ dans les examens de sa classe."*

Lettre de Darboux à Houël du 21 juillet 1880 : *"Il y aurait de grands inconvénients à revenir sur la licence. Il y a quelques années, à Paris comme en province, nous faisions de mauvais licenciés ; mais le niveau des examens s'est beaucoup élevé et actuellement nous avons et vous devez avoir aussi des réponses beaucoup plus satisfaisantes."*

Cependant que Hermite envisage une possible remontée de l'influence française en mathématiques dans sa lettre à Mittag-Leffler du 22 août 1882 : *"Il faut mon cher ami que les Français justifient la crainte exprimée par M. Weierstrass, que le centre de gravité des mathématiques se déplace en se fixant chez nous, comme au commencement du siècle."*

La prééminence de l'École Polytechnique

Beaucoup de polytechniciens ont été attirés par les carrières industrielles, ce que constate Pasteur au lendemain de la défaite de 1870 :

"La triste vérité est que le Muséum et l'École Polytechnique ne forment plus de savants [...] Ce n'est pas que les élèves de cette grande école soient moins nombreux qu'autrefois ou moins capables que leurs aînés [...] Mais le cours des choses les invite à porter le fruit de leurs veilles dans les opérations de l'industrie, telles que l'exploitation des mines, la construction des chemins de fer, etc."[29]

Les polytechniciens, enseignant dans les Facultés, au Collège de France, à l'École Polytechnique, siégeant à l'Académie, ont cumulé de multiples fonctions au détriment de leurs travaux scientifiques ; ils forment en 1870 d'après Darboux le gros des géomètres "d'un autre âge".

---

[27]Cf. [Hulin 1994] : dès 1858, l'ouverture de l'ENS vers l'enseignement supérieur se traduit par l'existence de 5 postes d'agrégés-préparateurs (un en mathématiques, un en physique, un en chimie, deux en histoire naturelle). On peut consulter aussi [Zwergling 1980].

[28]Voir la statistique donnée par Christophe Charle [Charle 1994, p. 149] : dans les années 1890 les normaliens occupent pratiquement toutes les places disponibles à Paris et en province pour les chaires de mathématiques (67,5%), d'astronomie (72,7%), de physique (84,8%). Voir également [Andler 1994] : dans les années 1830-49, 21% des normaliens scientifiques effectuent une carrière universitaire ; dans la décennie 1884-94, ce chiffre est de 34%.

[29]Cf. [Pasteur 1871].

Lettre de Darboux à Houël non datée : *"Je ne suis devenu fort en géométrie que depuis que je suis professeur de mathématiques spéciales. Serret, Bertrand et autres auraient fait plus de travaux si, en ayant moins de chaires, ils eussent eu plus de leçons. Il est vrai que l'État devrait leur donner un traitement qui les dispensât de cumuler. Voilà mon avis".* [30]

Ainsi l'émergence scientifique de l'École Normale ne va pas sans quelque compétition avec l'École Polytechnique, dont l'écho retentit loin dans la deuxième moitié du XIXe siècle, à l'occasion de certaines élections à l'Académie des sciences et à l'École Polytechnique[31].

Lettre de Hermite à Mittag-Leffler du 28 mars 1881 (à propos de l'élection de Camille Jordan opposé à Gaston Darboux à l'Académie des sciences) : *"Entre eux se pose une question qui divise l'Académie. C'est la question d'origine, suivant qu'on soit de l'École Polytechnique ou de l'École Normale. Les polytechniciens sont humiliés que dans les deux dernières élections ce soient les normaliens qui soient entrés à l'Académie".*
Lettre de Hermite à Mittag-Leffler du 9 avril 1895 : *"La crise que traverse l'École Polytechnique a eu pour effet la mise à la retraite d'office de deux professeurs, Mr. Resal et Mr. Bertrand tout récemment. La chaire d'Analyse de Mr. Bertrand étant vacante, le Commandant de l'École a proposé à Picard de se porter candidat [...] Picard est sorti de l'École Normale, à laquelle actuellement l'École Polytechnique porte une animosité extrême, absolument déraisonnable [...] La question du mérite scientifique disparaît complètement, la compétition entre les deux grandes Écoles subsiste seule et fait disparaître toute autre considération. Picard est on ne peut plus embarrassé...".*
Lettre de Hermite à Mittag-Leffler du 17 juin 1895 (après l'échec de la candidature de Picard à l'École Polytechnique) : *"Ce sera un nouvel exemple, après Bouquet et Mr. Friedel l'illustre chimiste, de l'injustice et de la jalousie de l'École Polytechnique contre l'École Normale. L'impression a été très vive et ne s'effacera point, tant l'iniquité est flagrante [...] Ce sont les professeurs, les hommes de science, qu'on a entendu poser en principe absolu que les places de l'enseignement à l'École Polytechnique devaient être réservées exclusivement aux anciens élèves, et leur être attribuées dès qu'ils présentaient de suffisantes garanties de mérite. Vous jugerez du caractère qu'a eu la discussion par ce fait, que Mr. Cornu a donné lecture au Conseil d'une brochure publiée par Mr. Pasteur en 1872, où l'illustre savant prenant en main, peu après la guerre, la cause du relèvement des études scientifiques faisait la comparaison entre les deux grandes Écoles, et proclamait l'éclatante supériorité de l'École Normale. C'était la lutte ouverte, la guerre déclarée, et dans ces conditions l'échec de Picard normalien était inévitable."*

Quelques études récentes

[30]Archives de l'Académie des sciences, dossier personnel Darboux.
[31]On peut consulter dans [Andler 1994, p. 354] l'évolution comparative du nombre de polytechniciens et de normaliens à l'Académie des sciences (sections de géométrie et mécanique) au cours du XIXe siècle : entre 1817 et 1839, 6 des 12 nouveaux élus sont polytechniciens, aucun n'est normalien ; entre 1840 et 1864, la totalité des 14 nouveaux élus sont polytechniciens ; entre 1865 et 1889, 12 des 20 nouveaux élus sont polytechniciens et 4 sont normaliens ; entre 1890 et 1914, 9 nouveaux académiciens sont élus, 5 polytechniciens et 4 normaliens.

Sur la période considérée, une étude récente de l'historien Christophe Charle évoque "l'impossible modèle allemand", après que Claude Digeon ait parlé de " la crise allemande de la pensée française"[32].
Christophe Charle étudie la prise de conscience qui suit la défaite de 1870-71 dans le monde des enseignants français, et qui conduit à l'élaboration d'un nouveau "modèle" universitaire : *"Le modèle allemand apparaissait en effet, à cette époque, comme la seule alternative au système napoléonien sclérosé."* [33] Néanmoins le faisceau d'expertise, répertorié sur une vingtaine d'années à travers les rapports de la *Revue internationale de l'enseignement*, n'aboutit pas dans ces années-là à une critique uniformément élogieuse du système allemand. Si le développement de la recherche dans les universités allemandes est apprécié, le caractère utilitariste de l'enseignement, où la culture générale régresse face à la spécialisation, l'est moins. La logique générale du système français de l'époque (centralisation, continuité des carrières entre enseignement secondaire et universitaire) présente bien des incompatibilités avec le système voisin, jugé plus concurrentiel et plus inégalitaire. La notion de "retard" de l'un des systèmes par rapport à l'autre perd en ce sens quelque pertinence.

Claude Digeon analyse pour sa part l'état d'esprit d'un certain nombre d'intellectuels français liés au monde littéraire essentiellement, après la défaite de 1870-71. La rapidité des cataclysmes qui secouent la France (défaite devant la Prusse et tragédie de la Commune) disqualifie aux yeux de beaucoup d'entre eux les élites de l'Empire[34]. Conservateurs aussi bien que républicains sont confondus par le désastre ; certains y voient le doigt de Dieu, d'autres l'expiation du 2 décembre... Un vide spirituel se produit qu'il faut combler et une certaine libération des esprits en résulte. Au règne militaire doit succéder celui de l'esprit. Une idée court selon laquelle l'Allemagne doit sa victoire à son élite savante. C'est l'instituteur prussien, l'enseignement supérieur prussien qui auraient triomphé de la France, après avoir vaincu en Autriche. L'intelligence française se doit d'assumer le même rôle national, l'idée d'une "revanche" scientifique pointe : on veut égaler l'Allemagne sur son propre terrain[35]. Pour cela une rénovation universitaire est indispensable ; elle devient un des enjeux de la IIIe République.

De nombreuses études contemporaines se réfèrent au "retard" qui aurait été pris par la science française et qui se serait amplement confirmé au moment du conflit franco-prussien[36]. Certaines soulignent la centralisation excessive de la France et l'isolement

---

[32] Cf. [Digeon 1959], [Charle 1994].

[33] Cf. [Charle 1994, p.22].

[34] Gustave Flaubert , lettre à Maxime Du Camp, 28 septembre 1870 :
"Nous payons le long mensonge où nous avons vécu, car tout était faux : fausse armée, fausse littérature, faux crédit et même fausses putains." [Flaubert, *Correspondance*, Gallimard Folio, 1975, p. 576-578]. Une lettre semblable est envoyée à George Sand le 30 avril 1871, voir [G. Flaubert - G. Sand, *Correspondance*, Flammarion 1981, p. 331-334].

[35] On trouve encore en 1881 chez Émile Zola l'appréciation sans nuance de la position d'Ernest Renan :
"Mais s'il cherchait à insinuer que la rhétorique et l'idéal restent les seules armes avec lesquelles on peut conquérir le monde, que nous serons d'autant plus forts et d'autant plus grands que nous resterons plus aveuglément soumis à la vieille culture française représentée par l'Académie, je dirais qu'il professe là une opinion bien dangereuse pour la nation. Ce qu'il faut confesser très haut, c'est qu'en 1870 nous avons été battus par l'esprit scientifique[...] L'esprit scientifique nous a battus, ayons l'esprit scientifique avec nous si nous voulons battre les autres." [Zola, *Le Roman expérimental, Lettre à la jeunesse*, Ed.Charpentier, Paris 1881, p. 97].

[36] On peut consulter [Ben David 1970], [Paul 1972], [Crosland 1976], [Shinn 1979], [Fox and Weisz 1980], [Paul 1985].

relatif des universitaires français. Cependant Harry W. Paul[37], se référant à l'état de choc qui affecte la pensée française après la guerre de 1870, estime qu'au sein de la "communauté scientifique" (c'est le terme employé) la surprise consécutive à la défaite est moins grande que dans le reste de la population. Pour Maurice Crosland l'un des effets remarquables du siège de Paris est un appel à la science afin d'obtenir une victoire rapide sur les prussiens ; son échec entraîne une réflexion sur l'organisation de l'éducation et de la science elle-même après la guerre (décentralisation, création de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences par exemple). Un groupe brillant de mathématiciens tels Darboux, Picard, Poincaré, Hadamard, Appell, Borel, Painlevé contribue ultérieurement à élever la Sorbonne au rang de grand centre mathématique mondial.

Un condisciple d'Édouard Lucas à l'École Normale : Gaston Darboux

Documents consultés : A. N. [AJ /16/ 5946] [F/17/23271] ; dossier personnel Gaston Darboux, Archives de l'Académie des sciences.

Gaston Darboux est né à Nîmes en 1842 dans une famille protestante. Orphelin de père à 7 ans, il est élevé par sa mère mercière et fait un début d'études médiocres dans une école protestante puis au lycée. Il faut attendre la classe de mathématiques spéciales à Montpellier, pour que son maître, M. Berger, lui donne la vocation de l'enseignement. Il est reçu premier à l'École Polytechnique et à l'École Normale, succès sans précédent pour un lycée de province ; le choix que fait Darboux apparaît surprenant à Nîmes aussi bien qu'à Paris.
"Renoncer au chapeau et à l'épée de Polytechnicien, renoncer au double galon d'or et au manteau dont un pan était rejeté sur l'épaule, préférer aux espérances brillantes qu'offrait la carrière des Mines ou des Ponts le titre de professeur et la modestie des fonctions d'enseignement, je crois que cela ne s'était pas vu encore" dit Lavisse à Darboux, dans l'allocution qu'il lui adresse le jour de son jubilé (21 janvier 1912) au nom de l'École Normale, appréciation que confirme Darboux dans sa réponse :
"Ce choix fit sensation, je dois l'avouer. Frémy, dont je devais plus tard devenir le confrère, prononça même le mot de scandale. La vérité est qu'ayant du goût pour l'enseignement il me sembla naturel de préférer l'École où l'on se préparait précisément à l'enseignement [...] Mon rêve était de revoir la pure lumière du Midi, de succéder à mon cher professeur Berger dans la chaire de mathématiques spéciales de ce lycée de Montpellier où s'étaient écoulées deux des années les plus heureuses de ma vie. Ce rêve, tu sais que je n'ai pu le réaliser. C'est mon frère Louis qui, par sa vie tout entière passée au lycée de Nîmes, a acquitté ma dette envers l'enseignement secondaire et envers mon pays natal."[38]

Pasteur fait tout pour déterminer cette orientation. Il obtient que Darboux soit autorisé à suivre dès la première année d'école les cours du Collège de France, promet de favoriser sa carrière scientifique, fait créer pour lui à l'ENS un poste d'agrégé-préparateur en mathématiques que son ancien élève occupera de 1864 à 1866, après qu'il ait été reçu premier à l'agrégation. Darboux termine sa thèse en 1866 "sur les surfaces

[37]Cf. [Paul 1972].
[38]Cité dans le discours de M. Vessiot, directeur de l'École Normale Supérieure, *Recueil des discours prononcés à Nîmes, le 22 octobre 1933, à l'occasion de l'inauguration des bustes de Gaston Boissier et de Gaston Darboux*, Nîmes, Larguier (éd.), 1933, p. 45-50.

orthogonales" devant un jury composé de Chasles, Serret et Bouquet, thèse si brillante qu'il supplée alors pendant un an Joseph Bertrand au Collège de France.
Il devient ensuite professeur de mathématiques spéciales au lycée Louis-le-Grand de 1867 à 1872, puis maître de conférences à l'École Normale en 1872. A partir de cette date, il assure la suppléance de Liouville à la faculté des sciences pour le cours de mécanique rationnelle et de Chasles pour le cours de géométrie supérieure, tout en demeurant maître de conférences à l'ENS.
Il faut rappeler qu'à la fin de l'année 1869, l'École Pratique des Hautes Études décide de créer une nouvelle revue, le *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, dont la rédaction repose sur Darboux.

L'Institut lui attribue le prix Poncelet en 1876 et, en 1877, le grand prix des Sciences Mathématiques, non accordé depuis 1860 faute de candidat digne de l'obtenir.
En 1881 à la mort de Chasles, il devient titulaire de la chaire de géométrie supérieure à la faculté des sciences de Paris et doyen de celle-ci pendant quatorze ans (1889-1903).
Après l'instauration en 1880 d'un enseignement secondaire pour les jeunes filles, le gouvernement décide en 1881 de créer une école normale pour la préparation des professeurs femmes dans les lycées et collèges ; cette école est installée à Sèvres par Jules Ferry alors président du Conseil et ministre de l'Instruction publique et Gaston Darboux devient enseignant de mathématiques auprès des normaliennes :
"Ces occupations que j'ai prises à Sèvres sont bien intéressantes. Mais elles m'occupent plus que je n'aurais cru. Je vous garantis que si les garçons travaillaient comme les jeunes filles, nous n'aurions pas à nous plaindre. Chaque semaine j'ai un tas de copies à corriger." (lettre de Darboux à Houël, 5 mars 1882).

Pendant ses années de doyennat, le nombre d'étudiants de la faculté des sciences triple, passant de 675 en 1889 à 1896 en 1903. Cet accroissement numérique tient pour une large part à la création du P.C.N., à laquelle il contribue comme rapporteur devant le Conseil Supérieur de l'Instruction publique (il en devient plus tard le vice-président). Devant l'afflux des étudiants qui ne peuvent trouver place à la Sorbonne, Darboux réorganise l'implantation universitaire parisienne qui est étendue autour du Muséum[39].
Elu en 1884 à l'Académie des sciences, il en devient le secrétaire perpétuel pendant dix sept ans.
Lors de son Jubilé à la Sorbonne, Darboux peut constater en janvier 1912 :
"Venu à une époque de transition, à un moment où l'enseignement supérieur formait un tout inorganique, où la recherche scientifique était livrée au hasard des initiatives privées, je la vois aujourd'hui régulièrement organisée, prête à faire face aux légitimes exigences d'une grande nation."

Pour l'analyse de l'oeuvre scientifique de Gaston Darboux, surtout dans le domaine de la géométrie infinitésimale, on peut se reporter à l'éloge d'Émile Picard, son successeur à l'Académie des sciences (séance du 10 décembre 1917), et consulter le discours que prononce Elie Cartan à Nîmes (le 22 octobre 1933)[40].

Émile Borel et le directeur de l'École Normale concluent en 1933 :
"A cette époque en effet [en 1861], *si l'École Normale était la première école littéraire, l'École polytechnique était la première école scientifique. A l'Académie des sciences, dans les chaires de la faculté des sciences de Paris et au Collège de France, les*

---

[39]Discours de M. A. de Monzie, ministre de l'Éducation Nationale, ibid., p. 59-70.
[40]Discours d'Elie Cartan, ibid., p. 35-42.

polytechniciens étaient les plus nombreux et brillaient de plus d'éclat que les normaliens. Gaston Darboux eut cependant l'intuition que, pour consacrer sa vie à la recherche scientifique, il valait mieux se diriger vers l'enseignement que vers les carrières d'ingénieur. Son choix décisif détermina rapidement une orientation nouvelle de la jeunesse scientifique française."[41]
"L'élan des normaliens vers les recherches mathématiques, dont son entrée à l'École avait donné le signal, ne s'est plus ralenti depuis. Ainsi s'est fondée une école mathématique normalienne dont nous sommes fiers à bon droit. C'est à Pasteur et à Darboux qu'il faut en rapporter l'honneur."[42]

[41]Discours d'Émile Borel, ancien ministre, ibid., p. 54-58.
[42]Discours de M. Vessiot, ibid., p. 47.

4-La situation à l'Observatoire de Paris de 1864 à 1870

Le dossier administratif [F/17/22970] des Archives Nationales contient huit lettres d'Urbain Le Verrier au Ministre de l'Instruction publique[1] concernant la nomination et l'activité astronomique d'Édouard Lucas. Leurs dates sont : 10 septembre, 14 septembre et 21 septembre 1864 ; 27 décembre 1866 ; 3 février, 5 juillet, 21 août 1867 ; 29 juillet 1868. Deux lettres d'Henri Sainte-Claire Deville (9 février 1867 et 28 juillet 1871) figurent également dans ce dossier des Archives. Nous faisons figurer ces lettres dans la partie *Documents* de notre étude. Leur contenu est analysé au cours du chapitre qui suit, ainsi que du chapitre 5.

Les Normaliens à l'Observatoire

Après la découverte de la planète Neptune en 1846, Urbain Le Verrier obtient une chaire d'astronomie à la Sorbonne. A la mort d'Arago, il est nommé à la tête de l'Observatoire de Paris le 31 janvier 1854 ; il a le soutien de l'Empereur, de l'Église. Il n'est pas dans notre intention d'analyser ici l'ensemble de son oeuvre scientifique considérable et controversée. On pourra consulter à ce sujet en particulier le *Dictionnaire biographique des astronomes français (1850-1950)* de Philippe Véron (en préparation). Signalons toutefois que l'arrivée à l'Observatoire de Le Verrier est marquée par le retrait de tous les astronomes formés par Arago, à l'exception d'Yvon Villarceau.
Le Verrier a besoin d'un personnel nouveau, nombreux et qualifié, pour l'Observatoire de Paris et pour celui de Marseille qu'il rénove. Il puise parmi les jeunes agrégés de l'École Normale Supérieure avec l'appui de Pasteur, prêt à encourager les vocations pour la recherche scientifique et la réalisation de thèses. L'Observatoire constitue un "débouché" naturel des élèves de l'ENS. Sont ainsi recrutés entre 1862 et 1866 :

en 1862 : Hippolyte Marié-Davy* (entré à l'ENS en 1840) ; Charles Wolf* (1848) ; Émile Barbier* (1857) ; Édouard Stéphan* (1859).
en 1863 : Georges Rayet* (1859).
en 1864 : Claude-Emile Fron* (1856) ; Léon Sonrel* (1859) ; Édouard Lucas (1861).
en 1865 : Charles André* (1861) ; Louis-Jules Gruey (1859).

---

[1]Il s'agit de Victor Duruy (1811-1894) :
Victor Duruy est né en 1811 dans une famille modeste, son père est ouvrier à la manufacture des Gobelins. Il effectue des études classiques, entre à l'École Normale en 1830, en sort agrégé et enseigne l'histoire au lycée de Reims puis au lycée Henri IV à Paris. Docteur-ès lettres en 1853, il est inspecteur d'académie en 1861 puis maître de conférences à l'École Normale et professeur à l'École Polytechnique en 1863. Il est appelé le 23 juin 1863 au poste de ministre de l'Instruction publique par Napoléon III, qu'il avait personnellement aidé à écrire une vie de César.
Libéral, anticlérical et démocrate, il recule d'un an la "bifurcation" établie par Fortoul avant de la supprimer, introduit l'enseignement de l'histoire contemporaine dans les lycées, effectue de premiers pas vers la gratuité dans l'enseignement primaire et vers l'enseignement des jeunes filles en créant pour elles des conférences dans l'enseignement public.
Les élections de 1869 étant défavorables à l'Empereur, ce dernier renouvelle son ministère et Duruy en fait les frais (le 17 juillet 1869). Il devient alors sénateur, puis membre de l'Académie des sciences morales et politiques en 1879 et de l'Académie française en 1884. Il est l'auteur de nombreux travaux historiques.

en 1866 : Félix Tisserand (1863).

Par deux fois Le Verrier insiste auprès du Ministre de l'Instruction publique pour renforcer la qualification de son personnel scientifique et obtenir la nomination d'Édouard Lucas en septembre 1864 :
"Il y a deux ans à peine que nous avons commencé à tirer de l'université un personnel sérieux pour l'observatoire, et cela ne se peut faire sans peine [...] Je saisis cette occasion de vous informer que si Mr. Lucas, élève sortant de l'école normale, est reçu à l'agrégation, je demanderai à votre Excellence de l'attacher à l'observatoire au titre astronomique." [2]
"Votre Excellence sait d'ailleurs que, dans le cas où Mr. Édouard Lucas, élève sortant de l'école normale, serait reçu agrégé, je le prie de vouloir bien l'attacher à l'observatoire de Paris au titre d'astronome adjoint.
Si ce jeune homme n'était pas reçu, j'aviserais à une autre combinaison ; et je cherche même les moyens de demander deux sujets au lieu d'un à votre Excellence. Je regarde comme un devoir de laisser à l'observatoire un corps de savants distingués, et je ne doute pas, qu'avec votre aide, nous n'y arrivions." [3]

Dans une lettre à l'un de ses collègues, dont nous ignorons le nom, Le Verrier ajoute :
"Nous devons constituer un personnel sérieux, et à mon grand regret nous avons commencé trop tard [...] Je demande en même temps au Ministre de nommer Mr. Édouard Lucas, reçu le second agrégé, astronome adjoint, comme le fut Stéphan [...]
J'en ai besoin pour mon service [...] j'en demanderai sans doute un second en vue des nécessités de Marseille. Il faut y songer, et peut-être à une autre ville aussi. Ne laissons pas revenir les embarras que nous avons rencontrés." [4]

En 1866, le "personnel sérieux" de l'Observatoire est ainsi constitué de 11 normaliens. On peut noter que Victor Puiseux, entré à l'ENS en 1837, dirige le Bureau des Calculs de l'Observatoire de 1855 à 1859, le quitte pour devenir professeur à la faculté des Sciences de Paris et revient au Bureau des Longitudes en 1868.

Édouard Lucas fait partie des plus jeunes recrues de Le Verrier (avec Charles André et Félix Tisserand). Il entre à l'Observatoire sans avoir fait d'abord ses preuves dans un lycée, ce qui n'est le cas avant lui que d'Édouard Stéphan. Au 1er octobre 1864 son salaire est composé d'une partie "fixe" de 2000F, et d'un "éventuel" de 1600F, soit 3600F. La partie "éventuelle" du salaire des jeunes recrues fera l'objet d'une mise au point ministérielle destinée au directeur de l'Observatoire en septembre 1867. Le Verrier a en effet pour habitude de supprimer l'"éventuel" à sa guise en vue de réprimer la moindre résistance de son personnel. Les anciens élèves de l'École Normale, avec l'accord du ministre, considèrent au contraire cet "éventuel" comme un droit leur assurant le même traitement que celui d'un professeur, et c'est à la condition de le percevoir qu'ils entrent à l'Observatoire.

La lettre de Le Verrier du 21 septembre 1864 mentionne les tâches auxquelles le directeur de l'Observatoire consacre alors ses soins : elles comportent l'édition du volume des observations de 1863, édition d'une grosseur exceptionnelle et coûteuse (11000 fr. au lieu de 8000), mais *"faut-il signifier à mes gens de moins travailler ?"* ; la

[2]Lettre de Le Verrier au ministre, 10 septembre 1864, A. N. [F/17/22970].
[3]Lettre de Le Verrier au ministre, 14 septembre 1864, A. N. [F/17/22970].
[4]Lettre de Le Verrier à un collègue, 21 septembre 1864, A. N. [F/17/22970].

rénovation en cours de l'observatoire de Marseille, qui sera confié à Stéphan en 1866:*"J'ai toujours un pied levé pour partir pour Marseille. La galerie, le pont y sont arrivés et se posent. Le grand télescope y est arrivé. Mais il y a une avarie dans le tube. Eichens* [5] [illisible] *y est allé. Nous finirons dans les premiers jours d'octobre".* Les activités de Marennes, Rodez, Carcassonne (avec Villarceau), Lyon-Fourvières sont évoquées : *"Marennes et Rodez sont terminés. Villarceau est en activité à Carcassonne. Barbier passe à Lyon"* .

En guise de témoignage du travail de Lucas à l'Observatoire de Paris, nous disposons de ses carnets d'observations dûment remplis entre janvier 1865 et août 1866 avec la mention manuscrite *"Toutes les observations sont faites au Grand Instrument et à la Pendule de Winnerl"* (le grand instrument désigne le cercle de Gambey)[6]. Lucas semble avoir pris au sérieux ses nouvelles fonctions jusqu'à l'été 1866 où un premier conflit éclate avec le directeur de l'Observatoire.

Une situation tendue

Il faut rappeler que les conflits sont monnaie courante autour de l'Observatoire depuis la nomination de Le Verrier : départ des astronomes liés à Arago, conflit ouvert avec le Bureau des Longitudes[7], mais aussi avec le service météorologique et le service d'astrophysique dirigé par Hippolyte Marié-Davy. Dans l'année précédant l'arrivée de Lucas, on peut mentionner la controverse qui oppose Hervé Faye* et Charles-Eugène Delaunay* membres du Bureau des Longitudes d'une part, et Le Verrier d'autre part, controverse qui porte sur la fiabilité des relevés géodésiques effectués par le Bureau des Longitudes et s'étale au travers des notes aux *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences au cours de l'année 1863[8]. A l'intérieur de l'Observatoire règne une *"véritable atmosphère de guerre"* (l'expression est de Victor Puiseux[9]) dans les années qui précèdent 1870. Dans la lettre que Le Verrier adresse au ministre le 10 septembre 1864, il est question des "petites difficultés du service de la physique" qui se sont "aplanies". En fait l'autoritarisme de Le Verrier devient rapidement insupportable à certains de ses collaborateurs tel Marié-Davy, à l'encontre duquel les mesures les plus vexatoires sont utilisées (privation de feu dans son cabinet de travail pendant l'hiver 1866 par exemple!). Un conflit homérique entre le directeur et la plupart des astronomes en résulte.

---

[5]Constructeur d'instruments, Eichens réalise le cercle méridien de l'observatoire de Paris ainsi qu'une boussole de variations en déclinaison pour celui de Montsouris.

[6]Archives de l'Observatoire de Paris [F 14].

[7]On trouve aux Archives nationales [A. N. F/17/ 3719] une note manuscrite confidentielle probablement écrite par un collaborateur du ministre : *"Dans la séance du Bureau des Longitudes du 24 février 1847, M. Le Verrier a été pris en flagrant délit de mensonge pour une affaire qui lui était très personnelle. Il est devenu très insolent. Il s'en est suivi une scène des plus fâcheuses à la suite de laquelle M. Le Verrier a voué une haine mortelle à M. Arago (son bienfaiteur), à sa famille et au Bureau des Longitudes tout entier."* (cf. [Véron, ouvrage en préparation, p. 432]).

[8]Voir le tome **56** , 1863, des *Comptes Rendus* de l'Académie des sciences. On y trouve un rapport de Faye sur la conférence géodésique tenue à Berlin en avril 1862 (p. 28-34), des remarques de Le Verrier (p. 34-37), une réponse de Faye (p. 66-72), une réfutation de quelques critiques portées contre l'Observatoire de Paris par Le Verrier (p. 104-116), un rapport de Delaunay "sur la géodésie française et sur le rôle qu'y ont joué l'Académie des sciences et le Bureau des Longitudes" (p. 149-154), deux réponses de Faye à Le Verrier (p. 154-158 et 158-163).

[9]Notice nécrologique de Charles Wolf, *Annuaire de l'Association des Anciens élèves de l'École Normale Supérieure*, 1919, p. 8.

Au moment où le Ministre lui retire ses responsabilités à l'Observatoire, en février 1870, Le Verrier se plaint amèrement du manque de discipline qui règne parmi les astronomes :
"Quand on laisse aux astronomes le soin de venir à l'Observatoire quand cela leur plaît, cela leur plaît rarement ; mais, s'il s'agit pour eux de suivre les instructions du directeur, cela ne leur plaît jamais !"[10]

L'arbitraire de Le Verrier s'exerce ainsi à l'encontre d'Émile Lépissier, congédié et remplacé par Édouard Lucas ; ultérieurement Charles André, Louis-Jules Gruey, Léon Sonrel, et même Félix Tisserand, feront l'objet de plaintes et de mesures administratives.

Après le cas Lépissier, le conflit avec Lucas

Émile Lépissier est contraint par les nécessités de la vie de délaisser la poésie et le théâtre pour entrer à l'Observatoire de Paris en septembre 1854 comme calculateur. Il est nommé astronome-adjoint le 26 octobre 1857 et il accompagne Le Verrier à Moncoya en Espagne pour l'observation de l'éclipse totale de soleil du 18 juillet 1860. A partir de 1864, Le Verrier demande au ministre la révocation de Lépissier, obtenue par décret le 11 septembre 1865. Ce dernier tente alors, en vain, d'entrer comme calculateur au Bureau des Longitudes. D'après Lépissier, Le Verrier aurait mal conduit en 1864 la détermination de la longitude entre Paris et Madrid et lui en ferait porter la responsabilité. Le ministre lui accorde une indemnité de 100F par mois en 1865 et 1866. En 1867, Lépissier se rend en Chine, en qualité de professeur de français au collège franco-chinois de Pékin, chargé d'une mission officielle pour se livrer à des observations astronomiques et géodésiques[11].
Le cas du prédécesseur de Lucas est évoqué dans les trois lettres de Le Verrier précédemment citées : il n'est pas à la hauteur de son service ; comme observateur, il est resté d'une grande maladresse et *"il n'a pris aucune instruction"*.
"Il faudrait revoir tout ce qu'il fait : cela est plein de fautes de toute nature, et on aurait plus court fait de l'exécuter soi-même." Par contre il reste assez bon pour enseigner dans un lycée car *"s'il n'a pas acquis dans l'usage des instruments la finesse que l'observatoire de Paris doit exiger, il sera cependant pour ce rapport très supérieur à la plus part de ses collègues."*
Une phrase de Le Verrier, *"Du reste le mouvement entre les astronomes et les professeurs n'aurait pas de raison d'être si on ne le mettait pas en pratique"*, laisse à penser que le "mouvement" souhaitable (beaucoup d'astronomes issus de l'ENS ont commencé par être des enseignants) reste soumis à l'arbitraire du directeur de l'Observatoire.

Les choses se gâtent aussi pour Édouard Lucas deux ans environ après son entrée à l'Observatoire. A-t-il déserté ses fonctions d'astronome dans le courant de l'été 1866 ? Le conflit semble éclater lorsque le directeur lui refuse son "congé de vacances", tant que toutes les observations de l'année en cours n'ont pas été réduites. Il faut rappeler que la longueur des calculs demandés au cours de la "réduction" des observations astronomiques, c'est-à-dire des corrections nécessaires des phénomènes de réfraction,

[10] Sénat, séance du 8 février 1870 ; *Procès verbaux des séances du Sénat* , Année 1870, Paris Ch. Lahure, 1870, p. 547-548.
[11] Dossiers d'archives [A.N. F/17/22958 ; F/17/22970 ; F/17/3178 ; F/17/2984/B] cités par [Véron, ouvrage en préparation, p. 427].

ou de l'établissement des trajectoires des corps célestes semble atteindre alors les limites des possibilités humaines. L'utilisation d'instruments mécaniques permettant de les alléger n'est guère encouragée au sein des observatoires d'astronomie, où le calcul "à la main" est encore seul pratiqué[12]. D'après le directeur, Lucas disparaît de l'Observatoire le 23 octobre et reparaît le 17 novembre à Amiens d'où parvient un certificat de maladie.

Les reproches de Le Verrier à l'encontre du travail de Lucas sont alors exposés dans plusieurs lettres adressées au Ministre de l'Instruction publique, Victor Duruy, entre 1866 et 1868 : le jeune astronome *"dissipé, paresseux"* effectue peu d'observations, les laisse sans réduction, quitte l'Observatoire sans autorisation pendant plusieurs mois...

"En conséquence, estimant que l'expérience a été déjà trop longue, qu'elle a suffisamment prouvé que Mr. Lucas peut avoir la passion du séjour de Paris, mais qu'il n'est nullement propre au service de l'Observatoire, j'ai le regret, Mr. le Ministre, d'avoir à vous proposer de rendre Mr. Lucas à l'enseignement des sciences mathématiques [...] Dans tous les cas, il faudra exiger de Mr. Lucas qu'il remette avant tout son travail de réduction complet. Et à cet effet, je l'attache au Bureau des Calculs jusqu'à l'achèvement de son travail." [13]

L'intervention de Pasteur

A la fin de l'année 1866, les relations se dégradent également entre d'autres jeunes astronomes et le directeur de l'Observatoire. Lucas n'est pas le seul menacé, puisqu'une démarche collective est effectuée auprès du ministre au début de l'année 1867 par quatre d'entre eux, Gruey, André, Tisserand et Lucas, qui se justifient de l'"accusation" portée contre eux[14], et Pasteur lui-même intervient.

Par une lettre datée du 25 décembre 1866, Pasteur s'engage très vivement dans la défense de ses normaliens. La minute de cette lettre destinée à Le Verrier figure dans la correspondance de Pasteur avec cette note : *"Les formes trop vives de cette lettre m'ont empêché de l'envoyer à M. Le Verrier. Je l'ai lue au Ministre le 3 janvier 1867."*[15] Nous apprenons que Le Verrier se plaint des*"écarts de conduite et de travail"* de trois normaliens sur dix et que Charles André se trouve particulièrement visé par ces accusations. Dans sa missive mettant nommément en cause le directeur de l'Observatoire, Pasteur souligne les moyens considérables dont il dispose, d'autant plus que nul enseignement ne le gêne. Que manque-t-il donc à l'astronomie française pour briller d'un éclat plus vif ?

"Ce qui vous manque, c'est tout simplement la persuasion que la force et l'avenir d'un établissement tel que le vôtre résident non dans les choses mais dans les hommes [...] Aussi ces derniers sont-ils traités par vous comme des instruments[...] J'ai été le confident de vos astronomes adjoints et il résulte de leurs conversations que la contrainte et la peur règnent autour de vous et que dans ce sanctuaire des plus nobles études rien ne se fait avec la tranquillité d'esprit et l'expansion naturelle au travail personnel et libre [...] vous rendez le travail mécanique et pénible par des exigences

---

[12]Cf. [Tournès 1998].

[13]Lettre de Le Verrier au ministre, 27 décembre 1866, A. N. [F/17/22970].

[14]Lettre au ministre de l'Instruction publique signée par Gruey, André, Tisserand et Lucas, 3 janvier 1867, A. N. [F/17/22970]. Nous ignorons quelle est l'accusation de Le Verrier.

[15]Cf. [Pasteur 1951a, p. 298]. Il faut rappeler que Pasteur utilise les sous-sols de l'Observatoire de Paris pour entreposer ses cultures biologiques, en particulier ses nouvelles expériences relatives aux générations dites spontanées : *"Je me bornerai à parler ici des expériences que j'ai pu entreprendre dans les caves de l'Observatoire de Paris, grâce à l'obligeance de M. Le Verrier."* Cf. [P□asteur 1860] et [Pasteur 1922, p. 200].

tout à fait indignes de jeunes savants d'avenir. Je citerai quelques faits particuliers : vous voulez qu'un astronome réduise lui-même toutes ses observations [...] C'est là une faute de votre direction, parce que je sais combien ce travail est insupportable et inintelligent. Sans doute il faut qu'un astronome s'y soit exercé et je comprends que vous l'y contraigniez pendant une année, tant qu'il est apprenti astronome ; mais après le temps d'épreuve et d'étude du métier, pourquoi l'astreindre à une besogne aussi fatigante et qui est peut-être double ou triple du temps qu'il donne aux observations, c'est-à-dire à la partie la plus intelligente de ses devoirs, la seule vraiment féconde ? pourquoi ne pas remettre ce travail à des calculateurs comme cela avait lieu autrefois ? [...] Vous paraissez rechercher quelques fois à rendre vos astronomes répréhensibles, par plaisir de les châtier ultérieurement [...] J'ai acquis la certitude que le renvoi d'André de l'Observatoire serait une criante injustice. André ne débauche ni Tisserand, ni Gruey; tous travaillent autant qu'ils peuvent le faire, beaucoup trop même, à mon gré, parce que je ne vois aucune production sérieuse sortir de leurs mains, pas même des thèses de doctorat." [16]

Après l'intervention de Pasteur, les assurances qu'apporte Victor Duruy semblent résoudre momentanément le conflit. Mais ce dernier repart de plus belle entre février et mai 1867 où plusieurs lettres de Lucas parviennent au Ministre :
"A peine sorti d'une longue maladie, je me suis empressé de me rendre auprès de Monsieur le Directeur de l'Observatoire Impérial pour lui demander mon ordre de service. Monsieur le Directeur m'a répondu qu'il ne voulait plus entendre parler de moi, qu'il ne lui restait plus qu'à me renvoyer dans un Lycée quelconque." [17]
"Le traitement éventuel m'a été supprimé le mois dernier, et le traitement fixe sera supprimé cette fois."[18]
"J'étais nommé astronome-adjoint à l'observatoire avec le traitement minimum de 3500 francs, ainsi qu'il était expressément convenu avec Monsieur le Directeur lorsqu'il me fit l'honneur de me recevoir. Après deux ans de travaux incessants pour l'observatoire et pour mon éducation personnelle, Monsieur le Directeur de l'Observatoire me renvoyait à la suite d'une longue et douloureuse maladie, et me fermait la porte de l'observatoire en me retirant tout service et en me refusant la clef de mon bureau." [19]

Sainte-Claire Deville et l'ogre de l'Observatoire

La brutalité des rapports que fait régner Le Verrier à l'Observatoire de Paris suscite une réaction d'Henri Sainte-Claire Deville, directeur du laboratoire de chimie de l'École Normale Supérieure, qui prend fermement le parti de son ancien élève Lucas auprès du Ministre[20] :

"École Normale Supérieure
Laboratoire de chimie

Paris, le 9 février 1867

Monsieur et bien cher Ministre,
Lucas est un brave garçon, gai, spirituel et capable de bien faire. Bonne réputation parmi ses camarades, pris en grippe par l'ogre de l'observatoire. Permettez-moi de

[16]Cf. [Pasteur 1951a, p. 298-302].
[17]Lettre de Lucas au ministre, 9 février 1867, A. N. [F/17/22970].
[18]Lettre de Lucas au ministre, 6 avril 1867, A. N. [F/17/22970].
[19]Lettre de Lucas au ministre, 29 mai 1867, A. N. [F/17/22970].
[20]Lettre de Sainte-Claire Deville au ministre, 9 février 1867, A. N. [F/17/22970].

vous dire que cette récente escapade attire les yeux de tous sur le chef direct et sur le chef suprême. On vous aimerait tant de défendre un quibus, un pauvre diable contre cet autocrate. Faites-le hardiment et vertement : n'ayez aucun doute, le directeur se soumettra, pliera....tout ce que vous voudrez. Il n'aime pas, mais il craint beaucoup. Et vous, quel rôle admirable et quelle occasion pour vos amis, ceux qui vous sont attachés, de vous porter aux nues !
Votre ami dévoué de tout coeur et respectueux
H. Sainte-Claire Deville
Lucas est irréprochable : il sort de son lit après deux mois de fluxion de poitrine. Aucun grief antérieur."

Malgré les prises de position de Pasteur et de Sainte-Claire Deville, nous constatons que Le Verrier multiplie les mesures administratives à l'encontre de Lucas : retenue du salaire éventuel (1500F) à partir de février, suivie de celle du salaire fixe (3000F) à partir d'avril 1867.

La position du ministre Victor Duruy

Une lettre de Le Verrier demande à nouveau de restituer Lucas aux fonctions de l'enseignement le 3 février 1867, au prétexte qu'il a fait un mauvais service en 1865, n'a presque point travaillé en 1866 et qu'il n'a pas été possible d'obtenir de lui le calcul du peu d'observations qu'il a faites[21].
Une note de février 1867 précise alors avec fermeté la position du ministre concernant le renvoi de Lucas dans l'enseignement : *"Je regrette, Mr. le Directeur, que M. Lucas se soit exposé à une pareille disgrâce ; mais je n'ai en ce moment aucune chaire de mathématiques vacante dans les établissements secondaires et je vous suis obligé de vouloir bien maintenir M. Lucas dans ses fonctions actuelles, jusqu'à ce qu'il soit possible de pourvoir pour lui à un autre emploi."*
Une nouvelle note (15 juin 1867) signifie au directeur de l'Observatoire que la suppression de traitement d'un fonctionnaire ne peut avoir lieu sans autorisation ministérielle (une retenue sur le salaire de Sonrel a également été pratiquée)[22].

Le Verrier est amené à justifier ces mesures par le fait que Lucas a refusé une affectation au Bureau des Calculs et demandé le service de jour....
"Je ne pouvais obtempérer à cette prétention et j'engageai Mr. Lucas à travailler avec l'un des grands instruments disponibles. Depuis lors nous ne l'avons plus revu ; un seul jour excepté, où il est venu faire son service et a remis son rapport. Ce qui suffit, non pour établir son zèle, mais pour montrer qu'il savait être libre de venir travailler. Il y aurait les plus graves inconvénients à ce qu'une pareille conduite fut tolérée, à ce qu'elle ne fut pas réprimée et punie par les moyens mis à notre disposition." [23]
"Soit que Mr. Lucas fût déterminé par des motifs particuliers à ne pas venir la nuit, soit qu'il jugeât inutile de se gêner puisqu'on avait demandé son changement, on l'a à peine revu. Toutefois il est venu au moins une fois à ma connaissance ; il a usé des instruments, fait son rapport au Directeur ; et, si cela ne suffit pas pour établir son zèle, il est au moins prouvé par là que Mr. Lucas savait parfaitement qu'il était libre de travailler [...] Mr. Lucas serait passible de la retenue de son traitement pour un nombre de jours double de ses jours d'absence. Si je me borne à demander que Mr.

[21] Lettre de Le Verrier au ministre, 3 février 1867, A. N. [F/17/22970].
[22] Ministère de L'Instruction publique, note du 15 juin 1867, A. N. [F/17/22970].
[23] Lettre de Le Verrier au ministre, 5 juillet 1867, A. N. [F/17/22970].

Lucas soit simplement privé de traitement depuis le 1er avril jusqu'au 20 juillet 1867, je tiens absolument à ce que cette mesure ait son effet. Ce n'est pas de Mr. Lucas qu'il m'importe ; mais il est indispensable qu'une pareille conduite soit réprimée afin qu'on ne s'imagine pas qu'on pourrait l'imiter impunément. Le renvoi dans un lycée ne suffit pas..." [24]

Sommé d'expliquer ses absences à son directeur, Lucas écrit avec un brin d'insolence :
"Le 7 février dernier [...] je me suis présenté devant vous. Vous m'avez déclaré que vous n'aviez aucun besoin de moi, que vous n'aviez plus qu'à me renvoyer dans un lycée. J'ai attendu depuis ce temps une décision qui devait émaner de Monsieur le Ministre qui m'a fait la faveur de me nommer à l'Observatoire. Je n'ai pas été révoqué et j'ai conservé légalement les fonctions que j'espère conserver encore, grâce à votre justice et à la bienveillance de S. Exc. Monsieur le Ministre. C'est donc par déférence pour les ordres que vous m'avez donnés vous-même que je ne me suis pas présenté à l'Observatoire, quoique j'en fisse toujours partie légalement et que je n'eusse rien à me reprocher." [25]

La résistance d'autres normaliens de l'Observatoire vient-elle conforter celle d'Édouard Lucas ? Le soutien que leur apportent Pasteur et Sainte-Claire Deville peut y avoir contribué. On constate que des retenues sur salaires affectent en 1867 Gruey, Sonrel et Lucas. Deux lettres de Lucas au Ministre (23 août et 14 septembre 1867) attestent que ce dernier est sans ressources depuis six mois. En octobre 1867, le ministre accorde des rappels de traitements à Gruey (250F), Sonrel (500F) et Lucas (1475F). Une note ministérielle du 18 septembre 1867 apporte à ce propos la précision suivante :
"Le mot éventuel est très inexact. L'intention du Ministre en nommant M. Lucas ainsi que tous les autres élèves de l'École Normale n'a jamais été de leur donner un simple traitement de 2000F, mais bien de leur assurer un traitement de 3500F environ, équivalent au traitement qu'ils avaient avant d'entrer à l'Observatoire".

Le Ministre refuse toujours de "restituer Lucas aux fonctions de l'enseignement" au prétexte qu'aucun poste n'est libre dans les lycées et le réintègre au sein de l'Observatoire sans doute vers la fin de l'année 1867.
Dans un rapport à l'Empereur daté du 4 octobre 1867, Victor Duruy écrit[26]:
"Sire, depuis quatre ans je n'ose pas regarder dans l'Observatoire. Il n'est plus possible de s'abstenir. L'Empereur en sera convaincu s'il veut bien jeter les yeux sur le dossier ci-joint. Votre Majesté y verra que onze astronomes ou astronomes-adjoints sont à peu près hors de service ; que tous les fonctionnaires qui se trouvaient en 1854 à l'Observatoire ont été renvoyés, sauf un seul qui s'est laissé sans emploi ; que sur soixante huit calculateurs successivement appelés par M. Le Verrier, quarante huit se sont retirés. Les gens de service eux-mêmes n'y tiennent pas ; trente trois sont partis. Les traitements sont arbitrairement suspendus, diminués ou supprimés... Il y a des torts de tous les côtés : torts de M. Le Verrier qui ne sait pas manier les hommes, torts de ses employés qui pensent qu'on ne verra pas leur défaut de zèle à travers la mauvaise réputation (comme caractère) de leur chef."

Le témoignage d'un astronome-adjoint

---

[24]Lettre de Le Verrier au ministre, 21 août 1867, A. N. [F/17/22970].
[25]Lettre de Lucas au directeur de l'Observatoire, 29 juillet 1867, A. N. [F/17/22970].
[26]A. N. [F/17/3719].

Entré peu après Lucas à l'Observatoire, Louis-Jules Gruey subit aussi les mesures arbitraires de son directeur. La lettre qu'il adresse au Ministre le 23 août 1867 fournit une description précieuse des tâches dévolues aux astronomes-adjoints et des relations qu'ils entretiennent avec leur directeur :

"D'abord complètement abandonné à moi-même, pendant près de trois mois, j'appris au bout de ce temps que mon éducation astronomique était faite, ce qui m'étonna beaucoup, et que désormais j'étais chargé des observations méridiennes pour la révision du catalogue de Lalande. Ce travail, plusieurs fois abandonné et repris précédemment par un grand nombre d'observateurs, se présentait dans un déplorable état de confusion. J'acceptai néanmoins, avec courage, une besogne peu définie, qui n'était pas de nature à me former et dont l'exécution pénible avait suggéré autrefois l'idée d'une gratification de 15 centimes par étoile.

Depuis bientôt deux ans, je me suis constamment soumis aux exigences de ce service. Chaque soir j'ai observé jusqu'à la fatigue et j'ai fait tous les calculs de réduction qui, à eux seuls, représentent un travail de jour au moins triple de celui de la nuit. C'est en vain que j'ai demandé à m'exercer aux observations équatoriales, pour mon éducation personelle. Cette satisfaction légitime à laquelle le règlement et le bon sens me donnent droit m'a été constamment refusée.

Dans ces derniers temps, je sus par voie indirecte qu'il ne suffisait plus d'être de service tous les jours, d'observer toutes les étoiles chaque soir, de réduire les observations faites, de les comparer au Catalogue de Lalande et de corriger les feuilles d'impression. Je devais porter à soixante le nombre de mes observations journalières, c'est-à-dire doubler mon travail, à moins de déplaire.

Accepter une pareille tâche, sans issue, car elle ne sera pas accomplie avant plusieurs années ; sans récompense scientifique, car je serai désigné dans la publication par la lettre E ; sous laquelle ont succombé tant de fonctionnaires qui avaient pour l'entreprendre renoncé à s'instruire, c'était non seulement abandonner la mission d'astronome pour celle de manoeuvre, c'était encore tenter l'impossible, comme Mr. le Directeur l'a éprouvé lui-même.

Voyant que je n'obéissais pas à une insinuation, il résolut de m'entraîner par son propre exemple. Le 3 mai, par une belle nuit, il s'empara de ma lunette et à la fin de la séance, prolongée autant que possible, il avait recueilli 27 observations, qui sont consignées au registre. Après cette épreuve, je crus mon repos assuré si je continuais à fournir comme tous mes collègues, une trentaine d'étoiles par soirée. L'illusion tomba le jour où fatigué d'une année entière d'observations, de calculs, et d'études théoriques que je fais malgré tout comme essentielles à la dignité de mes fonctions, je manifestai le désir d'obtenir bientôt mes vacances. Mr. le Directeur me répondit le 21 août par une lettre qui peut se résumer ainsi : vous n'avez rien fait cette année ; la moitié de l'éventuel des six premiers mois vous a été mal acquis. Je ne peux pas vous accorder de vacances." [27]

Si Le Verrier est l'une des figures les plus importantes de la mécanique céleste au XIXe siècle, son travail mathématique le plus considérable étant constitué par l'élaboration de théories des mouvements des planètes, il semble avoir quelques difficultés dans le maniement des instruments d'observation!

Gruey demande alors qu'une enquête soit faite sur son propre travail et qu'on lui restitue ses vacances. Nous avons déjà mentionné la réduction du salaire de Gruey, en juillet et

[27]Lettre de Gruey au ministre, 23 août 1867, A. N. [F/17/25802].

août 1867, par suppression de "l'éventuel" ; en septembre 1867, l'astronome se voit privé de vacances et sa réaction est identique à celle de Lucas :
"J'ai eu plusieurs fois l'honneur de vous demander les vacances annuelles dont j'ai un besoin si sérieux ; vous avez bien voulu me les refuser constamment. La fatigue du service pénible que j'ai régulièrement fait toute l'année m'oblige à les prendre. J'obéis mais à regret à la nécessité." [28]
Après deux lettres de l'intéressé au Ministre (4 et 10 septembre 1867), le salaire de Gruey est rétabli, comme on l'a vu, en octobre de la même année, de même que ceux de Lucas et Sonrel.

Lucas faussaire ?

Nous ne trouvons plus trace de conflit entre Lucas et son directeur jusqu'au mois de juillet 1868, où une lettre virulente de Le Verrier demande à nouveau le remplacement de l'astronome (le 29 juillet 1868).
Affecté au service des observations météorologiques, Lucas aurait "déplacé" les observations d'une demi-heure et plus, se serait fait remplacer à certaines heures : il est accusé de faux scientifique. Une note manuscrite de Le Verrier précise le nom du complice de Lucas : *"Ceci serait de Gruey, mais je ne l'ai pas vérifié moi-même. Ce sont d'ailleurs toujours les mêmes."* (Ces "mêmes" pourraient bien désigner les normaliens de l'Observatoire). Dans sa longue lettre au Ministre, Le Verrier précise les obligations des astronomes :
"Depuis de longues années, un siècle, les Astronomes de l'Observatoire déterminent chaque jour à des heures fixes, la pression de l'atmosphère et la température de l'air. Ces déterminations sont indispensables pour la réduction des observations astronomiques quand il y en a. M. Arago, après M. Bouvard, a maintenu ces observations. J'en ai fait de même avec le plus grand scrupule. Elles ont d'ailleurs, indépendamment de leur utilité propre pour la Science et l'Astronomie en particulier, le très-grand avantage de garder à l'Observatoire la présence de l'un de MM. les observateurs ; et sans elles il arriverait que, dans les temps couverts, on pourrait être des semaines entières sans qu'aucun observateur parût à l'Observatoire, inconvénient grave à tous égards.
J'étais informé que depuis quelques temps ce travail se relâchait considérablement ; que des observations étaient déplacées d'une demi-heure et plus, sans qu'on cessât d'inscrire toujours 6h, 9h, et minuit [...]
Il était de mon devoir de m'assurer de la vérité à cet égard. J'ai hier, Mercredi 29, veillé scrupuleusement et voici ce dont j'ai été témoin.
L'observateur, M. Lucas, est venu à 6 h. 40 et a, sans hésiter, inscrit 6 h. pour le moment de l'observation. Mais ce n'est pas là le plus grave. L'observateur n'a pas reparu de la soirée, sinon à 11 h. 50, et il est sorti de l'Observatoire après avoir inscrit non seulement l'observation de minuit, mais encore une prétendue observation de 9 heures ! C'est bien un faux ! [...] Il n'est pas douteux qu'on ne pourrait pas plus compter sur les observations astronomiques que M. Lucas, contraint et forcé, viendrait enfin à entreprendre après des années de paresse. Dans les évaluations des phénomènes se passant à l'intérieur de la Lunette, se reproduiraient sans cesse la même lâcheté et le même manque de conscience." [29]
Une note de la main de Le Verrier précise à la fin de cette lettre :

[28]Lettre de Gruey à Le Verrier, 16 septembre 1867, A. N. [F/17/25802].
[29]Lettre de Le Verrier au ministre, 29 juillet 1868, A. N. [F/17/22970].

"Mr. Lucas appelé ce matin par moi pour 1h, et qui avait reçu personnellement ma lettre, avait jugé à propos de ne pas venir.
Mais je me l'ai fait conduire à 6h et sa défense a été aussi pitoyable que l'acte.
Il convient qu'il a inscrit 6h. quoique ayant fait l'observation après 6h 1/2.
Il dit qu'il avait chargé quelqu'un de faire l'observation de 9h. ; lequel la lui avait laissé sur un papier sur la table et qu'ainsi il avait pu la transcrire.
Sur ma demande du nom de cette personne, il a répondu ne pouvoir la dire.
Je lui ai fait connaître alors que personne que Mr. Loevy n'était venu dans la pièce et que ce n'était certainement pas Mr. Loevy à qui j'en avais parlé !
Mr. Lucas a persisté.
Je l'ai congédié après avoir cherché, mais inutilement, à lui faire comprendre combien il était déplorable de voir un jeune homme recourir ainsi au mensonge."

Lucas effectue une nouvelle démarche auprès du Ministre :
"Monsieur le Directeur m'a suspendu de mes nouvelles fonctions avant qu'elles ne soient commencées. Chargé du service des Observations météorologiques, service complètement étranger aux Études astronomiques, et pour lequel je n'ai reçu aucune instruction, je pensais qu'il n'était pas nécessaire d'apporter dans ces observations l'exactitude et la rigueur qui conviennent aux travaux astronomiques [...] La punition est bien sévère, et il n'en serait pas ainsi sous le régime prochain de la nouvelle organisation de l'Observatoire qui dictera nos devoirs et jugera nos travaux d'une manière moins arbitraire." [30]
Victor Duruy tente en effet d'instaurer un Conseil au sein de l'Observatoire (décret du 3 avril 1868), dont Le Verrier refuse de reconnaître l'autorité et les conflits ne cessent de se multiplier entre le Directeur et les astronomes titulaires ou adjoints en 1868 et 1869. Réintégré par arrêté du Ministre Victor Duruy le 16 juillet 1868, Lucas est à nouveau relevé de ses fonctions.

Épilogue

Lucas continue d'être considéré comme astronome et payé en tant que tel jusqu'au mois d'octobre 1869. Il semble avoir été maintenu "éloigné" de l'Observatoire, privé de service et le refus de réintégration de Le Verrier se renouvelle en juillet 1869: *"Le 15 juillet 1869, sur la décision de Son Excellence Monsieur Duruy, j'étais réintégré à l'Observatoire, et les appointements qui m'avaient été suspendus, m'étaient rendus. Monsieur Le Verrier m'excluait de nouveau de l'Observatoire, dès le 20 juillet, trois jours avant d'avoir pu reprendre mon service astronomique, en alléguant que je l'avais mal rempli ; mais Son Excellence Monsieur Duruy me conserva mes appointements."* [31]

Un tournant de carrière : le 11 mars 1869, sans doute excédés, Lucas et Gruey demandent à entrer dans l'enseignement. Victor Duruy promet à Lucas un emploi à Paris mais, après des élections défavorables à l'Empereur, le ministre fait les frais d'un remaniement ministériel au cours de l'été 1869, et est remplacé par Bourbeau. Le Verrier obtient alors, "par surprise" et contrairement aux engagements pris, la nomination de Lucas comme professeur de mathématiques élémentaires (de 3ème classe) au lycée de Tours en septembre 1869. La situation étant de beaucoup inférieure à celle qu'il occupe à l'Observatoire, et ne lui permettant pas de continuer les études commencées (ne réfléchit-il pas déjà à une thèse ?), Lucas refuse le poste par une lettre

[30] Lettre de Lucas au ministre, 27 juillet 1868, A. N. [F/17/22970].
[31] Lettre de Lucas au ministre, 25 juillet 1871, A. N. [F/17/22970].

(5 octobre 1869) où sont rappelés les *"mauvais traitements"* auxquels il fut soumis[32]. Il souhaite être chargé d'une suppléance dans un lycée parisien pour pouvoir continuer la publication du traité d'astronomie dont il a commencé la traduction avec Charles André[33]. Le Verrier supprime définitivement le traitement de Lucas à l'Observatoire le 1er octobre 1869 et ce dernier se retrouve sans ressources.
Les notes ministérielles traduisent un certain embarras. Lucas *"n'aurait jamais rempli ses fonctions à l'Observatoire de manière effective ou du moins sérieuse"* (note du 21 octobre 1869) et pourtant (note du 24 novembre 1869) : *"Pendant les cinq années qu'il a passées à l'Observatoire, M. Lucas a été presque constamment en lutte avec M. le Directeur ; il s'occupe depuis plusieurs années d'un traité d'astronomie dont le premier volume est publié et dont on dit beaucoup de bien. Il serait à souhaiter que M. Lucas pût être placé dans une situation qui lui permit de continuer ses travaux. Mais [...] il y a lieu de remarquer, à ce sujet, qu'il n'a jamais professé et qu'il n'a pas donné, par conséquent, la mesure de son aptitude pour l'enseignement. Il serait difficile d'accorder un traitement d'inactivité sur les fonds du budget..."*
Le 14 décembre 1869 et le 15 février 1870, nouvelles réclamations de Lucas qui se trouve sans ressources. Le Ministère lui accorde un "secours extraordinaire" de 300F le 22 février 1870. Il faut souligner qu'entre temps Le Verrier est destitué de ses fonctions de directeur de l'Observatoire (le 5 février 1870). Le ton des notes ministérielles change: Lucas est considéré "en congé régulier", une indemnité annuelle lui est allouée au titre d'agrégé en attendant qu'il puisse reprendre de nouvelles fonctions dans l'enseignement.

Le Mémoire de 1870 et la destitution de Le Verrier

On sait les efforts de Victor Duruy pour assainir la situation de l'Observatoire. Une commission d'enquête est créée en 1867[34] ; le décret du 3 avril 1868 institue à l'Observatoire un Conseil qui doit se réunir au moins une fois par mois (le plus souvent Le Verrier se dispense d'y assister, puis cesse de le convoquer) ; une nouvelle commission d'enquête est nommée en 1870. Elle fait suite à la publication au début de l'année 1870 d'un *Mémoire sur l'état actuel de l'Observatoire Impérial* signé de treize astronomes qui présentent collectivement leur démission[35]. Il s'agit de quatre chefs de service: Yvon Villarceau (géodésie), Marié-Davy (astronomie physique), Wolf (équatoriaux) et Loewy* (méridien) ; de neuf astronomes-adjoints : André (équatoriaux), Folain (méridien), Fron (météorologie), Leveau (bureau des calculs), Lévy (secrétaire agent comptable), Périgaud (méridien), Rayet (météorologie), Sonrel (astronomie physique), Tisserand (géodésie). Parmi les treize signataires on compte sept normaliens: Marié-Davy, Wolf, André, Fron, Rayet, Sonrel, Tisserand. Les noms de Barbier, Lucas et Gruey, qui ont quitté l'Observatoire, ne figurent pas parmi les signataires ; celui de Stéphan en poste à Marseille est également absent.

Le *Mémoire* rappelle que *"la commission d'enquête de 1867 avait été surtout amenée par la suppression des traitements de la plupart des adjoints, et par la demande de leur destitution"* (p.11). Il fait état (p.16) de graves embarras budgétaires et des *"traitements*

[32]Lettre de Lucas au ministre, 5 octobre 1869, A. N. [F/17/22970].
[33]Il s'agit du *Traité d'astronomie sphérique et d'astronomie pratique* de Brünnow (Dublin), paru chez Gauthiers-Villars en 1870.
[34]Sa composition figure dans le *Mémoire* de 1870. Elle est composée de Fourichon, Robiou de Lavrignais, Serret, Liouville, Delaunay, Balard, Le Verrier, Bellaguet.
[35]*Mémoire sur l'état actuel de l'Observatoire Impérial*, présenté par les astronomes à Son Exc. le Ministre de l'Instruction publique, Paris, Ch. Lahure, 1870.

devenus disponibles de M. Foucault, mort en février, et de MM. Gruey et Lucas qui ont quitté l'Observatoire".

Le *Mémoire* aboutit au constat suivant :

"L'Observatoire et l'astronomie française appartiennent à M. Le Verrier par droit de conquête. Il veut en user à son gré, sans contrôle. Il veut par tous les moyens imaginables, bons ou mauvais, peu importe, les maintenir en sa possession ; et plutôt que de les abandonner, il en consommerait la ruine complète de ses propres mains. Permettra-t-on que l'oeuvre de dissolution s'accomplisse ? Les astronomes, en hommes d'honneur, veulent , du moins, dégager leur responsabilité." (p. 12-13)

"Depuis la commission d'enquête, le mal s'est aggravé loin de se restreindre, et bien d'autres causes sont venues paralyser l'activité scientifique de l'Observatoire. En restant dans la situation qui leur est faite, les astronomes partageraient, malgré leurs protestations, la responsabilité de la ruine de l'astronomie française. Leur honneur les obligeait impérieusement à rendre une aussi lourde responsabilité à qui elle appartient. Ils le font avec un profond regret, mais avec le calme et la fermeté que donne le sentiment d'un devoir accompli." (p. 17-18).

La démission des treize astronomes est suivie d'une polémique intense où Le Verrier utilise la presse, notamment *L'Avenir National* et *Le Temps* . Il interpelle son Ministre de tutelle le 4 février au Sénat et dès le lendemain est démis de ses fonctions, par décret du Ministre de l'Instruction publique Emile-Alexis Segris[36]. L'interpellation a néanmoins lieu lors de la séance du Sénat du 8 février 1870, en présence de Segris et de son prédécesseur Victor Duruy[37].

L'argumentation déployée par Le Verrier concerne les décrets de 1868, qui, d'après lui, portent un coup fatal aux attributions et à l'autorité du Directeur de l'Observatoire et entraînent la ruine de l'astronomie française. Victor Duruy s'étonne dans sa réponse que le décret d'avril 1868 ait eu ... *"pour effet immédiat de supprimer les planètes dans le ciel de Marseille"* ; Segris, estimant que la démarche de Le Verrier porte atteinte à l'autorité de la fonction de ministre, justifie devant les sénateurs sa décision de le révoquer :

"Il n'y a pas bien longtemps que je suis arrivé au ministère, et il faut le dire, à peine y étais-je entré que l'Observatoire impérial était pour moi l'objet d'une préoccupation particulière. De tous côtés, il faut l'avouer, par les intermédiaires les plus divers et les plus élevés, les renseignements m'arrivaient incessamment, et tous m'apprenaient qu'à l'intérieur de cet établissement si important et si digne de notre intérêt, existait une perturbation profonde, incompatible avec le progrès et le développement de la science. [...] [Le 5 février] *j'apprends que le Directeur de l'Observatoire, le matin même, en sa qualité de Sénateur, sans tenir aucun compte des règles hiérarchiques, a déposé au Sénat une demande d'interpellation adressée par lui au gouvernement et par conséquent au Ministre, sur les incidents relatifs à l'Observatoire, et que je suis mandé par lui à la barre du Sénat pour avoir à m'expliquer sur les faits de son propre service."* [38]

[36]Emile-Alexis Segris (1811-1880), avocat à Angers, est élu député du Maine et Loire en 1859, en tant que candidat officiel de l'Empire ; réélu en 1863 et 1869, il se rapproche des libéraux. Dans le ministère d'Émile Ollivier, le 2 janvier 1870, il reçoit le portefeuille de l'Instruction publique. Il sera remplacé à ce poste le 13 mai par Mège, le 9 août par Brame ; le 4 septembre 1870 Jules Simon devient à son tour ministre de l'Instruction publique.

[37]Voir les *Procès verbaux des séances du Sénat* , Année 1870, Paris Ch. Lahure, 1870, p. 517-595.

[38]Ibid. p. 566-567 et p. 578.

Après la destitution de Le Verrier, Charles Delaunay est placé à la tête de l'Observatoire de Paris en mars 1870.

Quelques productions scientifiques envers et contre tout

Comme on l'a vu, Lucas n'est pas la seule victime de l'arbitraire de Le Verrier, mais il faut souligner qu'il l'est de manière prolongée entre 1866 et 1869. Protégé par Victor Duruy, réintégré par ses soins à l'Observatoire de Paris en 1867 et 1868, il devient un enjeu entre le ministre de l'Instruction publique et le directeur de l'Observatoire, qui s'empresse de le suspendre avant même qu'il ait repris ses fonctions. L'animosité de Le Verrier envers Lucas vise à l'exemplarité en direction du personnel peu docile de l'Observatoire.
Les normaliens de l'Observatoire, avec Marié-Davy, sont parmi les premiers à protester contre le pouvoir discrétionnaire de leur directeur. Nous avons vu la démarche de Gruey, André, Lucas, et Tisserand auprès du Ministre au début de l'année 1867. Aucun d'entre eux n'accepte de renoncer aux études théoriques essentielles pour assurer sa mission et les tâches de "manoeuvre" auxquelles les confinent la réduction des observations nocturnes viennent contrarier cette ambition. Le soutien de Pasteur, qui ne voit au début de l'année 1867 "aucune production sérieuse sortir de leurs mains", leur est acquis en ce domaine. L'anonymat auquel Le Verrier condamne leurs travaux (Gruey désigné dans les rapports par la lettre "E") leur semble inacceptable[39].
Leur refus de réduire la totalité des observations effectuées prend un sens nouveau : pour se former aux travaux de recherche scientifique le temps leur manque ; accepter ces tâches serait "renoncer à s'instruire".

Néanmoins quelques thèses finissent par être soutenues.
Édouard Stéphan, en 1865, devant un jury constitué de Puiseux, Serret et Briot, soutient une thèse "sur une classe d'équations aux dérivées partielles du second ordre".

Le Verrier s'interroge sur la validité de la théorie des mouvements de la lune développée par Delaunay. La thèse de Tisserand est soutenue en juin 1868 sur le sujet suivant :*"Exposition, d'après les principes de Jacobi, de la méthode suivie par M. Delaunay dans sa théorie du mouvement de la lune autour de la terre ; extension de la méthode."* Le jury est composé de Delaunay, Serret, Briot (on peut remarquer l'absence de Le Verrier). La méthode de Tisserand confirme le travail d'intégration de Delaunay concernant la détermination du mouvement de la Lune autour de la Terre. Elle peut être généralisée et appliquée à la détermination des perturbations réciproques de deux planètes, particulièrement de Jupiter et Saturne.
"La méthode de variation des constantes arbitraires, si importante dans la Mécanique céleste, peut être présentée avec une extrême simplicité et une grande élégance, quand on part de la théorie d'Hamilton, perfectionnée par Jacobi." [40]

La thèse de Gruey en juillet 1868 porte *"Sur le calcul numérique des perturbations des petites planètes au moyen des quadratures"* devant un jury comportant Chasles,

[39]Voir aussi le cas de Stéphan rapporté dans [Véron, ouvrage en préparation, p. 434].
[40]Cf. [Tisserand 1868, p. 3-4]. Dix ans plus tard Tisserand publie une nouvelle extension de la méthode de Delaunay dans les [*Annales scientifiques de l'ENS* , t. **7**, 1878, p. 261-274] : "Sur un point important de la théorie des perturbations planétaires".

Delaunay et Puiseux (on remarque encore l'absence de Le Verrier)[41]. Gruey présente deux méthodes très répandues en Allemagne que l'on doit aux travaux de Johann Encke. En appliquant des techniques d'interpolation au calcul des perturbations, il s'agit d'intégrer numériquement, par approximations successives, un système différentiel déterminant le mouvement d'une petite planète (Pallas). Encke, à la suite de Gauss, utilise des formules de quadrature simple et double issues de la série de Newton-Stirling et de la série de Newton-Bessel.
Pour sa part, Lucas se lance avec André dans la traduction d'un traité d'astronomie qu'ils enrichissent de "notes, tables, et développements nouveaux sur les méthodes allemandes"[42]. Nous avons noté que, depuis la création des *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure* en 1864 et du *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques* en 1869, se manifeste un souci de mise à jour des connaissances françaises à la lumière des avancées étrangères. La traduction de l'ouvrage de Brünnow aurait-elle été conseillée à André et Lucas par la direction de l'ENS, par Pasteur lui-même sur la recommandation de Puiseux ?

En décembre 1869, le rapport de Charles Wolf sur les "équatoriaux"[43] se termine par des commentaires concernant le travail de Charles André et d'Édouard Lucas : *"Je dois signaler à M. Le Directeur le zèle avec lequel M. André m'a aidé dans tous les essais, souvent longs et pénibles, qui nous ont conduits à l'organisation actuelle de notre service, dans les observations et les relevés très-fatigants de ces observations. Il ne faut pas oublier non plus le service qu'il vient de rendre aux Elèves-Astronomes en publiant, avec la collaboration de M. Lucas, une traduction de l'ouvrage très-estimé : l'Astronomie sphérique de Brünnow. Les traducteurs ont en outre fait à l'ouvrage étranger de nombreuses et importantes additions".*
Le *Traité d'astronomie sphérique et pratique* fait l'objet d'une analyse de la part de George Rayet dans le *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*[44]. Le commentaire de Rayet souligne que l'*"on a fait au texte primitif de nombreuses additions et modifications, destinées surtout à faire connaître les procédés employés à l'Observatoire de Paris".*
Le second volume se termine par des instructions et des tables rédigées, recueillies ou calculées par Lucas.[45]

Charles André soutiendra pour sa part une thèse, en 1876 seulement, sur *"la diffraction dans les instruments d'optique ; son influence sur les observations astronomiques"* ; elle fera l'objet d'une publication dans les *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*[46].
Dans l'année 1876 Lucas soumettra deux thèses aux instances universitaires, qui seront toutes deux acceptées, mais nous verrons qu'il n'en soutient aucune. Ses deux thèses sont étrangères à l'astronomie.

---

[41] Cf. [Gruey 1868]. La thèse fait l'objet d'une publication dans les [*Annales scientifiques de l'ENS* , 1ère série, t. **5**, 1868, p. 161-227].

[42] Il s'agit de la traduction (déjà citée), en collaboration avec Ch. André, du *Traité d'astronomie sphérique et d'astronomie pratique* de Brünnow (Dublin), paru chez Gauthiers-Villars en 1870. Le deuxième volume paraît en 1872.

[43] Voir le *Rapport fait en décembre 1869 par M. Le Verrier* , Archives de l'Observatoire de Paris [2183].

[44] *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques* , vol. **2**, 1871, p. 169-172.

[45] *Notice sur les titres et travaux de Mr. Lucas*, dossier personnel Édouard Lucas, Archives de l'Académie des sciences.

[46] *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 2e série, vol. **5**, 1876, p. 275-354.

Quelques avis sur l'Observatoire et son directeur Le Verrier

Charles Delaunay (lettre au Ministre 9 décembre 1869) : *"M. Le Verrier est certainement un homme de talent. Il a fait d'excellents travaux d'astronomie théorique, et a doté la science des meilleures Tables que nous possédions sur le mouvement du Soleil, et des planètes Mars, Vénus, Mercure".* Mais il est *"d'un despotisme fantaisiste et insupportable avec ses inférieurs"* et *"Tout cède devant son immense orgueil, devant le désir de grandir aux yeux de la foule le piédestal qu'on a élevé à sa personnalité".*[47]

Rapport de la commission spéciale instituée, par arrêté du 4 février 1870, pour rendre compte au Ministre de la situation de l'Observatoire[48] :
"Il nous a été impossible de comprendre les motifs d'un abandon aussi complet du travail fondamental de l'Observatoire sans avoir recours à des suppositions que nous aurions voulu écarter. Mais, en l'absence de toute explication donnée à la commission par l'ancien directeur, nous sommes obligés de déclarer que, si M. Le Verrier avait eu l'intention de faire échouer l'organisation inaugurée en 1868 et de démontrer que l'Observatoire était devenu stérile sous l'empire du décret du 3 avril, il n'eût pas agi autrement." (p.5)
Ce rapport fait état des conclusions de la commission de 1867 (p.6-7) : *"Nous sommes persuadés que le service eût marché avec plus de zèle et de régularité si les hommes distingués qui secondaient M. Le Verrier avaient toujours été traités par lui avec les égards et les ménagements qui leur étaient dus [...] Le pouvoir attribué au directeur est excessif, et l'on trouverait difficilement un second exemple d'une pareille omnipotence dans les administrations hiérarchiquement organisées. Le chef qui en est investi peut, dans certains cas, être tenté d'en abuser. La commission, d'une voix unanime, exprime le voeu que le décret (de 1854) soit révisé de manière à mettre le directeur à l'abri d'une pareille tentation."*

Gaston Darboux (lettres à Jules Houël, non datées, de décembre 1869 à novembre 1871)[49] :

lettre 8 : *"Il a été décidé en Conseil des Ministres que Le Verrier serait dégommé. Aussi j'espère que dans votre article sur Gauss, vous respecterez le malheur. Le conseil des Ministres reviendra-t-il sur sa décision ? Cela ne me paraît pas impossible. On a discuté Delaunay, Laugier, Serret. Serret que j'ai vu hier m'a dit qu'il n'en aurait pas voulu. En tout cas rien n'est décidé mais Puiseux est proposé et il a des chances. Il est inutile de vous dire quelles sont mes sympathies. Mais avant tout qu'on nous délivre de Le Verrier. C'est ce que je demande. Ce diable d'homme a su se ménager une presse favorable qui va le soutenir. Aussi ne serai-je tranquille que lorsque tout sera terminé".*

lettre 9 : *"Et bien il est tombé, un bon point au ministère Ollivier qui me paraît pavé de bonnes intentions comme feu Duruy de bonne mémoire. Il a trouvé moyen d'insulter d'une manière abominable ce pauvre Yvon Villarceau, qui n'a dans cette affaire qu'un tort, celui d'être le plus ancien membre de l'Institut. Il prépare des factions contre*

[47]Cf. [Bigourdan 1928-1933].
[48] La commission de 1870 est composée de Fourichon, Didelot, Maisonneuve, Liouville, Serret, Briot, Bréguet. Ses conclusions sont anticipées par la destitution de Le Verrier qui intervient le 5 février 1870. Elle recommande cependant l'application par la nouvelle direction de l'organisation de 1868, le refus de la démission des astronomes, et la séparation complète du service météorologique de l'Observatoire.
[49]Cf. [Gispert 1987].

Delaunay, Duruy, Loewy, Marié-Davy et consort. Il est dans sa nature de batailler, il a certainement la bosse de la combativité et elle doit être rudement développée."

lettre 11 (5 mars 1870) : *"M. Delaunay est installé ; il va avoir joliment de difficultés car il a à faire à une race plus irritable même que celle des poètes. Je crois qu'en prenant au hasard deux astronomes ou fonctionnaires de l'Observatoire, il y a les plus grandes chances pour qu'ils ne puissent pas se sentir suivant une expression vulgaire mais remplie de justesse".*

lettre 17 (datée du 8 avril) : *"Savez-vous que Jacobi eût proposé à Le Verrier une association de Mécanique céleste. Jacobi aurait fourni les formules, Le Verrier les calculs. Le Verrier a refusé naturellement."*

Édouard Stéphan (notice nécrologique de Georges Rayet)[50] : *"L'activité scientifique de Rayet paraîtra doublement méritoire à ceux qui se rappellent les graves difficultés intérieures qui se succédèrent à l'Observatoire de Paris, pendant cette période de cinq années, alors surtout qu'elles avaient principalement pour origine les démêlés de Le Verrier avec Marié-Davy [...] On sait l'ardeur passionnée que Le Verrier apportait dans toutes ses entreprises : sa prodigieuse puissance de travail lui faisait toujours distancer ses collaborateurs auxquels il reprochait durement de rester en arrière ; son caractère violent ne le portait pas à tourner les obstacles mais à les renverser, ce à quoi il réussissait souvent."*

Victor Puiseux (notice nécrologique de Charles Wolf)[51] : *"Le Verrier avait, sur la direction à donner à un grand observatoire, des idées très arrêtées : il pensait qu'un établissement d'État, pourvu de crédits, de personnel et de matériel, doit poursuivre les tâches qui sont hors de la portée des petits observatoires et des amateurs. Il doit mener à bien la construction de catalogues étendus au ciel entier ou embrassant des objets faibles et difficiles. Il convient aussi qu'il se charge des services publics, tels que l'enregistrement des éléments météorologiques, l'annonce des tempêtes, la distribution de l'heure ; peu importe que la tâche n'ait point de terme, ou qu'elle excède la durée probable d'une carrière ; l'astronome doit s'accoutumer à travailler pour la postérité, non pour lui-même. Le principe est beau, mais dans la pratique, il a souvent eu pour résultat d'accabler les intelligences vives sous le poids d'une tâche monotone et routinière.*
L'une des principales attributions de Charles Wolf à l'Observatoire de Paris fut de former les élèves astronomes à l'emploi des instruments de précision ; il eut ainsi comme disciples directs : Gruey, Rayet, Charles André, Tisserand, MM. Stéphan et Baillaud. [...] Ils ont exprimé l'opinion que Charles Wolf n'avait pas, comme physicien et comme expérimentateur, donné toute sa mesure à l'Observatoire. On sait que, dans les années qui ont précédé 1870, une véritable atmosphère de guerre enveloppait l'établissement. Le Verrier ne voulait admettre, comme facteur de succès, qu'un plan uniforme et une discipline exacte, et oubliait aisément les égards qui sont dus à des hommes d'une culture élevée. Charles Wolf, soucieux avant tout du bien public, donna sa signature à la lettre de démission collective de tous les chefs de service, lettre qui amena, en 1870, la révocation de Le Verrier".

Le développement des observatoires de province

---

[50]*Annuaire de l'Association des Anciens élèves de l'École Normale Supérieure*, 1907, p. 52-53.
[51]*Annuaire de l'Association des Anciens élèves de l'École Normale Supérieure*, 1919, p. 8.

Les efforts de Le Verrier se sont concentrés sur l'Observatoire de Paris et sur celui de Marseille dont l'installation est confiée à partir de 1866 à Édouard Stéphan.
A partir de 1873, jusqu'en 1880, un effort de rénovation et de création d'observatoires provinciaux voit le jour. En 1873[52], Stéphan est nommé directeur de l'observatoire de Marseille et Félix Tisserand, envoyé à Toulouse pour réorganiser l'observatoire, en devient le directeur la même année. Tisserand demeure cinq ans à Toulouse tout en étant professeur d'astronomie à la faculté des sciences. Il a pour successeur Benjamin Baillaud.
La construction de l'observatoire du Puy-de-Dôme est demandée par Alluard dès 1871, qui suggère de joindre les études de météorologie, ce qui était le but initial, à celles d'astronomie. L'observatoire de Clermont-Ferrand est inauguré en 1876 (le ministre de l'Instruction publique est Waddington). La date et le lieu du congrès de l'AFAS de 1876 (Clermont-Ferrand) sont choisis en fonction de cette inauguration. Une chaire de mécanique rationnelle et d'astronomie est crée à la faculté des sciences de Clermont et Gruey devient ainsi chargé de cours de mécanique rationnelle dans cette faculté, puis professeur de mécanique en mai 1876 et professeur d'astronomie en décembre 1878.

Le décret du 11 mars 1878 (le ministre de l'Instruction publique est alors Bardoux) crée à Besançon un observatoire astronomique, chronométrique et météorologique, à Bordeaux et Lyon un observatoire astronomique et météorologique.
Après le conflit franco-prussien, le ministre de l'Instruction publique dans le gouvernement de Thiers, Jules Simon, fait savoir, le 21 octobre 1871, au conseil municipal de Bordeaux que le gouvernement souhaite créer un observatoire astronomique et météorologique à Bordeaux. En 1876, Rayet est appelé à la chaire d'astronomie physique nouvellement créée à la faculté des sciences de Bordeaux. L'observatoire est implanté en 1878 à Floirac et Rayet en devient en 1879 le premier directeur.
A Lyon, Charles André est chargé de cours à la faculté des sciences depuis 1876, puis professeur en 1877. L'observatoire est créé en 1878 à Saint-Genis Laval (le nom de Dumesnil est cité dans la correspondance d'André) et Charles André en devient le directeur en 1879.
A Besançon l'observatoire astronomique, chronométrique et météorologique, est confié en 1878 à la direction de Saint-Loup. Gruey lui succède le 16 octobre 1881.

Les observatoires (Besançon, Bordeaux, Lyon, Marseille, Toulouse) sont rattachés à l'université par décret le 28 juin 1899.
Wolf peut écrire au sujet de la nomination de Tisserand en 1892 à la tête de l'Observatoire de Paris[53] :
"A ce moment [...] tous les Observatoires français étaient entre les mains d'anciens élèves de l'École Normale."

Louis-Jules Gruey : de l'École Normale à l'observatoire de Besançon

---

[52]On peut citer le nom de Jules Simon, ministre de l'Instruction publique du 4 septembre 1870 au 18 mai 1873, dans le gouvernement de Défense nationale puis dans le gouvernement de Thiers. Trois autres ministres lui succèdent dans la seule année 1873 : Waddington, Batbie, de Fourtou.

[53]Ch. Wolf, Notice nécrologique de Tisserand, *Annuaire de l'Association des anciens élèves de l'ENS,* 1897, p.93-99.

Louis-Jules Gruey[54] est né le 29 septembre 1837 à Jancigny (Côte d'Or). Il entre à l'École Normale en 1859 sur la liste complémentaire des admis, grâce aux désistements qui se produisent en faveur de l'École Polytechnique. Par son travail il obtient le 6e rang sur 12 la première année, et le 4e sur 7 en troisième année (section mathématiques). L'appréciation finale du Directeur des études scientifiques est la suivante :*"excellent jeune homme ; modèle de conduite et aimable caractère. Nature progressive, car il est entré le dernier à l'École et je n'oserais pas affirmer qu'il n'en sort pas le premier à divers égards."*

Il est admissible à l'agrégation de mathématiques en 1862, mais n'est pas reçu. Il devient enseignant à Nevers en 1862-1863 et à Dijon de 1863 à 1865. Il réussit l'agrégation de mathématiques en 1864 tout en enseignant au lycée de Dijon.

Astronome-adjoint à l'Observatoire de Paris de 1865 à 1869, il connaît les démêlés que l'on sait avec Le Verrier (suppression de plusieurs mois de salaire éventuel et des congés en 1867) souvent en même temps qu'Édouard Lucas. Les carnets d'observations de Gruey (de février 1865 à novembre 1869) sont aux archives de l'Observatoire de Paris ([F 14]).

Nous avons vu qu'il soutient en 1868 une thèse d'astronomie et qu'il quitte l'Observatoire de Paris en 1869. Sa lettre de démission au Ministre (5 février 1869) précise : *"Je crois devoir me retirer devant la situation exceptionnelle qui m'a été faite dans le dernier classement des fonctionnaires."* Une note manuscrite commente cette décision : *"Il a été nommé astronome-adjoint de 3e classe avec un traitement de 3500F; il recevait auparavant 2200F fixes et un éventuel de 1500F, soit en tout 3700F. C'est pour cette différence de 200F qu'il renonce à sa situation à l'Observatoire."* Gruey confirme son désir de quitter l'Observatoire impérial le 16 mars 1869 : *"Je n'ai pris cette décision qu'à mon grand regret, à la suite du changement que le Conseil a fait subir à ma position. Votre bienveillance accueillera, je l'espère, une demande qui ne se produit qu'après dix années de services et au milieu de dangers contre lesquels j'implore votre haute protection."*

Il occupe un poste de professeur de mathématiques élémentaires au lycée de Clermont-Ferrand de 1869 à 1872, puis au lycée de Dijon de 1872 à 1874. Sa carrière d'astronome connaît un nouvel élan pendant le 2e semestre de l'année 1873-1874, où il supplée Tisserand à la Faculté des sciences de Toulouse (cours d'astronomie), pendant que ce dernier est envoyé en mission Extrême-Orient (observation du passage de Vénus sur le soleil). Gruey obtient pour cela le soutien de Briot et de Pasteur. Il supplée ensuite Picard à la Faculté des sciences de Poitiers (cours de calcul différentiel) d'avril 1875 à août 1876. Dès lors il ne quitte plus l'enseignement supérieur.

Le 8 avril 1875, une lettre de M. Alluard (Directeur de l'observatoire du Puy-de-Dôme et professeur à la faculté des sciences de Clermont) le réclame comme chargé de cours d'astronomie à la faculté de Clermont-Ferrand. Après un vote de l'Assemblée Nationale en effet, quelques-uns des instruments d'astronomie qui ont servi dans les expéditions chargées d'aller observer le passage de Vénus sur le soleil doivent être donnés par l'État à l'observatoire du Puy-de-Dôme. Le souhait du directeur est de se voir adjoindre "un aide formé aux observations astronomiques". Le 7 octobre 1875, M. Alluard revient sur la construction de l'observatoire du Puy-de-Dôme : *"C'était en 1871 que je m'adressais à l'État, au département du Puy-de-Dôme et à la ville de Clermont, pour obtenir les fonds nécessaires à cette création."* L'observatoire se trouve en mesure de commencer ses fonctions dès le début de l'année 1876, et Alluard suggère de joindre les études de météorologie, ce qui était le but initial, à celles d'astronomie. Une chaire de mécanique

[54]Documentation A. N. [F/17/ 22896], [F/17/ 25802], [AJ/ 61/34-35-36], [AJ/61/9].

rationnelle et d'astronomie paraît de ce fait souhaitable à la faculté des sciences de Clermont. Gruey devient ainsi, avec l'appui de Puiseux ("c'est un travailleur sérieux" témoigne ce dernier), à la rentrée 1875 chargé de cours de mécanique rationnelle dans cette faculté, puis professeur de mécanique en mai 1876 et professeur d'astronomie en décembre 1878. Dans ses lettres de candidature à la chaire d'astronomie (du 23 et du 27 juin 1878), Gruey écrit :*"Je n'ai jamais cessé de m'occuper d'astronomie, ma science de prédilection et de publier soit dans les comptes-rendus soit dans d'autres journaux scientifiques un grand nombre de notes et de mémoires sur divers sujets d'astronomie théorique et pratique"* et ajoute :*"J'ai eu en outre plusieurs fois l'occasion de montrer devant un auditoire considérable, soit en province, soit à Paris, qu'après l'étude de la science mon plus grand plaisir est de la vulgariser."* Il devient doyen de la faculté de Clermont en janvier 1881.
Dès 1878 cependant, Gruey est pressenti pour occuper des fonctions à Besançon où un nouvel observatoire est sur le point d'être créé. Dans une lettre adressée le 19 mars 1878 à un *"cher camarade"* de la direction de l'Enseignement supérieur (on ignore son nom), Gruey écrit :
"Mr. Briot me fait dire, par l'un de mes collègues Mr. Pellet, qui était à Paris il y a 3 jours, qu'un observatoire vient d'être créé à Besançon. Il me demande si je consentirais à diriger cet observatoire tout en étant professeur à la faculté.
Je lui ai répondu immédiatement que j'accepterais avec grand plaisir cette nouvelle position. Je ne me déplais pas à Clermont qui est un magnifique pays ; mais à Besançon j'aurais le précieux avantage d'être très rapproché de mon vieux père et livré à des occupations entièrement conformes à mes goûts. Je désire donc très vivement pouvoir poser ma candidature avec chance de succès et je te prie de vouloir bien la recommander à Mr. le Ministre.
Tous mes anciens collègues de l'observatoire de Paris, Stéphan, Tisserand, Rayet, André ont obtenu de petits observatoires en province ; je serai heureux de me relever de la chute que j'ai faite, sous le règne de Le Verrier, en obtenant celui de Besançon. Mr. Briot et d'autres personnes qui seront probablement consultées ayant bien voulu songer à moi, je m'empresse de t'écrire pour me rappeler à ton bon souvenir. Je compte sur ton amitié et la bienveillance de notre Ministre.
Ton camarade dévoué *L-J Gruey*
P.S. J'irai à Pâques, à Paris, lire un petit mémoire de mécanique aux sociétés savantes. J'espère avoir le plaisir de te féliciter et de te serrer la main."
La lettre porte deux mentions manuscrites : "Recommander particulièrement à M. Dumesnil" et "l'observatoire est créé mais les crédits ne sont portés que pour 1879."

Il faut remarquer que Gruey obtient la médaille d'argent au concours des sociétés savantes en 1879, notamment pour la théorie du gyroscope.
Il devient en 1881 professeur de mathématiques appliquées à la faculté des sciences de Besançon (en remplacement de Saint-Loup). Cela représente pour lui une perte financière : *"mon traitement n'est que de 7000F"* (lettre au Ministre du 11 mars 1881) en comparaison de*"Clermont, où je touchais 9000F comme doyen, 1000F environ pour les examens professionnels et où je pouvais recevoir 500F environ du lycée pour interrogations"* (lettre du 17 novembre 1881).
En juillet 1882 le recteur de l'académie de Besançon écrit à propos de l'enseignement de Gruey : *"Il se propose d'ajouter à l'enseignement de licence un cours à la fois savant et populaire d'astronomie [...] qui doit d'ailleurs dans cette ville d'horlogerie trouver faveur auprès de l'élite de la population ouvrière"* et *"il s'occupe très activement de la part qui lui revient dans les préparatifs de construction et d'installation de*

l'observatoire." Gruey est nommé en octobre 1883 à la chaire d'astronomie de la faculté et Directeur de l'observatoire de Besançon (construit sur proposition de Faye et Loewy). Outre les services de météorologie et d'astronomie, cet observatoire est chargé d'un service de "chronométrie" qui attire à Besançon les meilleurs horlogers du pays. En mai 1883 Gruey plaide auprès du Ministre pour la chronométrie électrique : *"Je n'ai jusqu'à présent aucun appareil électrique digne de figurer à l'étranger. L'électricité jouera bientôt un grand rôle dans la fabrique bisontine ; elle nous servira à régler des centres horaires sur divers points, à envoyer chaque jour des signaux dans les ateliers de la ville ou des environs."* La concurrence internationale n'est pas étrangère à ces préoccupations puisqu'il insiste en juin 1883 auprès du Directeur de l'enseignement supérieur sur *"la nécessité pour la France de fabriquer à Besançon des chronomètres à l'usage de notre marine marchande et militaire ; de refouler victorieusement les produits anglais qui ont envahi nos ports, où ils sont vendus journellement sans aucune concurrence".*

En juin 1884 Gruey peut écrire au Directeur de l'enseignement : *"L'installation sous sa coupole de l'équatorial de 8 pouces vient d'avoir lieu [...] Il reste encore à placer l'objectif, le micromètre et un escalier tournant. Ce sera fait avant huit jours et nous pourrons commencer à observer.*

Entraîné par mon goût pour l'astronomie, j'ai sacrifié le décanat de Clermont à une entreprise pour laquelle Besançon n'avait que des sourires d'incrédulité. Grâce à vous et à la municipalité, cette entreprise a réussi [...] Je vais donc avoir sur les bras un public exigeant de 1500 horlogers."

Gaston Darboux soutient Gruey pour l'obtention d'une décoration (lettre du 25 juin 1885 au Directeur de l'enseignement):

"M. Gruey a toujours beaucoup travaillé ; les mémoires qu'il a publiés depuis sa sortie de l'École sont très recommandables. Il y a quelques années, j'ai eu à faire un cours sur les systèmes articulés. M. Gruey a pu mettre à ma disposition une série de modèles très originaux qu'il avait fait construire et qui ont vivement intéressés mes auditeurs. Comme Directeur et organisateur de l'observatoire, il a rendu de très grands services et on s'attendait à le voir décoré au moment de l'inauguration de son observatoire. Il vient enfin de publier un Cours d'astronomie que mes collègues compétents trouvent excellent et qui rendra de grands services à toutes les personnes chargées de cet enseignement en France[55]*.*

J'ajouterai que nos professeurs de Faculté, hommes distingués en général, gardent trop souvent pour eux les résultats de leurs études. M. Gruey, en publiant des travaux, en travaillant avec ardeur, a donné un excellent exemple qui mériterait d'être suivi et encouragé."

Les conditions de la nomination de Gruey à la tête de l'observatoire de Besançon sont évoquées par Loewy, qui soutient Gruey dans cette affaire (lettre du 10 juillet 1885 au Directeur de l'enseignement):

"Je considère comme un devoir de porter à votre connaissance un fait qui concerne la nomination de Mr. Gruey comme Directeur de l'observatoire de Besançon. Vous n'ignorez pas, Monsieur le Directeur, qu'il existait pendant plusieurs années, avant la création de l'observatoire, un conflit aigu entre la ville de Besançon et le Ministère. La municipalité réclamait pour la direction de l'observatoire un savant compétent très difficile à trouver à cette époque. Mr. Dumont avait bien voulu me charger des pourparlers avec Mr. Gruey que j'avais proposé.

Mr. Gruey, qui avait une ancienneté et des titres supérieurs à plusieurs de ses collègues chargés des autres observatoires de province, réclamait les mêmes conditions

---

[55]Cf. [Gruey 1885].

matérielles faites à ses collègues. Monsieur Dumont, tout en reconnaissant le bien-fondé de ces demandes, mais se trouvant dans l'impossibilité de les satisfaire, obtint de Mr. Gruey, en invoquant l'intérêt scientifique, l'abandon de ses conditions, et lui promit, pour le dédommager, de lui faire obtenir la décoration de chevalier de la légion d'honneur.

En terminant, je me permettrai de vous faire remarquer, qu'au point de vue des travaux théoriques originaux, Mr. Gruey est des plus productifs parmi ses collègues des observatoires de province."

Le député de la Haute-Loire Malartre intervient également pour demander la promotion de Gruey dans l'ordre de la légion d'honneur (lettre au Ministre juillet 1885) :

"L'art de l'horlogerie se lie d'une manière intime à la science astronomique et, à ce point de vue, l'Astronomie est le seul guide sûr des conditions et proportions à appliquer à la construction de la montre de précision, et, particulièrement, de la montre marine. Sous ce rapport nos voisins anglais ont compris, à Greenwich, toute l'importance de ce problème, et ils sont arrivés à une perfection dans la production de la montre marine qui rend notre propre marine tributaire de la leur [...] L'observatoire de Besançon peut dans un avenir rapproché arriver à doter nos vaisseaux d'appareils chronométriques aussi précis que ceux que nous demandons actuellement de l'autre côté du Détroit".

En novembre 1888 Gruey demande un congé de deux mois pour *"faire connaître aux marins un nouveau modèle de sextant"* qu'il construit alors chez M. Hurlimann : *"La construction est lente et délicate. Je me propose de faire quelques conférences sur cet instrument aux amateurs de science nautique."*

Les services que rend Gruey à l'industrie horlogère bisontine sont reconnus aussi dans les rapports du Recteur qui écrit (2 juillet 1884) : *"il est à peu près le seul membre de la Faculté des sciences qui fréquente les personnes de Besançon qu'intéressent les recherches scientifiques, tels les membres de la Société d'émulation du Doubs ; il a réussi à se faire un peu connaître et estimer en dehors de l'Université."*

Le nombre de montres déposées à l'observatoire ne cesse de croître : en 1887, 165 montres, en 1888, 221 montres *"et nous espérons en recevoir encore."* En 1889 le concours chronométrique porte sur plus de 500 montres.

"Grâce à ce service, la fabrique bisontine a réalisé des progrès considérables et s'est élevée, dans notre dernier concours, à la hauteur de la fabrique de Genève" (lettre de Gruey au sénateur du Doubs, 27 novembre 1898).

Le député du Doubs (M. de Moustier) reconnaît en juin 1899 que l'observatoire de Besançon, dirigé depuis longtemps par M. Gruey, est en pleine prospérité et que ce dernier a rendu d'éminents services tant à la science astronomique qu'à la chronométrie.

Toujours à la tête de l'observatoire de Besançon, Gruey meurt le 28 novembre 1902. La notice nécrologique de Gruey dans l'*Annuaire de l'Association des anciens élèves de L'École Normale,* due à Arthur Hermann[56], fait état des nombreux travaux de l'astronome, notamment en mécanique appliquée (gyroscope et sextant) et de ses ouvrages didactiques[57]. Le succès du service chronométrique de l'observatoire de Besançon est rappelé : *"le nombre des dépôts a été en croissant d'une manière continue avec une progression très rapide. Gruey l'a vu s'élever à plus de 800 dans l'année de sa mort [...] Il était naturellement très timide, mal habile pour s'attirer des protections et les distinctions honorifiques qu'il obtint assez tard et auxquelles il attachait le plus grand prix. Il eut cependant des amis constants et dévoués [...] M. Darboux, qui ne*

[56]*Annuaire de l'Association des anciens élèves de l'École Normale*, 1903, p.63-68. Arthur Hermann est mathématicien, ancien élève de l'École Normale. Il fonde la maison d'édition qui porte son nom en 1877.
[57]Cf. [Gruey 1885].

cessa jamais de l'encourager, de le soutenir, de plaider sa cause auprès des ministres pour lui faire obtenir des distinctions qu'il avait si justement méritées. C'est M. Darboux qui le fit nommer chevalier de la Légion d'honneur en 1885, et contribua à le faire nommer officier en 1900, récompense bien méritée par la part brillante que l'Observatoire de Besançon avait prise à notre Exposition nationale."

Malgré son échec comme correspondant de l'Institut, Gruey n'a vécu que *"par la science, pour la science"* et *"pour cet observatoire de Besançon qu'il a créé et pour lequel il avait un attachement si profond qu'il lui a légué toute sa fortune, plus de 400 000 francs."*

5-De l'armée de la Loire au séjour à Moulins

La guerre

Lucas effectue comme engagé volontaire pour la durée de la guerre la campagne de l'armée de la Loire, où il est lieutenant auxiliaire d'artillerie à la 22e batterie du 8e régiment. Il participe à tous les combats qui se livrent depuis la reprise d'Orléans, de Blois et du Mans et est porté deux fois pour la croix de la Légion d'Honneur.
"Pendant la guerre, j'ai fait comme officier d'artillerie de l'armée active la campagne de l'armée de la Loire ; j'ai assisté à tous les combats d'artillerie depuis Coulmiers, à Meung, Beaugency, Vernon, [illisible] *... où ma batterie fut entièrement détruite, à la prise de Blois, et aux combats qui ont précédé et suivi la prise du Mans. J'ai été à différentes reprises porté pour la Légion d'honneur et le grade de capitaine à titre définitif. Mais je n'ai tiré de cela aucun bénéfice et même en revenant à Amiens, mes bagages ont été complètement pillés et saisis à la gare d'Orléans par les soldats de la Commune."* [1]
Cette lettre porte la mention de la main de Sainte-Claire Deville : *"Lucas a très bien fait son devoir comme capitaine d'artillerie. Il est intelligent et mérite toute attention."*

Le problème de la "pile de boulets" (à quelles conditions une pile de boulets à base carrée contient-elle un nombre de boulets égal au carré d'un nombre entier ?) aurait été imaginé par Lucas pendant la campagne de l'armée de la Loire[2].

Le retour à la vie civile

A son retour, le premier problème de Lucas est d'obtenir un emploi d'enseignant. Il souhaite que ce soit à Paris et associe à sa demande celle d'un arriéré de traitement depuis le mois de novembre 1869 comme astronome-adjoint (lettres d'Amiens à Sainte-Claire Deville le 24 juillet 1871, et au ministre de l'Instruction publique, Jules Simon[3], le 25 juillet). L'historique de ses démêlés avec Le Verrier en 1869 est rappelé :
"Le 15 juillet 1869, sur la décision de Son Excellence Monsieur Duruy, j'étais réintégré à l'Observatoire, et les appointements qui m'avaient été suspendus, m'étaient rendus. Monsieur Le Verrier m'excluait de nouveau de l'Observatoire, dès le 20 juillet, trois jours avant d'avoir pu reprendre mon service astronomique en alléguant que je l'avais mal rempli ; mais Son Excellence Monsieur Duruy me conserva mes appointements. [...] Il est vraiment pénible et douloureux pour moi, après une jeunesse laborieuse continuellement couronnée de succès universitaires les plus mérités et les plus enviés, de me trouver victime d'une administration condamnée et de me voir actuellement

---

[1]Lettre de Lucas à Sainte-Claire Deville, 24 juillet 1871. Une note mentionne le nom de Marchenoir, où la batterie fut presque entièrement détruite, A. N. [F/17/22970].

[2]Dossier personnel d'Édouard Lucas, Archives de l'Académie des sciences, *Notice sur les titres et travaux*, Paris, Jouaust, 1880. Le problème de la pile de boulets apparaît dans les *Nouvelles Annales de mathématiques* (2e série, tome **14**, 1875, question 1180, p. 336) et est repris dans [Lucas 1891a, p. 58-59] et dans "L'arithmétique en boules" [Lucas 1894a, p. 23-49].

[3]Jules Simon est ministre de l'Instruction publique depuis le 4 septembre 1870, dans le cabinet Trochu de Défense nationale. Il demeure à ce poste dans le gouvernement présidé par Thiers de 1871 au 18 mai 1873 ; il sera président du Conseil du 12 décembre 1876 au 16 mai 1877, où il est amené à présenter sa démission au président de la République Mac Mahon.

obligé de demander à une famille accablée de revers et déshéritée de la fortune les secours les plus nécessaires à mon existence." [4]

Les promesses de M. Bourbeau, successeur de V. Duruy, et de M. Danton, chef du personnel, ayant été balayées par la guerre, Lucas renouvelle donc ses demandes : la restitution intégrale de son traitement depuis novembre 1869, et une chaire de mathématiques dans un lycée parisien.

Dans sa lettre à Sainte-Claire Deville du 24 juillet 1871, Lucas donne la liste de ses publications : trois mémoires dans les *Nouvelles Annales Mathématiques*, la traduction du *Traité d'astronomie sphérique et pratique* avec Ch. André, un mémoire sur l'application de la théorie des nombres à la construction des étoffes[5]. Il annonce la publication "par voie de souscription" d'un "essai de géométrie d'un genre tout à fait nouveau" sur ce sujet :

"Il est fort curieux à remarquer que la théorie de la fabrication des étoffes repose presque tout entière sur un théorème d'analyse indéterminée dû à Fermat, au sujet duquel Pascal lui écrivait que l'objet de ses études était trop abstrait et n'aurait jamais d'application.

J'ai aussi et depuis longtemps terminé ma thèse et d'autres travaux mathématiques. Mais la position singulière qui m'a été faite m'a empêché de les publier. Il serait donc de toute nécessité de recevoir pour cela le traitement qui m'est dû." [6]

Cependant la référence à la thèse n'apparaît plus avant l'année 1876.

Les démarches de Lucas auprès du ministre de l'Instruction publique Jules Simon et de Dumesnil (directeur de l'enseignement) sont appuyées par un député de la Somme, Gauthier de Rumilly, et par une lettre de son ancien professeur à l'École Normale, Henri Sainte-Claire Deville, au Ministre :

"École Normale Supérieure - Laboratoire de Chimie

Paris, le 28 juillet 1871

Cher ami,

“Vous savez que Lucas n’a pas fait bonne figure à l’observatoire sous l’administration Le Verrier. Il faut dire qu’il n’a guère été encouragé au travail par son directeur. Mais c’est un garçon bien fort et capable de bonnes choses, comme il en a produit plusieurs. Lisez sa lettre et jugez. Je serais bien heureux que vous puissiez le servir. Il est très ingénieux et son calcul des tissus est chose curieuse et utile [7]*. Ne rejetez pas trop facilement ce jeune homme.*

Vous savez que je vous dis toute la vérité : je vous l’ai prouvé récemment.

Votre ami de coeur

H. Sainte-Claire Deville

Vous recevrez prochainement des propositions pour l'organisation de mon laboratoire de l’École Normale.".

Les réponses ministérielles ne sont pas favorables. Une note précise qu'il est impossible d'admettre les réclamations de Lucas concernant l'arriéré de son salaire ; sa demande de poste à Paris est jugée aussi sévèrement :

---

[4]Lettre de Lucas au ministre, 25 juillet 1871, A. N. [F/17/22970].

[5]Il s’agit de l’*Application de l’arithmétique à la construction de l’armure des satins réguliers*, Cf. [Lucas 1867].

[6]Lettre de Lucas à Sainte-Claire Deville, 24 juillet 1871, A. N. [F/17/22970].

[7]Il s’agit de l'ouvrage précédemment cité. Cf. [Lucas 1867].

"M. Lucas est du nombre malheureusement trop grand aujourd'hui et qui va grandissant tous les jours, des élèves de l'École normale supérieure qui, pour avoir été momentanément employés à Paris, se considèrent comme en droit de refuser toute position dans les départements, deviennent un embarras pour l'administration et sont perdus pour l'enseignement public". (note ministérielle du 17 août 1871).
Une deuxième note (réponse au député Goblet, 22 février 1872) montre qu'à cette date Lucas est toujours sans affectation : *"Il n'y a en ce moment aucune chaire vacante, et, en présence du nombre assez considérable d'élèves de l'École normale qui n'ont pas pu encore recevoir de destination, je ne saurais prévoir l'époque à laquelle il sera possible d'assigner un poste à M. Lucas. Cette situation me fait regretter que ce candidat n'ait pas cru devoir accepter, au mois de septembre 1869, la chaire de mathématiques qui lui avait été confiée au lycée de Tours."*

Les candidats normaliens se bousculent pour occuper les chaires, résultat de l'augmentation des effectifs de l'École Normale voulue en son temps par Pasteur. Certaines affectations, comme celle de Lucas, iront vers les chaires de province ; les normaliens semblent être le fer de lance de la politique de revalorisation de l'enseignement provincial, dans les universités et dans les classes préparatoires aux écoles spéciales du gouvernement. La requête de Lucas se heurte ainsi à la politique de décentralisation exprimée entre autres par Gaston Darboux[8] :
"Ce qui serait indispensable non seulement dans l'Université mais ailleurs ce serait une décentralisation administrative dans tous les corps."
L'affectation de Lucas ne tarde pas trop puisqu'il est nommé le 13 avril 1872 à la chaire de mathématiques spéciales du lycée de Moulins.

L'appréciation de Lucas sur sa situation et son mariage à Moulins

Lucas demeure à Moulins d'avril 1872 à septembre 1876, et son mariage avec Marthe Boyron a lieu pendant cette période provinciale (le 19 août 1873).
Deux lettres de Lucas au Directeur de l'enseignement font référence à son mariage et à sa situation :
"Si je n'avais pas donné ma démission de l'École polytechnique pour entrer à l'École normale, je serais probablement ingénieur (ayant été reçu 46e en 1861) [...] Je ne regrette pas cependant ma décision d'alors ; mais je ferai humblement remarquer à M. le Directeur que, sorti agrégé le second de l'École en 1864, je me trouve dans une situation inférieure à celle que j'avais alors. J'ai été malheureusement inspiré en entrant à l'observatoire ; depuis j'ai fait la guerre, j'ai mérité la croix aux sièges d'Orléans et du Mans, comme officier d'artillerie ; notez que je ne la demande pas [...] Je ne suis pas malheureux, autrement, attendu que je me suis marié à Moulins il y a trois ans dans de bonnes conditions ; je me suis consolé depuis cette époque dans les joies de la paternité et du travail." [9]

"Je me suis marié alors, mais non pas avec la personne que Mr. Guérin m'avait choisie; je suis entré dans l'une des plus anciennes et des plus aristocratiques familles du Bourbonnais. Ma femme était, de naissance, parente de M. de Bure, petit neveu de la

---

[8]Voir la lettre n°7 de la période décembre 1869-novembre 1871 dans [Gispert 1987, p. 97].
[9]Lettre de Lucas au Directeur de l'enseignement, Moulins, 30 juillet 1876, A. N. [F/17/22970].

baronne Cauchy (Augustin), nièce de M. Méplain, le député de l'Allier, petite nièce de feu M. Bellaigue, avocat à la cour de Cassation." [10]

Marthe Boyron a dix ans de moins qu'Édouard Lucas ; elle est orpheline, fille d'un avocat parisien, et demeure chez son tuteur, "propriétaire" à Moulins. Deux enfants, Paul et Madeleine, vont naître de cette union ; la mort brutale de Lucas en 1891 les laisse sans fortune, ce qui laisse à penser que Marthe, elle-même décédée prématurément en 1882, n'en possède aucune lors de son mariage.

Un séjour provincial très productif

Si l'on en croit la lettre à Sainte-Claire Deville du 24 juillet 1871, Édouard Lucas n'est pas resté inactif pendant la période passée à l'Observatoire de Paris. Ainsi il étudie avec Émile Barbier la caustique par réflexion d'une parabole pour des rayons perpendiculaires à son axe[11], mais leur collaboration s'arrête là. Après la traduction avec Charles André du traité d'astronomie de Brünnow, on ne trouve ultérieurement qu'une seule publication ayant un rapport avec l'astronomie : il s'agit de trouver l'orbite d'une planète dont on connaît trois positions (le problème relatif à la comète de Halley est traité géométriquement)[12].
Si ses recherches personnelles ont éloigné Lucas de l'astronomie, elles l'ont conduit à s'intéresser à la théorie des nombres à l'occasion de la résolution d'un problème "pratique", l'étude de la géométrie du tissage, touchant à la construction des satins réguliers, jointe à une question historique concernant Fermat et Pascal. Ce triple intérêt théorique, pratique, et historique fonde les recherches de ce mathématicien tout au long de sa vie.

Sans doute Lucas trouve-t-il à Moulins la sérénité nécessaire à la poursuite de son travail scientifique. Il participe en 1872 au congrès des Sociétés Savantes à la Sorbonne. Son intervention est publiée par le *Bulletin de la Société d'émulation du Département de l'Allier* sous le titre *Recherches sur l'analyse indéterminée et l'arithmétique de Diophante* ; elle constitue le point de départ des recherches de l'auteur sur l'analyse indéterminée de degrés supérieurs à 2.[13]
Il devient secrétaire de la Société d'émulation de l'Allier en 1872, de la commission météorologique de l'Allier en 1873, adhère à la Société Mathématique de France (SMF) en 1875 et à l'Association Française pour l'Avancement des Sciences (AFAS) en 1876.
De 1873 à 1875, on peut noter de premières interventions dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* et remarquer la qualité des publications qui voient le jour dans les années 1875 et 1876. C'est vers la fin de son séjour provincial en effet que paraissent les

---

[10]Lettre de Lucas au Directeur de l'enseignement, Moulins, 18 septembre 1876. Mr. Guérin est l'ancien proviseur du lycée de Moulins d'après la lettre de Lucas du 30 juillet 1876, A. N. [F/17/22970].
[11]Concours à l'École Polytechnique en 1865, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. **5**, 1866, p. 21-31.
[12]E. Lucas, Sur un problème de Halley relatif à la théorie des sections coniques, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. 1**5**, 1876, p. 207-209.

[13]Cf. [Lucas 1873].
"Dans ses *Recherches sur l'analyse indéterminée et l'arithmétique de Diophante* , l'auteur ajoute aux équations du 3e degré de nouvelles solutions qui n'avaient point été données par Fermat, Euler et Cauchy; il résout complètement un grand nombre d'équations du 4e degré d'une certaine forme considérée par Lagrange comme un cas particulier, et présente la solution de plusieurs problèmes posés par Fermat, mais dont les méthodes de résolution restaient ignorées." (*Journal Officiel*, 2 avril 1872, p. 2302).

premiers articles importants aussi bien dans les *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences, que dans ceux des congrès de l'AFAS. En 1876, la collaboration internationale commence avec le *Bulletino* du prince Boncompagni et un premier échange épistolaire a lieu en août avec Luigi Cremona[14].
L'intérêt de Lucas pour la théorie des nombres se confirme : la note aux *Comptes Rendus* [1876a] contient pour la première fois l'indication d'une méthode de recherche des nombres premiers indépendante de la construction préalable d'une table de nombres premiers. Celui pour l'instrument arithmétique devient perceptible dès 1876 dans les deux lettres envoyées de Moulins à la Direction de l'enseignement :
"Je publie en ce moment à Berlin, à Turin, à Bruxelles, à Rome, à Liège, dans les académies, différents mémoires très-importants approuvés par les mathématiciens qui s'occupent encore de la Théorie des Nombres ; je dois exposer au Congrès de Clermont une machine arithmétique dont, je l'espère, on parlera dans quinze jours."[15]

"Je ne sors de chez moi que pour aller au lycée ; j'ai fait imprimer cette année 48 mémoires, notes, opuscules de mathématiques ; je suis l'un des collaborateurs les plus assidus des Nouvelles Annales de Mathématiques, Nouvelle Correspondance Mathématique, Bulletino di Bibliografia de Mr. le prince Boncompagni, Annali di Matematica pura ed applicata, de MM. Brioschi et Cremona ; j'ai fait imprimer à peu près 2000 pages de mathématiques et j'en ai plus encore en magasin ; j'ai inventé une machine arithmétique pour vérifier les nombres premiers de cent chiffres (le plus grand connu en a dix) qui a fait l'admiration de MM. Angelo Genocchi, de Turin, et Tchebycheff de Saint-Pétersbourg ; je pense avoir révolutionné (c'est le vrai mot) l'arithmétique ; j'ai présenté cette année cinq mémoires à l'institut, deux thèses à la Sorbonne (qu'on a laissé traîner deux mois au Ministère)."[16]

Lucas intervient sur le thème des nombres premiers et de sa machine arithmétique pour la première fois au congrès de l'AFAS de 1876[17]. Au même congrès, Pafnuti Lvovich Tchebychev (selon une orthographe de l'époque) expose le principe d'une machine arithmétique additive à mouvement continu.

Les thèses de Lucas

La production scientifique d'Édouard Lucas ne cesse alors de s'enrichir. Il songe au concours d'agrégation des facultés, diplôme éphémère qui conduit alors vers l'enseignement supérieur, et dépose les deux thèses qui subissent quelques avatars si l'on en croit leur auteur.
"J'ai présenté une première thèse de mathématiques ; elle a été perdue ; j'en présente une seconde, et l'adresse directement au Ministre pour éviter l'ennui de la première, on m'accuse réception trois mois après l'avoir laissée dans les Bureaux ; je demande mon inscription pour le concours de l'agrégation des facultés, on ne me répond pas ;

---

[14]Cf. *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, vol. I, Serie di Quaderni della Rivista di Storia della Scienza , 1992, p. 95-100.
[15]Lettre de Lucas au directeur de l'enseignement, Moulins le 30 juillet 1876, A. N. [F/17/22970]. Le congrès de Clermont est celui de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences de 1876.
[16]Lettre de Lucas au directeur de l'enseignement, Moulins le 18 septembre 1876, A. N. [F/17/22970].
[17]Au congrès de Clermont de l'AFAS (1876) participent Tchebychev qui y fait 5 communications et Eugène Catalan (cf. [Jongmans 1996]). Lucas y fait 4 communications.

d'ailleurs je ne saurais le passer, maintenant, puisque l'on n'a pas daigné m'envoyer le programme."[18]
Selon la tradition française, la première thèse est une thèse de géométrie qui porte "sur l'application du système de coordonnées tricirculaires et tétrasphériques à l'étude des propriétés des figures anallagmatiques". Fait très inhabituel en France, la deuxième thèse est une thèse d'arithmétique : elle concerne "l'application des séries récurrentes à la recherche des nombres premiers"[19]. Enregistrées le 30 mai 1876, les deux thèses sont jugées dignes d'être soutenues devant la Faculté, dans un rapport du 24 décembre 1877 signé de Bouquet, Hermite et Ossian Bonnet*[20].

Dans son appréciation sur la thèse de géométrie, Pierre Ossian Bonnet (professeur suppléant de géométrie supérieure à Polytechnique) écrit le 3 décembre 1877 :
"La 1ère thèse de Mr. Lucas, quoique roulant sur un sujet élémentaire et relativement facile, me paraît digne de l'approbation de la faculté. Elle contient un grand nombre de résultats nouveaux et intéressants, qui prouvent que l'auteur possède un véritable talent d'invention."

La thèse d'arithmétique est appréciée par Charles Hermite le 14 décembre 1877 :
"La thèse d'arithmétique supérieure de Mr. Lucas contient des résultats nouveaux et extrêmement curieux sur la question difficile de la décomposition des nombres entiers en leurs facteurs premiers. L'auteur n'aborde cette question que dans des cas très particuliers, mais sa méthode qui est élémentaire est en même temps originale et ingénieuse. Le travail me semble très digne de l'approbation de la Faculté."

Aucune thèse n'est pourtant soutenue ultérieurement et le rapport de la faculté des sciences de Paris porte la mention manuscrite signée de la main de Lucas :
"Reçu le manuscrit de mes thèses le 29 décembre 1877."
Il est vraisemblable que la nomination tant souhaitée dans un lycée parisien à l'automne 1876 rend cette soutenance superflue ; une thèse dans un domaine peu considéré en France (l'arithmétique) ne peut conduire qu'à une carrière dans une faculté des sciences provinciale, situation alors beaucoup moins prisée qu'une chaire dans une classe préparatoire parisienne.

Un échange épistolaire au cours de l'été 1876 avec Eugène Catalan[21] laisse supposer qu'à cette époque Lucas n'a pas encore renoncé à l'idée d'une soutenance de thèse :
"Je vous prie seulement de garder pour l'instant cette règle et ma géométrie tricirculaire comme dépôt, et de n'en rien publier pour l'instant et voici pourquoi.
Je vous dirai entre nous que j'ai présenté ma thèse il y a six mois (la seconde), car je vous ai raconté naguère l'histoire de la première ; j'avais changé de méthode d'envoi et l'ai adressée au Ministère ; on m'a accusé réception 6 mois après ; on la lira quand je serai mort, et je l'imprimerai après. Elle a pour sujet les anallagmatiques simplifiées dans leur théorie ; les mémoires de Moutard, Darboux, Laguerre, que je n'avais pas lus alors, deviennent singulièrement élucidés et transformés par cette méthode que

[18]Lettre du 30 juillet 1876 citée précédemment.
[19]Dans [Gispert 1991] on trouve une évaluation de la place respective des différents thèmes mathématiques dans le champ des recherches de haut niveau.
[20]Voir Archives Nationales, Dossier des thèses refusées ou non soutenues [AJ 16 5804].
[21]Eugène Catalan est ancien élève de l'École Polytechnique. Après avoir refusé de signer le serment exigé par l'Empereur Napoléon III, il devient professeur à l'université de Liège en 1865. On peut consulter sa biographie dans [Jongmans 1996].

Darboux avait presque devinée, puisqu'il avait employé 5 coordonnées au lieu de 4 ; mais dans le système orthogonal seulement.
Le rayon du cercle radical que je vous ai envoyé et la relation entre les coordonnées est une trouvaille heureuse ; elle a été cherchée par Hesse et Darboux, mais ils ne l'ont pas donnée.
Je l'ai trouvée carrément par la règle des signes ; cela pourra vous étonner, mais rien n'est plus vrai."[22]

Catalan a-t-il par la suite réussi à convaincre Lucas de publier le contenu de sa thèse de géométrie dans la *Nouvelle Correspondance Mathématique* ? La lenteur de la réponse universitaire (faut-il y voir une certaine désinvolture du monde universitaire à l'égard d'un professeur de province ?) peut avoir contribué au changement d'attitude de l'arithméticien. On sait qu'il a retiré ses manuscrits de la faculté des sciences de Paris à la fin de l'année 1877. L'année 1877 est aussi celle où sont publiées les dernières notes importantes de Lucas aux *Comptes-Rendus*, ce qui peut indiquer une dégradation de ses relations avec le milieu académique.
Nous pensons que le contenu de la thèse de géométrie se trouve en partie développé dans les revues suivantes : *Nouvelle Correspondance Mathématique,* le *Bulletin de la Société Mathématique de France* et les *Annali di Matematica pura ed applicata*[23]. Ce thème géométrique est considéré comme hors du champ de notre étude.

Le dossier personnel de Lucas à l'Académie des sciences contient le résumé suivant de la thèse de géométrie[24] :
"Dans le système des coordonnées tricirculaires ou tétrasphériques on détermine la position d'un point du plan ou de l'espace, par les puissances de ce point par rapport à trois cercles ou à quatre sphères. Les figures anallagmatiques du 4e ordre sont données dans ce système par une équation homogène du second degré à 3 ou 4 variables. L'auteur a eu pour but de prouver, par de nombreux exemples, que les relations descriptives ou métriques qui concernent les relations de position des points, des droites, des coniques et des quadriques s'appliquent entièrement aux courbes et aux surfaces anallagmatiques.
Les courbes sont classées par l'auteur en hypotoriques, hypertoriques, et paratoriques, dans leurs propriétés correspondantes avec l'ellipse, l'hyperbole, ou la parabole ; et les surfaces en hypotoroïdes, hypertoroïdes et paratoroïdes ; ce qui correspond exactement à l'ellipsoïde, l'hyperboloïde, et le paraboloïde. Cette thèse contient une détermination simple du cercle osculateur de la courbe anallagmatique, et une théorie des anallagmatiques homofocales entièrement semblable à celle qui a été donnée par M. Chasles dans l' Aperçu historique *pour les surfaces homofocales du second ordre."*
La thèse d'arithmétique est présentée dans le dossier personnel de Lucas comme le développement de la note aux *Comptes Rendus* du 10 janvier 1876 [1876a]. Les résultats qui en résultent sont examinés dans le chapitre que nous consacrons aux nombres premiers et aux tests de primalité (chapitre 8).

Les derniers mois à Moulins

[22]Lettre de Lucas à Eugène Catalan, envoyée de Moulins le 22 juin 1876. (*Bibliothèque générale de l'Université de Liège* , rubrique correspondance de Catalan [Ms 1307C], lettre V457 aimablement communiquée par François Jongmans). Voir chapitre 13.
[23]Cf. [Lucas 1876e, 1877g, 1877h].
[24]Archives de l'Académie des sciences, dossier personnel Ed. Lucas, *Notice sur les titres et travaux de Mr. Ed. Lucas*, Paris, Jouaust, 1880, p. 14-15.

Les deux dernières lettres provinciales que nous possédons font état de l'indignation d'Édouard Lucas contre l'administration du lycée de Moulins, contre la "tenue débraillée" des maîtres d'études, l'immoralité (on y lit Alfred de Musset et *Mademoiselle de Maupin*[25] !), l'absence de discipline et de travail (on répète les quadrilles de la *Belle-Hélène* au mépris de la classe de mathématiques) qui règnent dans l'établissement. Ce véritable réquisitoire paraît être une réponse à l'accusation de "professeur communard" portée contre lui. Sa nomination sur une chaire parisienne étant en jeu, il répond ainsi avec vigueur et non sans humour à une rumeur désobligeante :
"Je faisais partie de la commission météorologique comme secrétaire ; les membres appartenaient à la noblesse, aux corps des ponts-et-chaussées et des mines ; et son président était M. de Pons, conservateur des forêts ; c'était, vous le voyez, une réunion de conservateurs, comme on dit [...] Savez-vous ce qu'il résulta de tout ceci : je suis un <u>communard</u>.
Un communard, ni plus ni moins. Cependant je vois tous les jours mes cousines, qui dirigent le Mémorial de l'Allier, organe de la légitimité ; ce sont les marraines de mes enfants ; je demeure chez la tante qui a élevé ma femme, et la salle à manger est ornée du buste de M. le comte de Chambord ; ce qui ne m'offusque pas, ne m'occupant aucunement de politique, n'ayant jamais assisté, même de loin, à ce que l'on appelle des réunions publiques ; je préfère mon cabinet d'étude au forum, et n'ai point l'intention de devenir l'homme-berger ou l'homme-troupeau, les deux pôles de la politique [...]
De plus, j'ai offert le pain bénit à ma paroisse, il y a trois mois, je suis bon époux, bon père, bon professeur, je crois, et je serais bon garde national, si cette institution n'avait été supprimée ; voilà pourquoi je suis accusé de vouloir démolir la religion, la famille, la société, et que Mr. Guérin annonçait à Paris, il y a quelques jours devant deux élèves de l'École normale, ma prochaine révocation, au moment où M. Faurie [illisible] *me promettait la première chaire de mathématiques spéciales vacante à Paris."* [26]
La compétition autour des postes parisiens demeure vive !

Le retour à Paris : dualité enseignement-recherche

Le souhait de Lucas de revenir à Paris est sur le point de se concrétiser au cours de l'été 1876 :
"Depuis que je suis à Moulins, je n'ai demandé que le calme et le repos ; je désirai que qu'on me laissât travailler à mes recherches de prédilection. [...] D'ailleurs j'ai l'intention de quitter Moulins cette année; l'année dernière, M. Rollier, que je ne connaissais pas beaucoup cependant, m'avait dit qu'il me proposerait en première ligne pour un lycée de Paris." [27]

Le Ministre de l'Instruction publique (depuis le 9 mars 1876 il s'agit à nouveau de Waddington) répond enfin favorablement aux requêtes de Lucas, qui n'a cessé depuis la fin de la guerre franco-allemande de solliciter une chaire dans un lycée parisien. Après

---

[25]Théophile Gautier publie le premier volume de *Mademoiselle de Maupin* en 1835 (il est âgé alors de 24 ans), roman jugé licencieux mais qui ne fait l'objet d'aucune poursuite judiciaire. Ce n'est pas le cas des *Fleurs du Mal* de Charles Baudelaire, dont l'auteur est poursuivi en 1857 pour "outrage à la morale publique et aux bonnes moeurs". Le défenseur de Baudelaire fait référence au roman de Gautier dans sa plaidoirie, ce qui n'empêche pas la censure des *Fleurs du Mal* et la condamnation de son auteur.
[26]Lettre du 18 septembre 1876 précédemment citée.
[27]Lettre de Lucas au directeur de l'enseignement, Moulins, le 30 juillet 1876, A. N. [F/17/22970].

l'affaire de l'Observatoire, la République va-t-elle panser les plaies de l'Empire ? L'amitié d'un député républicain récemment élu, Charles-Ange Laisant[28], peut avoir joué un rôle important. Son dossier scientifique, qui s'enrichit chaque année de nouvelles publications, plaide aussi fortement en faveur de l'arithméticien.

Lucas est nommé à Paris à la fin septembre 1876, tout d'abord au lycée Charlemagne où il reste trois ans d'octobre 1876 à octobre 1879, les deux premières années en classe de mathématiques élémentaires, la dernière année en classe de mathématiques spéciales.
Lucas sollicite dès le 23 octobre 1876 une chaire de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis :*"J'ai appris qu'il était question de créer une nouvelle chaire de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis ; je crois que MM. les inspecteurs généraux m'ont désigné pour cet emploi dont Son Excellence dispose. Je crois d'autre part que Mr. Dauphin, sénateur de la Somme, a dû me recommander dernièrement à Son Excellence."* [29] Il fait valoir ses titres, 15 ans de services civils, un de service militaire et de campagne, 50 mémoires de mathématiques, 2 volumes in-8°d'astronomie déjà publiés...
Une lettre de Gaston Darboux à Jules Houël du 23 avril 1877 annonce par ailleurs un "mouvement général" dans les classes préparatoires de l'époque à Paris :
"Si vous avez des amis désirant devenir professeur de spéciales, les positions ne manqueront pas. Suchet se retire dit-on. Elliot est nommé à Besançon. On crée une division de première année à Saint-Louis. Total 3 places à Paris, qui détermineront sans doute un mouvement général." [30]

Nouvelle démarche de Lucas le 11 juillet 1877 auprès du directeur de l'enseignement :
"MM. les inspecteurs généraux m'ont fait venir l'année dernière de Moulins pour m'offrir une chaire de mathématiques spéciales à Paris. On m'a donné une situation provisoire, au lycée Charlemagne, en me promettant une division de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis ; le dédoublement n'a pas eu lieu et j'ai dû accepter temporairement une situation inférieure à celle que j'avais à Moulins." [31]
Il fait valoir qu'il a souvent été placé sur le même rang que Darboux à l'École Normale, *"notamment par M. Hermite"* et qu'au mois d'avril 1877 il est devenu vice-président de la section des mathématiques au congrès des Sociétés Savantes tenu à la Sorbonne. Ses méthodes nouvelles d'arithmétique sont professées en Allemagne, en Italie et dans l'Université de Saint-Pétersbourg[32] et il corrige les épreuves de 7 mémoires, parmi lesquels cinq sont destinés à des revues étrangères. L'un de ces travaux doit être imprimé*"à Dresde, en allemand, dans le journal de M. Schlömilch et Cantor."*[33]

---

[28]C-A. Laisant (1841-1920) est admis en 1859 à l'École Polytechnique ; capitaine du génie, il est élu député de Loire Inférieure en 1876, de Paris en 1885, et en 1889 sous l'étiquette boulangiste. Il préside la *Société Mathématique de France* en 1888 ; docteur ès-sciences, il est répétiteur (en 1895) puis examinateur à l'École Polytechnique (en 1899). En 1899 il fonde avec H. Fehr la revue genevoise *L'Enseignement mathématique.* Il apparaît à l'AFAS en 1874 et présidera l'Association en 1904. Laisant effectue une démarche en faveur de la nomination de Lucas à Paris au cours de l'été 1876.

[29]Lettre de Lucas à M. Dumesnil, directeur de l'enseignement, 23 octobre 1876, A. N. [F/17/22970]. Le ministre de l'Instruction publique est alors Waddington.

[30]Archives de l'Académie des sciences, dossier personnel Darboux.

[31]Lettre de Lucas au directeur de l'enseignement, 11 juillet 1877, A. N. [F/17/22970]. Le ministre de l'Instruction publique est alors Brunet.

[32]Ceci est confirmé au moins en ce qui concerne Saint-Pétersbourg (des relations d'amitié scientifique lient Lucas avec Tchebychev : voir chapitre 13).

[33]Il s'agit du *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, rédigé par Schlömlich. Nous n'avons trouvé aucune trace d'un article de Lucas dans le *Generalregister zu Band 1-50 der Zeitschrift für Mathematik und*

Bénéficiant du "mouvement général" indiqué par Darboux, il est nommé, à partir d'octobre 1879, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis et y demeure jusqu'en octobre 1890, où il est réaffecté à Charlemagne en classe de mathématiques spéciales[34].

Il est difficile d'évaluer la qualité de l'enseignement de Lucas à la lumière des rapports d'inspection officiels[35]. On peut noter toutefois que son caractère de mathématicien original, de professeur très savant est reconnu : le cachet personnel qu'il imprime à son enseignement constitue un attrait pour les meilleurs élèves mais une difficulté pour "les esprits médiocres". Les cours de Lucas donnent l'habitude de "suivre avec la plume" les exercices faits au tableau, ce qui semble peu l'usage en d'autres classes. On lui sait gré de fournir gratuitement des leçons supplémentaires tous les dimanches matins aux élèves qui veulent venir chez lui.

Par contre la question du lien entre la recherche et l'enseignement rencontre beaucoup d'incompréhension de la part de l'administration et des parents d'élèves. Lucas a visiblement une difficulté à préparer ses élèves aux concours tout en poursuivant ses travaux personnels et ses nombreuses publications ; les succès dans sa section à l'entrée à l'École Polytechnique seraient moindres que ceux de ses collègues. Le mot est lâché par l'inspection de 1878 au lycée Charlemagne : la manière de Lucas *"peut laisser craindre que chez lui les grandes recherches scientifiques ne fassent quelque tort à l'humble travail de la classe."* Après des débuts encourageants au lycée Saint-Louis, une cabale hostile se manifeste contre lui et le proviseur gémit : *"M. Lucas ne se doute pas de la peine que j'ai chaque année à constituer sa division. C'est une lutte avec les familles pendant toutes les vacances."* Ce dernier finit par céder aux pressions et insiste auprès du Ministre en août 1890 sur la nécessité de déplacer M. Lucas *"qui a perdu la confiance des élèves et des familles".*

L'argument politique apparaît : *"Il y aurait intérêt à remédier à cette situation, à un moment où nos lycées sont, dans une partie de l'opinion, l'objet d'une certaine défaveur. Il importe de ne négliger aucun moyen d'assurer notre clientèle pour le recrutement des Écoles."*[36]

Le retour de Lucas au lycée Charlemagne prend l'allure d'une "disgrâce" dont il semble alors très affecté. Toutefois les rapports d'inspection sur l'enseignement de Lucas redeviennent excellents, tout en regrettant le manque d'habileté et de bienveillance de l'administration du lycée Saint-Louis.

Notons que Lucas fait par ailleurs partie du conseil de la Société mathématique de France depuis 1878 et devient membre correspondant de l'Institut de Genève en 1880.

Physik d'E. Wölffing, B. G. Teubner, Leipzig, 1905. En 1877 les relations entre savants français et allemands, interrompues par la guerre, sont encore peu fréquentes.

[34]Il faut noter que Jules Ferry est ministre de l'Instruction publique depuis le 4 février 1879 et qu'il le demeure (tout en étant président du Conseil à partir du 23 septembre 1880) jusqu'au 14 novembre 1881, où il est brièvement remplacé par Paul Bert. Jules Ferry revient au ministère de l'Instruction publique le 30 janvier 1882 jusqu'au 7 mars de la même année où il est remplacé par Duvaux. Enfin il retrouve son ministère du 21 février au 20 novembre 1883, fonction qu'il cumule à nouveau avec la présidence du Conseil.

Les ministres de l'Instruction publique se succèdent alors : Fallières le 20 novembre 1883, Goblet le 6 avril 1885, Berthelot le 11 décembre 1886, Spuller le 30 mai 1887, Léopold Faye le 12 décembre 1887, Lockroy le 3 avril 1888, Fallières le 22 février 1889, Léon Bourgeois le 17 mars 1890, Charles Dupuy le 6 décembre 1892, Poincaré le 4 avril 1893...

[35] A.N. [F/17/ 22970] et [AJ/16/ 1242].

[36]Lettre du Vice-Recteur au Ministre, 13 août 1890, A.N. [AJ16/ 1242].

De plus, il est membre de la commission des congrès et conférences de l'Exposition universelle de 1889.

6-La passion des nombres

L'expression d'une amertume et d'une lassitude sont perceptibles dans une lettre de Lucas de l'année 1877 :
"Malheureusement, par système ou par négligence, les recherches arithmétiques qui sont considérées comme les plus difficiles ne sont pas en honneur en France, actuellement ; je les aurais abandonnées depuis longtemps si je n'avais eu le bonheur de rencontrer la protection et les encouragements de M. le Prince Boncompagni et de M. le Prince de Polignac. Il est triste de penser que les Oeuvres de Fermat, (l'illustre créateur de méthodes arithmétiques) que l'on ne trouve plus en librairie, ont été réimprimées en 1861 ... à Berlin."[1]

La théorie des nombres en France à la fin du XIXe siècle

La théorie des nombres préoccupe assez peu le milieu mathématique français classique avant 1910, Charles Hermite mis à part : elle est absente de l'enseignement supérieur (facultés des sciences et grandes écoles). Contrairement aux universités étrangères, il n'existe aucune chaire de théorie des nombres dans l'Université française, à l'exception de la charge de cours d'Eugène Cahen entre 1910 et 1915 à la Sorbonne. La tradition allemande est plus ancienne et les universités germaniques sont au coeur de l'enseignement et de la recherche en ce domaine[2]. La présence de l'arithmétique et de la théorie des nombres dans la science française ainsi que la réédition des oeuvres de Fermat vont constituer dès lors une préoccupation majeure d'Édouard Lucas.
Le milieu des théoriciens des nombres est constitué en France pour l'essentiel de professeurs de l'enseignement secondaire et de membres d'associations à caractère scientifique, comme l'AFAS. Ces arithméticiens s'expriment dans des notes aux *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences, dont l'analyse est faite de 1870 à 1914 par Catherine Goldstein[3].

Lucas apparaît comme l'un des auteurs les plus féconds en ce domaine (neuf notes pendant la période considérée). Il appartient au groupe de mathématiciens français intéressés par les aspects algébriques traditionnels de cette discipline, dont les références vont de Pierre de Fermat, Joseph Lagrange, Adrien-Marie Legendre, aux *Disquisitiones* de Gauss. Leurs études (environ 130 notes de CRAS) portent pour l'essentiel sur les nombres premiers, les diviseurs d'un nombre donné, les fractions continues, l'analyse diophantienne, les équations à coefficients entiers. Cette catégorie d'arithméticiens est prédominante entre 1870 et 1900. Elle disparaît presque entièrement des notes aux *Comptes Rendus* au début du XXe siècle, au moment où se manifestent un renouveau thématique, ainsi que des changements de perspectives et de niveau d'exigence de la discipline. L'explosion de nouvelles recherches met alors en avant la théorie analytique des nombres et la théorie des formes ; celle des corps de nombres émerge.

---

[1]Lettre de Lucas au directeur de l'enseignement du 11 juillet 1877, A. N. [F/17/22970]. L'ouvrage de Fermat dont il s'agit dans cette lettre est [Fermat 1679] réimprimé à Berlin en 1861 par Friedlaender et Filius.
[2]Ainsi Ernst Eduard Kummer est nommé professeur à Breslau en 1842, puis à Berlin ; parmi ses élèves figurent Leopold Kronecker et Paul Bachmann, qui occupent à leur tour des fonctions universitaires. Les notes des cours de théorie des nombres de Peter-Gustav Lejeune-Dirichlet, recueillies et complétées par Richard Dedekind, *Vorlesungen über die Zahlentheorie,* paraissent en 1863. Cf. [Goldstein 1991].
[3]Cf. [Goldstein 1994].

En France, Jacques Hadamard contribue à l'émergence de ces méthodes analytiques. Il obtient le grand prix de l'Académie des Sciences en 1892 en raison de l'incidence de ses travaux concernant les fonctions entières sur l'étude de la fonction $\zeta(s)$, et il fournit en 1896 une réponse à la question de la détermination du nombre de nombres premiers inférieurs à une quantité donnée, dans son mémoire "sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ et ses conséquences arithmétiques."[4]
Hélène Gispert analyse les recherches françaises de haut niveau, notamment les thèses soutenues entre 1870 et 1914 par des sociétaires de la Société Mathématique de France: la théorie des nombres y est singulièrement peu présente[5]. Pendant cette période le *Bulletin de la Société Mathématique de France* comporte seulement 6% de communications en théorie des nombres contre 32% en géométrie et 27% en analyse[6]. Hormis les notes aux *Comptes Rendus*, qui constituent de véritables publications de recherche, on peut s'interroger sur les lieux d'expression des résultats numériques français. Un élément de réponse est apporté par H. Gispert : *"Ces disciplines semblent être principalement cultivées dans le cadre de revues de diffusion ou d'enseignement"* qui proposent en guise de récréations mathématiques des questions de théorie des nombres, d'analyse diophantienne ou de divisibilité par exemple[7].

L'oeuvre scientifique de Lucas à travers ses publications

Lucas apparaît comme l'un des auteurs français les plus prolifiques de la fin du XIXe siècle. Une liste assez exhaustive de ses oeuvres apparaît dans la bibliographie de Duncan Harkin[8]. On doit cependant la compléter par le mémoire [Lucas 1878g] paru dans la *Nouvelle Correspondance Mathématique*, par la note du bulletin de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg [Lucas 1890a], et remarquer par ailleurs qu'une erreur attribue à Édouard Lucas une note aux *Comptes Rendus* qui est en fait due à son homonyme Félix Lucas*[9].
Sous la signature d'Édouard Lucas, on peut répertorier environ 180 articles et quinze livres, parmi lesquels le traité de *Théorie des nombres* , 4 ouvrages de *Récréations mathématiques* et une *Arithmétique amusante*, les deux derniers volumes des *Récréations* et l'*Arithmétique amusante* étant publiés à titre posthume sous l'égide de la Société Mathématique de France grâce aux efforts de H. Delannoy, C.-A. Laisant, E. Lemoine.

---

[4]Voir les notes aux *Comptes Rendus* [1892, vol.**115**, p. 1120-1122] et [Hadamard 1896].

[5]Parmi les thèses soutenues à la faculté des sciences de Paris, on peut mentionner celle du R.P. Joubert (août 1876) sur l'application des fonctions elliptiques à l'arithmétique supérieure, et celle de Léon Charve (juillet 1880) sur l'application de la théorie arithmétique à un nouveau mode d'approximation contenant les fractions continues (rapport de Ch. Hermite, A.N. [AJ 16 5533]). On peut signaler également la thèse d'Eugène Cahen "Sur la fonction $\zeta(s)$ et sur des fonctions analogues", soutenue en mars 1894 devant Hermite, Picard et Poincaré.

[6]Cf. [Gispert 1991, p. 86, 91, 158 et tableau p.173].

[7]Le recensement effectué par Leonard-Eugene Dickson et ses collaborateurs confirme par ailleurs le rôle de la revue française *Nouvelles Annales de Mathématiques*, et des revues belges *Nouvelle correspondance mathématique* et *Mathesis* dans le domaine numérique. Cf. [Dickson 1919-1923].

[8]Cf. [Harkin 1957, p. 282-288].

[9]Cf. [Lucas 1890]. Félix Lucas, né en 1836, est un ancien élève de l'École Polytechnique, ingénieur des Ponts et Chaussées. L'article de Félix Lucas intitulé "Sur une application de la mécanique rationnelle à la théorie des équations" figure dans les *Comptes Rendus* [1879, vol. **89**, p. 224-226]. Il contient en particulier le "théorème de Lucas" :
Tout contour fermé convexe entourant les points z racines complexes de l'équation algébrique F(z) = 0 entoure aussi les points racines de l'équation F'(z) = 0.

Plusieurs mémoires et articles paraissent dans des publications étrangères :

-9 mémoires dans des revues italiennes : *Annali di Matematica pura ed applicata* (2), *Atti della Reale Accademia dei Lincei* (1), *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino* (2), *Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche* du prince Boncompagni (3), *L'Ingegneria Civile e le Arti Industriali* (1).

-2 mémoires dans l'*American Journal of Mathematics pure and applied.*

-1 article dans le *Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg.*

- 38 articles dans les revues *Nouvelle correspondance mathématique* de Bruxelles (21) ; *Messenger of Mathematics* de Cambridge (7) ; *Mathesis* de Bruxelles (10).

En France on dénombre :

- 9 notes aux *Comptes Rendus* de l'Académie des sciences.

- 11 articles dans le *Bulletin de la Société mathématiques de France.*

- 36 interventions à l'AFAS parmi lesquelles une conférence générale.

- 39 interventions dans des revues d'enseignement françaises *Journal de mathématiques élémentaires*, *Nouvelles Annales de Mathématiques.*

-30 articles dans deux revues de diffusion et de vulgarisation de la science : *La Nature* et la *Revue scientifique de la France et de l'étranger*.

Lucas annonce par deux fois au Directeur de l'enseignement la publication de travaux en Allemagne, à Berlin (lettre du 30 juillet 1876) et à Dresde dans le journal de Schlömilch et Cantor *Zeitschrift für Mathematik und Physik* (lettre du 11 juillet 1877). Nous avons déjà signalé qu'aucune trace de ces publications n'a pu être trouvée dans les revues allemandes de la période considérée. Le prestige de publications outre-Rhin a pu tenter Lucas, mais il faut noter qu'en 1876-1877 les échanges scientifiques dans les revues françaises et allemandes, interrompus par la guerre, sont encore peu fréquents.
L'examen des publications fait apparaître des années très productives sur le plan scientifique : de 1876 à 1880 paraissent en effet plus de cent notes, articles ou mémoires, parmi lesquelles les principales notes aux *Comptes Rendus* et les mémoires dans les revues italiennes et américaine.
La *Notice sur les titres et travaux de Mr. Lucas* [10] souligne l'importance particulière des mémoires [1875-6] qui rapproche les méthodes d'arithmétique de celle de l'algèbre ; [1876d] qui a pour objet l'étude de la primalité des grands nombres entiers reposant sur l'inversion du théorème de Fermat ; [1877m] [1878a] et [1878g] qui font apparaître les propriétés des fonctions symétriques des racines d'une équation du second degré et leur application aux nombres premiers.
Les années 1882-1883 sont surtout consacrées au travail préparatoire à la réédition des oeuvres de Fermat. Le contenu des publications des dernières années, de 1884 à 1891, s'infléchit : outre une réflexion qui se poursuit sur des questions "de haute mathématique", la diffusion, la popularisation de la science deviennent des

[10] Archives de l'Académie des sciences, dossier personnel Édouard Lucas.

préoccupations du mathématicien, comme en témoignent ses nombreuses récréations mathématiques et ses articles de vulgarisation scientifique. Lucas devient membre de la commission des congrès et conférences de l'exposition universelle de 1889. Il semble vouloir rassembler ses visions théoriques dans son traité de *Théorie des Nombres* , dont les volumes devaient réunir tant de travaux épars, mais à sa mort prématurée en 1891 seul le premier d'entre eux est rédigé.

Les notes au *Comptes-Rendus* de l'Académie des sciences

Les principales contributions d'Édouard Lucas aux notes aux*Comptes-Rendus* ont lieu entre août 1875 et juillet 1877, où sept notes sont publiées. Elles sont suivies de deux notes en 1880 et en 1883. Cinq lettres de Lucas figurent dans les pochettes de séances de l'Académie des sciences et font état de la bienveillance de Joseph Bertrand envers ses écrits (quatre et peut-être cinq de ses notes semblent publiées grâce à l'intervention directe du Secrétaire perpétuel). Une seule note est refusée par Puiseux et Bouquet en 1876.
Après 1877, les interventions de Lucas se raréfient dans les notes aux *Comptes-Rendus* et nous n'avons trouvé aucune explication à ce tarissement. On peut remarquer que 1877 est l'année où Lucas retire les manuscrits de ses thèses sans les soutenir. Y a-t-il eu froideur dans les relations établies entre Lucas et Bertrand ? A partir de 1877-78, Lucas privilégie la publication de copieux mémoires dans des revues européennes (belge, italiennes) ainsi que dans l'*American Journal* , et non la publication de courtes notes aux *Comptes-Rendus*. A-t-il le souci de faire rayonner la science française à l'extérieur des frontières, ou trouve-t-il une plus grande liberté d'expression dans certaines revues étrangères ? La question demeure posée.
Les deux dernières notes contiennent une réclamation de priorité de Lucas à l'encontre de Sylvester (en 1880), et une contestation d'une généralisation par Picquet du théorème de Fermat (en 1883), mais les travaux personnels de l'auteur ne figurent plus aux *Comptes-Rendus* de l'Académie des sciences.
Nous n'avons trouvé aucune trace de deux mémoires annoncés par la lettre figurant dans la pochette du 12 avril 1880.

L'examen des pochettes de séances nous révèle que

1°) trois notes sont publiées après avoir été soumises à l'examen de Michel Chasles ou présentées par lui :
-"Théorie nouvelle des nombres de Bernoulli et d'Euler" le 4 septembre 1876.
-"Nouveaux théorèmes d'arithmétique supérieure" le 27 décembre 1876.
-"Sur la division de la circonférence en parties égales" le 16 juillet 1877.

2°) une note est publiée après avoir été renvoyée à l'examen de Victor Puiseux :
-"Sur les rapports qui existent entre la théorie des nombres et le calcul intégral", le 5 juin 1876.

3°) trois notes publiées pendant cette période ne comportent aucune mention de rapporteur ni de renvoi à une quelconque commission :
-"De la trisection de l'angle à l'aide du compas" le 23 août 1875.
-"Note sur l'application des séries récurrentes à la recherche de la loi de distribution des nombres premiers" le 10 janvier 1876.
-"Sur l'extension du théorème de Fermat généralisé et du *Canon Arithmeticus* " le 5 mars 1877.

La pochette de séance du 23 août 1875 contient une lettre d'accompagnement de Lucas, visiblement adressée au Secrétaire perpétuel, Joseph Bertrand, à qui Lucas souhaite "l'heureuse longévité" de son prédécesseur, tout en signant "votre élève dévoué et reconnaissant"[11]. On peut supposer que Lucas a soumis cette note à l'approbation directe de Bertrand, qui fut son professeur à l'École Normale.

La pochette de séance du 10 janvier 1876 contient une lettre de Lucas adressée également à Bertrand, qui comporte l'observation suivante:

"La bibliothèque de la ville de Moulins ne reçoit les Comptes-rendus *que tous les ans ; il est donc difficile de se tenir au courant dans ce pays."*

Le manuscrit de la note du 10 janvier 1876 est, lors de sa publication, amputé de deux pages concernant l'utilisation de l'échiquier dans l'étude de la primalité des nombres de Mersenne (voir chapitre 12), et de la conclusion de Lucas préfigurant certains résultats que l'auteur développera ultérieurement (présence des nombres premiers au sein des suites récurrentes, voir chapitre 8).

4°) une note est refusée par Puiseux et Bouquet le 20 mars 1876 ; le manuscrit de celle-ci envoyé de Moulins le 12 mars 1876 (6 pages) porte le titre suivant : "Sur un nouveau système de géométrie du cercle et de la sphère".

5°) la pochette de séance du 8 janvier 1877 contient une lettre de Lucas à Bertrand, ou sont relevées les erreurs nombreuses que contient la note de Proth, publiée le 27 décembre 1876 sans mention de rapporteur[12] :

"L'auteur n'a évidemment jamais ouvert Legendre, Gauss, ou l'algèbre d'Euler".

Lucas conclut :

"J'espère vous envoyer prochainement quelques travaux plus importants que vous voudrez bien accueillir comme par le passé. Je préfère publier mes découvertes à l'Académie, et non ailleurs, bien que je sois assuré de la bienveillance parfaite de MM. Genocchi et Tchebychef, Mr. Hermite auquel je m'étais adressé m'ayant écrit qu'il n'était pas compétent. Si vous désirez un aperçu de ma théorie fort simple, je me ferai un plaisir de vous l'expliquer, en une heure au plus, en vous montrant le mécanisme pour les nombres premiers, la manière de ramener l'équation indéterminée du second degré à la résolution du triangle rectiligne par les formules de la trigonométrie, l'identité de la distribution des nombres premiers avec les polygones simultanément inscrits et circonscrits de Poncelet.

En un mot, ma théorie repose sur cette idée inverse de celle de Newton : l'arithmétique, c'est l'algèbre particularisée. Ce n'était pas le point de vue de Gauss.

J'ai d'ailleurs résolu ce problème : soit p un nombre quelconque très-grand, déterminer ses facteurs, connaissant la décomposition en facteurs premiers ou non, d'un nombre $p \pm \alpha$ *voisin quelconque, sans se servir de la table des nombres premiers.*

Veuillez agréer, Monsieur et cher Maître, l'hommage de mes sentiments les plus respectueux

Ed. Lucas
professeur au lycée Charlemagne
56 rue Monge Paris"

---

[11]Joseph Bertrand est élu Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences depuis 1874 en remplacement d'Elie de Beaumont. Il est élu en 1884 à l'Académie Française en remplacement de J.-B. Dumas.

[12]Proth, "Énoncés de divers théorèmes sur les nombres", *Comtes-Rendus de l'Académie des sciences*, t. **83**, 1876, p. 1288-1289. Il faut remarquer que la note suivante de Proth du 8 janvier 1877, renvoyée à l'examen de Puiseux et Bouquet, n'est pas publiée.

6°) deux notes de Lucas sont publiées ultérieurement sans mention de rapporteur :
-"Sur les fonctions cyclotomiques" le 12 avril 1880.
La pochette de séance correspondante contient une lettre d'accompagnement destinée à Bertrand. Elle contient une réclamation de priorité pour les théorèmes énoncés par Sylvester sur les diviseurs des fonctions cyclotomiques ; la généralisation et la réciprocité de ces théorèmes, avec leur application à des résultats "dans le genre de celui de Wilson" ; la rectification de quatre théorèmes énoncés par Sylvester, qui sont inexacts. Lucas précise :
"De plus, je vous prierais de vouloir bien remettre sur le bureau de l'Académie les deux mémoires ci-joints ; le premier ne contient qu'une petite fraction des recherches que j'ai entreprises et des résultats que j'ai obtenus dans la théorie des fonctions que M. Sylvester a nommées cyclotomiques."
On n'a aucune trace de ces deux mémoires.

-"Sur la généralisation du théorème de Fermat" le 30 avril 1883.
La pochette de séance correspondante contient une lettre d'accompagnement destinée à Bertrand, où Lucas conteste la note de Piquet publiée dans les *Comptes-Rendus*[13] après examen par Hermite :

Paris le 26 avril 1883

Cher et illustre Maître,
Le théorème de M. Piquet est une complication et non une généralisation du théorème de Fermat et d'Euler ; d'ailleurs on ne saurait trouver d'autre théorème en supposant x et n deux entiers quelconques, car il n'en existe pas, comme le montre la note suivante que je vous prie d'insérer dans les Comptes-Rendus, si vous le jugez convenable.
Avec le plus profond respect, votre élève dévoué

Ed. Lucas , 4 rue Du Bellay

La note de Piquet se ramène en fait à la généralisation connue du théorème de Fermat : $y^{a^n} - y^{a^{n-1}}$ est divisible par a^n quelque soit y. Il n'y a pas lieu de chercher une généralisation par cette voie, par contre on peut en chercher une pour x complexe. Auguste Pellet oppose à Piquet des objections semblables à celles de Lucas dans une courte note publiée la même année[14].

L'AFAS, la passion de la science

L'Association française pour l'avancement des sciences est fondée en 1872 par un groupe de scientifiques convaincus que le niveau scientifique de la France est en baisse et qu'il importe de le relever. Parmi les promoteurs de l'Association, on peut relever, entre autres, les noms de Louis Pasteur, Marcelin Berthelot, Paul Broca, Alfred Cornu, Charles Friedel, Adolphe Wurtz, Bréau de Quatrefages, Claude Bernard, Jean-Baptiste Dumas, Maurice Loewy, Joseph Serret, Michel Chasles, François Tisserand. Un mécène, le banquier Adolphe d'Eichtal, contribue au financement de l'Association.[15]
Jouant la carte de la décentralisation, les congrès annuels de l'AFAS animent les villes de province ou d'Afrique du Nord. Des invitations sont lancées en direction de savants

---

[13]Piquet, "Sur une généralisation du théorème de Fermat", *Comptes-Rendus de l'Académie des sciences*, t. **96** , 1883, p. 1136-1139 et p. 1424.
[14]Pellet "Sur la généralisation du théorème de Fermat", *Comptes-Rendus de l'Académie des sciences*, t. **96** , 1883, p. 1301-1302.
[15]On peut consulter les travaux du Groupe d'Histoire et de Diffusion des Sciences d'Orsay sur l'AFAS dans [GHDSO 1997] et [GHDSO 1998].

étrangers qui assistent nombreux aux congrès de l'Association, mais longtemps l'AFAS refuse la présence de savants allemands (la présence de Georg Cantor au congrès de 1894 constitue une exception).

L'investissement d'un certain nombre de mathématiciens très présents à l'AFAS dans le domaine arithmétique -beaucoup d'entre eux sont par ailleurs membres de la SMF- peut être appréhendé en fonction du désintérêt relatif du milieu académique français pour la théorie des nombres. Entre 1872 et 1914, les 1200 interventions de la section 1 du groupe des sciences mathématiques de l'Association comportent 20% de communications concernant des problèmes numériques. L'AFAS s'affirme ainsi comme un lieu d'expression et de publication de résultats concernant les nombres, au même titre que les revues de diffusion et d'enseignement. L'activité des arithméticiens y atteint une ampleur comparable à celle qui se déploie au travers des notes aux *Comptes rendus*. Sans être des mathématiciens d'exception, ces scientifiques marginaux par rapport au milieu académique et universitaire, qui publient dans des revues considérées de second plan et travaillent sur des questions négligées par les autres mathématiciens de l'époque, ont une action, une influence qui ne peuvent être tenues pour négligeables[16].

Édouard Lucas occupe des responsabilités importantes à l'AFAS dont il devient membre en 1876 et participe activement à ses congrès. Il y trouve un écho, une tribune et une source d'inspiration qui s'accordent au libéralisme volontiers affiché par l'Association :*"Nous écoutons toutes les doctrines scientifiques, sérieuse ou non [...] celles qui ne le sont pas ne résistent pas à un examen rigoureux, fait librement et en pleine lumière."*[17]
Secrétaire des deux premières sections de l'AFAS, regroupant les mathématiques, l'astronomie, la géodésie et la mécanique, aux congrès du Havre (1877), de Paris (1878), de Montpellier (1879), il préside ces sections aux congrès de Reims (1880), de Nancy (1886), et de Marseille (1891).
Les références à l'activité de l'Association sont présentes dans les lettres que Lucas échange avec Cremona en 1878 et 1880, avec Sylvester en 1879, et avec Tchebychev en 1878, 1890 et 1891 (voir chapitre 13). Lucas doit, en tant que secrétaire, régler le problème des dates des congrès et de logement des congressistes, mais aussi, comme président des sections 1 et 2, susciter les interventions des participants et veiller à l'impression de celles-ci.
La lettre du 30 avril 1878 adressée à Cremona évoque la délicate question des invitations aux savants étrangers, en particulier allemands, et la solution trouvée à l'AFAS.

Lucas effectue 36 interventions dont une conférence générale au congrès de Blois en 1884 sur *le Calcul et les machines à calculer* .

---

[16]Parmi eux nous trouvons : Aubry, Fontès, Gérardin, Gohierre de Longchamps, Laisant, Lucas, Maillet, d'Ocagne, Pellet, Perrin. Pour sa part, Henri Poincaré effectue deux communications tout à fait exceptionnelles au Congrès de l'Association en 1881. L'une porte sur “les invariants arithmétiques et leur utilisation pour reconnaître si deux formes quadratiques sont équivalentes” (p.109-117) , l'autre sur “les applications de la géométrie non euclidienne à la théorie des formes quadratiques” (p.132-138). Il faut souligner à ce propos que des étrangers, et parmi eux des savants de tout premier plan comme Cantor, Peano, Sylvester, Cayley ou Tchebychev, n'hésitent pas à utiliser l'AFAS pour diffuser certains de leurs résultats.
[17]"L'Association française en 1879", M. Mercadier, *Congrès AFAS 1880*, p.34.

Lorsqu'il établit la"vraie réciproque" du théorème de Fermat, la primeur de ce résultat théorique d'importance est offerte à l'AFAS : "*Nous avons énoncé pour la première fois ce théorème en 1876, au Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, à Clermont-Ferrand.*"[18] Le principe d'une *"machine arithmétique pour vérifier les nombres premiers de cent chiffres"* dont font état les lettres de l'été 1876 est aussi exposé à ce congrès.
Utiliser l'AFAS comme moyen de diffusion de recherches personnelles originales n'est pas une démarche habituelle au milieu scientifique français. Bien des communications de congrès de l'Association sont en fait des reprises de résultats publiés par ailleurs. Faut-il voir alors dans l'attitude de Lucas une adhésion enthousiaste et militante à la devise de l'AFAS[19] : *"Par la science, pour la patrie"* et à ses objectifs : *"L'Association se propose de favoriser par tous les moyens en son pouvoir le progrès et la diffusion des sciences au double point de vue du perfectionnement de la théorie pure et du développement des applications pratiques* " ?
Il faut mentionner l'action de Lucas en vue de la publication des oeuvres de Fermat qui s' exprime à l'AFAS à plusieurs reprises. Un voeu en ce sens, assorti d'une demande de création d'une chaire française de théorie des nombres, est formulé en 1880 puis à nouveau en 1887 et 1888.
Comme secrétaire puis président de la première section de l'AFAS, Lucas noue des contacts internationaux et bien des publications qu'il effectue dans les revues étrangères, italiennes, belges, américaine et russe, en résultent. On peut citer les noms de James-Joseph Sylvester, Arthur Cayley, Georg Cantor, Luigi Cremona, Ernesto Cesàro, Eugène Catalan, Pafnuti Lvovich Tchebychev. Tous sont invités aux congrès de l'AFAS au titre de savants étrangers. Les publications dans les revues étrangères permettront à l'oeuvre de Lucas d'être enrichie par les anglo-saxons, en particulier par Derrick Henry Lehmer dans les années 1930, alors qu'elle tombe en France dans un oubli relatif au début du XXe siècle.
En octobre 1891 Lucas est blessé accidentellement au cours du banquet qui clôture le congrès de l'AFAS de Marseille. Il meurt prématurément peu après d'un érysipèle ; veuf depuis 1882, il laisse deux enfants[20].

Quelques témoignages sur les congrès de l'AFAS

Gaston Darboux participe à plusieurs congrès de l'AFAS entre 1878 et 1888 (Paris, Montpellier, Reims, Alger, Oran). A travers sa correspondance avec Jules Houël, nous avons quelques appréciations très personnelles sur les interventions de Lucas et d'autres mathématiciens.
3 septembre 1878 (congrès de Paris) : *"A propos du congrès de l'Association Française, j'ai eu la visite de quelques savants. L'un d'eux M. Liguine m'a remis un article où il y a beaucoup de renseignements historiques et que je vous envoie. J'y ajouterai une note. Tchebychef a fait une communication sur la coupe des habits*[21]. *C'est très original, mais très ingénieux. Le "mais" vous prouve que je ne prends pas original dans le meilleur sens possible."*

---

[18]Cf. [Lucas 1891a , p. 441].
[19]Statuts de l'Association, cf. [AFAS 1872, p. 2].
[20]Le fils d'Édouard Lucas, Paul, meurt de la tuberculose en 1894, à l'âge de 19 ans. Sa fille Madeleine décède sans descendance au début de la deuxième guerre mondiale. Édouard Lucas est inhumé au cimetière de Montmartre à Paris.
[21]Il s'agit de l'intervention de Tchebychev au congrès de Paris : "Sur la coupe des vêtements", cf. [Tchebychev 1878]. Voir le chapitre 7 et la partie *Documents* de notre étude.

7 octobre 1878 : *"Je ne sais si vous avez vu dans la revue scientifique le compte-rendu des mémoires qui ont été lus aux séances du congrès de l'Association Française. En ôtant les drôleries qu'y a mises Lucas, on pourrait imprimer cela dans le* Bulletin. *Si vous voulez, je vous ferai un article avec cela."*
9 octobre 1878 : *"Je vous envoie le compte-rendu en question des séances du congrès. Découpez-y ce que vous jugerez convenable et envoyez-le à l'imprimerie. Il y a quelque chose à y prendre. Supprimez toutes les plaisanteries de Lucas et vous verrez qu'il prendra (le compte-rendu) des apparences scientifiques."*

Dans plusieurs autres lettres Darboux exprime son intérêt pour l'AFAS :
8 août 1880 : *"J'irai au congrès de Reims et tâcherai de me procurer quelques bons articles."*
24 août (1880) : *"Je reviens de Reims où j'ai vu Schoute, un autre hollandais Baer professeur à l'École Polytechnique de Delft, et où j'ai récolté quelques articles futurs pour le* Bulletin. *J'ai aussi fait la connaissance de Henry*[22] *que j'ai engagé à nous donner tout ce qu'il pourra. La seule utilité de ces sortes de congrès est là : on voit bien des personnes que sans cela on n'aurait jamais rencontrées. Baer m'a l'air de s'occuper surtout de récréations mathématiques et de problèmes amusants [...] Lucas nous a fait une communication sur le jeu du taquin dont vous avez sans doute entendu parler. En fait de personnages considérables, il n'y avait que Sylvester qui invente toujours des mots nouveaux [...] J'ai vu un italien à Reims, Guccia, qui me donnera quelque chose pour le* Bulletin. *Il m'a dit que Cremona a été nommé sénateur ; il est de la gauche et Brioschi de la droite. Il a failli cet hiver (Cremona) être nommé ministre ; il est à craindre qu'il ne soit perdu pour la science."*
6 mai 1881 (congrès d'Alger) : *"Notre séance du congrès n'a pas été très brillante au point de vue scientifique. Chacun était venu pour se promener et l'on faisait peu de communications. Nous avons vu les maisons mauresques, les environs d'Alger qui sont splendides."*

En 1876, Charles André vient de soutenir sa thèse d'astronomie et sollicite un congé pour participer au congrès de Clermont-Ferrand, qui coïncide avec l'inauguration de l'observatoire du Puy-de-Dôme :
"Depuis longtemps [...] je m'étais engagé avec Monsieur Dumas pour aller faire une communication au Congrès de Clermont, relative à mes travaux, communication importante par la notoriété qu'elle leur donne."
"Je vous demande la permission d'aller au congrès scientifique de Clermont qui s'ouvrira le 18 courant, pour y exposer les derniers travaux qui ont fait l'objet de ma thèse et que j'ai eu l'honneur de vous soumettre.
De plus, ayant été chef de la mission de Nouméa pour l'observation du passage de Vénus, quelques-uns de mes honorables maîtres m'ont fortement engagé à y rendre compte des procédés scientifiques que j'ai employés pour résoudre cette grande question aujourd'hui pendante devant la science."[23]

---

[22]Il s'agit de Charles Henry dont le rôle dans la réédition des oeuvres de Fermat est précisé au chapitre 11.
[23]A. N. [F/17/23178]. Lettres de Charles André, 12 août 1876, au directeur de l'enseignement et au ministre.

Eugène Catalan commente également les congrès de l'AFAS dans une lettre à Tchebychef, le 29 novembre 1876[24]:
"J'espère que tous vos voyages ont été heureux, comme celui de Clermont-Ferrand. Ma femme se réjouit, encore, quand elle se rappelle la bonne soirée que nous avons passée à l'Hôtel de la Poste. Ed. Lucas, qui nous a tant fait rire avec lame-en-table, *est professeur au lycée Charlemagne, à Paris ; là où j'étais en 1847. Sans ce brigand de Bonaparte, je serais encore parisien ; au moins la chose est probable !"*
Dans sa correspondance avec Luigi Cremona il écrit[25] :
le 14 janvier 1877 : *"Si j'ai bonne mémoire, le jour même où je recevais votre lettre, nous parlions encore, ma femme et moi, de la gloire dont vous vous couvrîtes, au sommet du Puy -de-Dôme, en allant à l'assaut des vivres ! Quel entrain ! Quelle noce ! On n'aurait pas cru en nous voyant dévorer les victuailles et en nous entendant rire aux éclats, que nous fussions huit cent hommes graves... sans compter les dames ! [...] Le congrès de Clermont-Ferrand restera dans nos meilleurs souvenirs et nous espérons bien, ma femme et moi, que le congrès du Havre vaudra celui de Clermont..."*
le 18 septembre 1877 : *"Le congrès du Havre a été intéressant, on a beaucoup travaillé; mais il n'a pas été aussi gai, aussi beau que celui de Clermont : nous n'avions ni le Puy-de-Dôme, ni Tchebychev, ni Jung, ni vous ! M. Sylvester nous a communiqué des recherches très savantes, mais auxquelles je n'ai pas compris grand-chose, faute d'être suffisamment préparé. En revanche, le jeune M. Glaisher, avec qui j'ai fait connaissance, m'a vivement intéressé. Quant à Mannheim et Édouard Lucas, ils nous ont comme toujours tiré de vrais feux d'artifices ! Lucas me paraît prodigieux."*
19 septembre 1893 : *"Ce pauvre Édouard Lucas, qui nous faisait nous tordre avec ses calembours, est mort l'année dernière, pendant le congrès de Marseille. C'est une grande perte. En théorie des nombres, il faisait autorité."*

A propos de l'influence allemande

L'AFAS ouvre volontiers ses congrès aux savants étrangers, à l'exception des allemands jusqu'au congrès de 1894. La lettre de Lucas du 30 avril 1878 adressée à Cremona évoque cette délicate question des invitations aux savants étrangers et la solution adoptée à l'AFAS (voir chapitre 13).
Au lendemain du conflit de 1870 et de la Commune, *"la première idée de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, née dans un groupe de Français d'Alsace, réunis autour de M. Combes, directeur de l'École des Mines de Paris, a été inspirée par le désir patriotique de contribuer au relèvement moral du pays abattu, meurtri par tant de secousses."*[26] L'idée nationale est présente à l'AFAS et Lucas ne fait pas exception. Sentiment national et souci du rayonnement international de la France se conjuguent dans l'activité qu'il déploie au sein de l'Association (nous examinerons cet aspect dans le chapitre 13). Les efforts qu'il déploie pour ranimer en France la tradition de Fermat, pour rééditer ses oeuvres, en sont une autre preuve (voir chapitre 11).

---

[24]Correspondance de P. L. Tchebychev, *Archives académiques de Moscou, Russie* ; lettre citée dans [Butzer et Jongmans 1989, p. 56].
[25]Fondo Cremona, *Biblioteca dell' Istituto matematico Guido Castelnuovo,* Università di Roma "La Sapienza". Lettres aimablement communiquées par François Jongmans (les lettres de Catalan portent les numéros 1919 à 1927). On peut consulter l'inventaire de Giorgo Israel et Laura Nurzia "Correspondence and manuscripts recovered at the Istituto matematico "G. Castelnuovo" of the University of Rome", *Historia Mathematica*, **10**, 1983, p. 93-97.
[26]AFAS *Congrès* 1872, discours d'Alfred Cornu, secrétaire général de l'association, vol. **1**, p. 44- 49.

Contradictoirement, Lucas, comme beaucoup de scientifiques, rêve d'être lu et publié en Allemagne, ce qui consoliderait sa position en France, rêve illusoire dans les années qui suivent le conflit franco-prussien.
Une possibilité détournée existe cependant, par les échanges qu'autorisent la "filière belge". Catalan en créant la *Nouvelle Correspondance mathématique* répond de manière judicieuse aux besoins de communication des scientifiques français et allemands. Les très longs mémoires que publie Lucas dans la revue de Catalan[27] sont pour lui une manière de franchir la frontière allemande et d'être lu, à défaut d'être publié, en Allemagne.
Édouard Lucas possède d'autre part assez d'allemand pour traduire avec Charles André l'ouvrage d'astronomie de Brünnow, et pour lire les *Vorlesungen über Zahlentheorie* de Lejeune-Dirichlet dans l'édition de 1881. Il aurait souhaité traduire ce dernier ouvrage, dont nous soulignons l'influence perceptible dans l'un des chapitres de sa *Théorie des nombres*.

Une oeuvre inachevée : le traité de *Théorie des nombres*

Il faut souligner que dans le domaine de l'édition, les années 1880-1900 sont marquées en France par un besoin de mise à jour des connaissances mathématiques : de grands traités paraissent où l'analyse est la préoccupation dominante. En algèbre et en théorie des nombres, par contre, les traités sont rares ; dans ce paysage, l'ouvrage de *Théorie des nombres* d'Édouard Lucas, publié en 1891 quelques mois avant la mort de l'auteur, fait exception. Il sera suivi du traité remarquable constitué des conférences de Jules Tannery à l'École Normale, rédigées par Émile Borel pour l'algèbre et Jules Drach pour la théorie des nombres, et du traité d'Eugène Cahen[28].

La *Théorie des nombres* d'Édouard Lucas peut dérouter par la profusion des thèmes qui s'entrecroisent dans l'ouvrage. Des travaux épars de l'auteur s'y trouvent regroupés et dès lors la question de l'unité de sa démarche peut se poser. Le premier tome publié constitue certainement une introduction à une oeuvre plus vaste, dont la conception d'ensemble ne nous est pas parvenue, mais l'ambition de l'auteur y est déjà perceptible. Il s'agit d'une exposition de propriétés algébriques, classées dans un ordre logique, préliminaire indispensable à toute "théorie" des nombres. Parmi ces propriétés, l'analyse combinatoire occupe une place importante et il faut remarquer l'utilisation de méthodes symboliques qui sont *"pour le développement des nouvelles théories, une sténographie des formules de l'Arithmétique et de l'Algèbre"*[29].

Les principales sources d'inspiration données par Édouard Lucas dans la préface de l'ouvrage se trouvent être les *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss, un mémoire de Louis Poinsot publié dans le Journal de Liouville[30], deux opuscules de Victor Amédée Le Besgue[31], le second volume du *Cours d'Algèbre supérieure* de Joseph Serret[32], la

[27]Cf. [Lucas 1876e, 1876h, 1877h, 1877m, 1878g].
[28]Cf. [Tannery 1895] et [Cahen 1900]. Ces efforts sont insuffisants pour assurer la présence française lors du congrès international de mathématiques de Zurich en 1897, où la section d'algèbre et de théorie des nombres ne comporte aucun intervenant français.
[29]Cf. [Lucas 1891a, p. 205].
[30]L. Poinsot, "Réflexions sur les principes fondamentaux de la Théorie des nombres", *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t.**X**, 1845, p. 1-101.
[31]V. A. Le Besgue, *Exercices d'Analyse numérique*, Paris, Leiber et Faraguet, 1859 ; V. A. Le Besgue, *Introduction à la Théorie des nombres*, Paris, Mallet-Bachelier, 1862.
[32]J. A. Serret, *Cours d'Algèbre supérieure*, 2 volumes, Paris, Gauthier-Villars, 1866 (3e édit.).

Théorie des congruences de Tchebychev[33], les *Vorlesungen über Zahlentheorie* de Peter-Gustav Lejeune-Dirichlet recueillies et complétées par Richard Dedekind[34] et les "leçons académiques" de Paul Bachmann[35].

L'influence de Lejeune-Dirichlet sur Lucas est envisagée au chapitre 8. Si le terme d'*idéal* est absent de l'oeuvre de Lucas, la notion en est présente dans la définition et l'utilisation du *gaussien* d'un nombre, notion qui apparaît pour la première fois dans la *Théorie des nombres*[36], c'est-à-dire après l'édition de 1881 des *Vorlesungen.* A propos de l'ouvrage de Lejeune-Dirichlet Lucas écrit d'ailleurs :

"Il serait trop long de donner la liste des ouvrages qui ont paru en Allemagne, dans ces dernières années, sur le sujet qui nous occupe. Nous nous bornerons à citer les Leçons de Lejeune-Dirichlet, publiées par M. Dedekind : Vorlesungen über Zahlentheorie. *La troisième édition de ce délicieux traité (Brunswick 1881) contient, en dehors de la démonstration du célèbre théorème de Dirichlet sur la présence des nombres premiers dans les progressions arithmétiques, de remarquables et importantes additions de l'éditeur sur l'Arithmétique générale."*[37]

La *Notice sur les titres et travaux de M. Ed. Lucas* datée de juillet 1880[38] mentionne un traité d'arithmétique supérieure en préparation :
"Cet ouvrage contiendra la traduction française du célèbre traité de M. Lejeune-Dirichlet Vorlesungen über Zahlentheorie *publié par M. Dedekind. Cette traduction entreprise avec M. Tastavin, ancien élève de l'École Polytechnique, sera augmentée de nombreux commentaires et paraîtra prochainement."*
Cette traduction ne figure pas dans le premier volume du traité de *Théorie des nombres* paru en 1891 et nous n'en avons trouvé aucune trace.

La lettre d'Édouard Lucas à Ernesto Cesàro du 4 octobre 1890 (voir chapitre 13) contient une présentation par l'auteur du premier tome de sa *Théorie des nombres* alors sous presse, en même temps qu'un appel à lui faire parvenir observations, remarques, notes et éventuellement exercices pour une deuxième édition. Lucas y annonce clairement que l'ouvrage publié est le premier d'une série de deux volumes.

"Je publie chez Gauthier-Villars un ouvrage intitulé <u>Théorie des nombres,</u> trois volumes sur six sont sous presse, c'est-à-dire que le manuscrit est terminé ; le premier volume paraîtra incessamment ; chaque volume de 500 pages. J'y donne une démonstration du théorème de Staudt encore <u>plus simple</u>, archi-plus-simple.
Mon ouvrage repose sur un plan absolument différent de tout ce qui existe ; on n'y trouve aucune notion de continuité, d'exponentielle, de logarithme, pas même $\sqrt{2}$ *. Les théorèmes se trouvent classés dans un ordre <u>fatal</u>, déterminé par la logique, comme les mots dans un dictionnaire. Il y a beaucoup d'exercices [...]*

---

[33]Publié en langue russe à Saint-Pétersbourg en 1849. Cf. [Tchebychev 1849].
[34]P. G. Lejeune-Dirichlet, *Vorlesungen über Zahlentheorie* , publié par R. Dedekind, Braunschweig, Viweg und Sohn, 1863, réédité en 1881. Cf. [Lejeune-Dirichlet 1863].
[35]P. Bachmann, *Die Lehre von der Kreisteilung und ihre Beziehungen zur Zahlentheorie*, Leipzig Berlin, Teubner, 1872.
[36]La notion de gaussien est utilisée dans la démonstration de la réciproque du théorème de Fermat [Lucas 1891 a, p. 441]. Voir chapitre 8.
[37]Cf. [Lucas 1891a, p. VIII].
[38]Archives de l'Académie des sciences, dossier personnel Lucas.

Mon ouvrage est la glorification de cette trinité : Fibonacci , Fermat , Pascal ; ils avaient la vue longue ; on l'a si courte aujourd'hui [...]

Mon premier volume contient trois livres
1. les entiers 2. les nombres rationnels 3. la divisibilité.
Dans le livre 2 se trouvent le calcul symbolique, les nombres de Bernoulli, la démonstration dont je vous parle plus haut, et quelques-uns de vos théorèmes, sous votre nom." [39]

Faisant allusion à l'échec de sa candidature au Collège de France (voir chapitre 14), Lucas regrette que son ouvrage n'ait pu subir l'épreuve d'un enseignement public.
"Depuis longtemps, nous avons amassé et recueilli des documents nombreux, intéressants, de tous auteurs et de tous pays, pour écrire un livre sur le sujet qui nous occupe. Nous y ajoutons une partie de nos propres recherches, que nous avons publiées dans ce but, au jour le jour, un peu partout." [40]

L'algèbre et l'arithmétique

Si la notion de structure algébrique est absente de l'oeuvre, les analogies entre les opérations mettant en jeu les nombres entiers et celles qui concernent les polynômes abondent (multiplication, division, diviseurs et multiples communs, décomposition en fractions simples ou continues, décomposition en facteurs premiers ou irréductibles) :
"Nous mettons les calculs dits algébriques en face des calculs de l'Arithmétique ordinaire [...] La ligne de démarcation entre l'Arithmétique et l'Algèbre provient de l'idée que l'on se fait du nombre, suivant qu'on le considère comme grandeur, ou simplement comme numéro d'ordre, c'est-à-dire suivant que l'on accepte ou que l'on refuse la notion de continuité [...] Pour tout ce qui concerne les éléments du calcul, numérique ou littéral, les développements marchent parallèlement, quand on exclut la continuité. A toutes les opérations du calcul décimal correspondent les opérations analogues du calcul sur les polynômes [...] Mais il existe une différence profonde entre ces deux calculs, aussitôt que l'on introduit la notion de continuité." [41]

Ainsi il est possible de connaître le nombre des solutions réelles d'une équation algébrique comprises entre deux limites données, mais aucun procédé n'existe pour déterminer le nombre des facteurs premiers d'un nombre donné compris entre deux limites. Enfin certains coefficients apparus dans des développements en séries (nombres de Bernoulli, d'Euler, de Genocchi, etc.) ont des propriétés qui peuvent être étudiées d'un point de vue arithmétique pur, indépendamment de toute notion de continuité.

Le rôle de l'observation

En ce qui concerne les méthodes d'investigation de Lucas, la préface du traité de *Théorie des nombres* nous livre quelques réflexions sur le rôle de *l'observation* dans la science arithmétique :

---

[39]Presso il "Fondo Cesàro" - Dipartimento di Matematica e Applicasioni "R. Caccioppoli "- Università degli Studi di Napoli "Federico II ".
[40]Cf. [Lucas 1891a, Préface p. VIII].
[41]Ibid. p. IX-X.

“Comme toutes les sciences, l’Arithmétique résulte de l’observation ; elle progresse par l’étude des phénomènes numériques donnés par les calculs antérieurs, ou fabriqués, pour ainsi dire, par l’expérimentation. [...] C’est par l’observation du dernier chiffre dans les puissances successives des nombres entiers que Fermat [...] créa l’Arithmétique supérieure, en donnant l’énoncé d’un théorème fondamental ; c’est par la méthode expérimentale, en recherchant la démonstration de cette proposition, que la théorie des racines primitives fut imaginée par Euler ; c’est par l’emploi immédiat de ces racines primitives que Gauss obtint son célèbre théorème sur la division de la circonférence en parties égales [...] Nous n’avons pas la prétention de comparer nos modestes découvertes à celles de tous ces savants immortels ; mais c’est encore par l’observation de la suite de Fibonacci 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,..., dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes qui le précèdent, que nous avons rencontré une proposition nouvelle qui constitue la réciproque du théorème de Fermat. Nous en avons déduit un grand nombre de corollaires qui permettent de savoir si un nombre donné p de vingt ou trente chiffres est premier ou non, lorsque l’on connaît la décomposition en facteurs premiers de l’un des nombres ($p \pm 1$) qui le comprennent.”[42]

A l’École Normale, Lucas a été élève de Charles Hermite et sans doute a-t-il gardé souvenir des leçons de son maître. Ce dernier écrit en effet dans une note destinée à Eugène Chevreul[43] :

"Il sera toujours difficile, dans toute branche de nos connaissances, de rendre compte avec quelque fidélité de la méthode suivie par les inventeurs ; il faut même croire que l'auteur d'une découverte pourrait seul apprendre comment, avec les moyens toujours faibles de notre esprit, une vérité nouvelle a été obtenue. Mais c'est peut-être à l'égard des mathématiques que le fait intellectuel de l'invention demeure plus mystérieux, car la série de ces transitions, où l'on reconnaîtrait la voie réellement suivie dans la recherche, le plus souvent n'apparaît pas d'une manière sensible dans la démonstration. Cette facilité d'isoler ainsi la preuve et d'ajouter à la concision du raisonnement, sans rien lui ôter de sa rigueur et de sa clarté, explique toute la difficulté de l'analyse des méthodes en mathématiques. On peut néanmoins, à l'égard des procédés intellectuels propres aux géomètres, faire cette remarque fort simple, que justifiera l'histoire même de la science, c'est que l'observation y tient une place importante et y joue un grand rôle.
Toutes les branches des mathématiques fournissent des preuves à l'appui de cette assertion, mais je les choisirai de préférence dans l'une de celles qu'on regarde comme plus abstraites. Je veux parler de la théorie des nombres.
Je citerai ainsi pour exemples :
La périodicité du développement en fractions continues des racines d'une équation du second degré à coefficients commensurables ;
La loi de réciprocité pour les résidus quadratiques ;
La loi de réciprocité pour les résidus cubiques, qu' on voit dans les oeuvres posthumes d'Euler, déduite par l'observation dans les termes mêmes où elle a été découverte et démontrée par Jacobi (Euler avait à un tel degré le sentiment de l'importance et de la

---

[42]Cf. [Lucas 1891a, Préface p. XI-XII]. Sur ce sujet on peut consulter [Echeverria 1992] et [Echeverria 1996]. Signalons que Georg Cantor présente une table de vérification jusqu'à 1000 du théorème empirique de Goldbach, au congrès de l'AFAS de 1894.

[43]Note insérée p. 528-529 dans le Mémoire d'E. Chevreul : "Distribution des connaissances humaines du ressort de la Philosophie naturelle", *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut Impérial de France*, 2e série, 1866, t. **35**, p. 519-584.

vérité de cette loi, qu'il l'a placée dans le recueil de ses mémoires, destiné à être publié cent ans après sa mort) ;
L'expression approchée du nombre des nombres premiers jusqu'à une limite donnée.
Enfin et plus récemment, Jacobi a demandé à l'observation de révéler la loi de représentation des nombres par une somme de cubes, en faisant construire, par un calculateur habile, les tables qui ont été publiées sur cette question dans le journal de Crelle.
Mais les résultats qui précèdent, si remarquables et si importants qu'ils soient, ne suffisent point à donner l'idée complète du rôle qu'on peut attribuer à l'observation ; en analysant les procédés de démonstration d'un certain nombre de théorèmes, on s'en rendra mieux compte, comme je vais essayer de le faire voir sur un seul exemple. La proposition que je choisis est celle-ci : la suite des nombres premiers est illimitée, et on commence la démonstration en supposant qu'il n'en existe qu'un nombre fini et limité. Or, en formant leur produit et y en ajoutant une unité, on obtient un nouveau nombre, premier dans l'hypothèse admise, et supérieur aux précédents, d'où il résulte que l'hypothèse doit être rejetée puisqu'elle amène une contradiction. Le point essentiel ici consiste évidemment dans la considération de ce produit de tous les nombres premiers admis, auquel on ajoute l'unité, et on accordera sans peine que cette considération ne résulte pas du seul raisonnement, mais qu'on doit y reconnaître le fruit de l'observation d'un fait très-simple, relatif à la divisibilité, fait déjà acquis et utilisé par le raisonnement, auquel il sert de point d'appui pour arriver à la démonstration."

Le contenu de l'ouvrage

L'ouvrage publié par Édouard Lucas comporte trois livres.
Le premier d'entre eux, outre des considérations originales sur les opérations fondamentales, traite du triangle de Pascal, de la suite de Fibonacci, des nombres figurés, développe l'analyse combinatoire au profit du calcul des probabilités et le côté aléatoire de la théorie des jeux. Deux chapitres sont consacrés à la multiplication algébrique et à la géométrie de situation (réseaux, problème des 4 couleurs, polyèdres convexes).
Le deuxième livre est consacré aux nombres fractionnaires, au calcul de la division algébrique, des polynômes dérivés. Le calcul symbolique est présenté accompagné d'applications importantes : calcul de permutations sur l'échiquier, sommation de puissances numériques (nombres de Bernoulli, d'Euler, de Genocchi, suites de Cesàro). Le calcul des fonctions symétriques, des déterminants, les propriétés des suites récurrentes, examinées dans le contexte de la divisibilité arithmétique, constituent un des chapitres essentiels de l'ouvrage : *"La théorie des suites récurrentes est une mine inépuisable qui renferme toutes les propriétés des nombres"*[44]. L'étude des fonctions numériques du second ordre, dont la théorie appartient en propre à l'auteur, termine cette partie de l'ouvrage. Sur elle se fondent les méthodes de calcul rapide et les tests de primalité de Lucas.
Le livre trois est relatif aux codiviseurs et comultiples, aux nombres premiers, aux diviseurs et à l'indicateur d'un nombre, aux restes ; il contient une étude très fine des fractions continues. La démonstration de la réciproque du théorème de Fermat qui y figure fait apparaître la notion de *gaussien* d'un nombre (pour un module donné) où l'on peut deviner l'influence allemande, notamment celle de Lejeune-Dirichlet. Une élégante démonstration du théorème de Clausen et Staudt est effectuée au moyen du calcul symbolique.

[44]Cf. [Lucas 1891a, Préface, p. XII].

Un appendice de onze notes termine l'ouvrage. Presque toutes se rapportent à l'analyse combinatoire : partition du polygone, problème des rencontres, des ménages, nombres de Hamilton, réseaux d'un quinconce, sommation des indicateurs, permutations avec répétitions, restes du triangle arithmétique, nombres de Clausen et Staudt, extraction des racines par les moyennes, réduites intermédiaires.

Le premier volume de *Théorie des nombres* paraît l'année de la mort de son auteur et les commentaires de l'ouvrage sont édités à titre posthume, comme ceux de Paul Tannery, Charles-Ange Laisant ou Émile Combette.

La critique de Paul Tannery

Tannery[45] souligne la richesse des questions traitées à titre d'exemples :
"ces exemples [...] constituent un des plus grands attraits de l'oeuvre ; loin d'être de simples applications des théories exposées, ils ouvrent à chaque page pour ainsi dire des perspectives inattendues sur les sujets les plus variés. Puis la fenêtre se ferme brusquement, une autre s'ouvre et le point de vue a changé.
Ed. Lucas n'avait pas l'esprit fait pour l'ampleur d'une exposition méthodique et complète ; primesautier et curieux, c'est aux accidents de route qu'il s'intéresse et il les multiplie à plaisir ; à sa suite, on oublie aisément et bien volontiers le but vers lequel on marche et le tracé général du chemin que l'on doit suivre, mais d'où l'on dévie à chaque pas."

Chose surprenante, la logique de l'oeuvre et "l'ordre fatal" dans lequel sont classés les théorèmes ont visiblement échappé à Paul Tannery ; sa critique est plus acceptable lorsqu'elle concerne les appréciations historiques de Lucas qui *"ne doivent souvent être admises que sous bénéfice d'inventaire"*. Ainsi l'affirmation d'Édouard Lucas[46] selon laquelle Mersenne aurait été en possession d'une méthode importante dans la théorie des nombres premiers, méthode qui ne nous serait pas parvenue, est jugée contestable par l'historien Tannery. La seule méthode que possédait Mersenne (d'après Tannery) est une proposition empirique (donnée dans les *Reflectiones physicomathematica* de 1647) due à Frénicle et non à Fermat qui peut se résumer à : un nombre de la forme $2^n - 1$ est composé toutes les fois que n n'est pas de la forme $2^m \pm 1$ ou $2^m \pm 3$.
Tannery regrette à son tour que l'ouvrage n'ait pu subir l'épreuve d'un enseignement public. C'est avant tout un livre de travail, plus fait pour le maître que pour les écoliers.
"L'auteur, pour la théorie proprement dite, affecte une concision et une sobriété qui donnent souvent à ses démonstrations un tour singulièrement élégant, mais qui obligent le lecteur à des efforts intellectuels constants, même sur les questions tout à fait classiques. Cette sobriété dans l'exposition, qui fait contraste avec la profusion des exemples et des remarques d'érudition historique, témoigne incontestablement en faveur de la puissance et de l'originalité d'Ed. Lucas ; mais il semble que, comme modèle, il vaut mieux l'admirer que de chercher à l'imiter."

L'opinion de Charles-Ange Laisant

L'appréciation de Laisant[47] diffère sensiblement de celle de Tannery. Il fait le constat que seul un petit nombre de mathématiciens français consacrent leurs efforts à la théorie

[45] Comptes rendus et analyses, *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. **16**, 1892, p. 161-165.
[46] Cf. [Lucas 1891, p. 176-177].
[47] *Journal de mathématiques spéciales*, 3e série, t. **5**, 1891, p. 278-280.

des nombres. Parmi eux Lucas est de premier plan. Aucun livre complet sur le sujet n'a été publié en France depuis la dernière édition de Legendre (1830), alors que les allemands publient des traités nouveaux. L'ouvrage d'Édouard Lucas comble donc une lacune regrettable et rend à la science un service incontestable. Son oeuvre présente *"sous forme didactique"* le résumé de ses travaux, en correspondance avec les géomètres étrangers Genocchi, Sylvester, Tchebychev.
"Cherchant à établir, a priori, une distinction capitale entre l'analyse et l'arithmétique, Lucas fait rentrer dans cette dernière toutes les questions qui reposent sur la discontinuité. Il se trouve conduit de la sorte à un élargissement considérable de l'ancien domaine de la théorie des nombres, et arrive à traiter, dans ce premier volume, une foule de questions, parmi lesquelles plusieurs semblent plutôt appartenir à l'Algèbre. Cette méthode doit-elle être attaquée ? Est-ce au contraire un progrès ? Je sais que les avis sont partagés sur ce point, et que l'on peut trouver, dans l'ensemble de ce premier volume, un défaut d'homogénéité, un mélange de propositions algébriques et arithmétiques. Mais, encore une fois, il s'agissait d'initier le lecteur aux doctrines plus profondes et plus abstraites qui devaient suivre, plutôt que de lui présenter dès l'abord et exclusivement un exposé d'arithmétique supérieure."
Le livre est original, provoquant sans cesse la curiosité du lecteur, qui peut être un jeune homme ayant l'instruction moyenne de mathématiques spéciales. Oeuvre didactique, donc, puisque la seule manière de relever la théorie des nombres en France est de recruter de jeunes savants pour l'avenir, les géomètres français suivant alors pour l'essentiel d'autres voies. Laisant pense émettre ainsi *"un jugement conforme à la vérité des faits"* et que *"la postérité scientifique ratifiera"* .

Émile Combette[48] pour sa part considère le tome premier de la *Théorie des nombres* comme une introduction à l'oeuvre que Lucas avait conçue et se range pour l'essentiel à l'avis de Laisant.

Au delà du premier volume

La préface et le chapitre d'introduction de la *Théorie des nombres* contiennent quelques indications sur les prolongements que Lucas entendait donner à cet ouvrage[49]**.**

Dans le deuxième volume de sa *Théorie des nombres* , il souhaite insérer une *"fort belle démonstration du théorème de Bachet, qui nous a été communiquée par M. Matrot, ingénieur en chef des Mines"*, car il considère comme imparfaite la démonstration que donne Joseph Serret de ce théorème ("tout entier est la somme de quatre carrés au plus")[50].
On doit trouver aussi dans la suite de son ouvrage une simplification de l'"admirable démonstration" que Tchebychev donne de "l'un des plus beaux et des plus difficiles théorèmes de l'arithmétique transcendante": *pour 2a > 7, il y a au moins un nombre premier compris entre a et (2a-2).*[51] Le théorème de Tchebychev apparaît dans l'édition russe de 1849 de la *Théorie des congruences* et dans le *Journal de Liouville* en 1852[52].

[48]Cf. [Combette 1892]. Émile Combette est un ancien élève de l'École Normale Supérieure.
[49]Cf. [Lucas 1891a, p. V- XXXIV].
[50]Serret, *Cours d'Algèbre supérieure*, vol. 2. D'après Paul Tannery le "théorème" de Bachet a été énoncé de manière empirique par Diophante, cf. [Fermat 1891, p. 305 note].
[51]Cf. [Lucas 1891a, p. VII et p. 367].
[52]Cf. [Tchebychev 1848b] et [Tchebychev 1849] .

Il est possible de classer les solutions des équations diophantiennes $x^3 \pm y^3 = Az^3$, obtenues par les méthodes de Lagrange et Cauchy, grâce à la théorie de "résiduation" imaginée par Sylvester ; mais il reste à savoir si l'on obtient ainsi toutes les valeurs entières des inconnues, question alors non résolue. Lucas réserve pour les volumes ultérieurs l'indication de méthodes qui peuvent servir à obtenir de nouveaux résultats dans l'Analyse indéterminée cubique et biquadratique, et dans celle des degrés supérieurs.
La publication, d'après les extraits d'une correspondance et de manuscrits inédits, des énoncés de vingt-deux nouvelles propositions de Fermat, "aussi difficiles, aussi inaccessibles" que les premières, est également annoncée.
Enfin Lucas considère la "géométrie des noeuds", issue des travaux de Peter Guthrie Tait et de Johann Benedickt Listing[53], comme un chapitre de la géométrie du tissage, et il pense exposer dans le second volume de son ouvrage les lois arithmétiques de la géométrie des tissus à fils rectilignes.

A la mort de Lucas, Tannery indique que, en ce qui concerne la poursuite de l'oeuvre, l'on ne peut guère espérer tirer des papiers non publiés de Lucas plus que la valeur de 300 pages, qui formeront un second volume complétant le premier sur des points essentiels, mais où l'on ne retrouvera pas la richesse extraordinaire des exemples de la partie déjà publiée. Laisant précise pour sa part que les manuscrits trouvés dans les papiers de l'auteur laissent peu d'espoir de reconstituer la fin de l'ouvrage, autrement que par fragments séparés, bien différents de l'oeuvre qui était conçue et entreprise.
En réponse à une question posée dans l'*Intermédiaire des mathématiciens* (question n°177 de G. de Rocquigny), concernant le deuxième volume du traité de Lucas, nous trouvons en 1895 la réponse suivante de Delannoy, Laisant et Lemoine[54]:
"L'examen attentif des papiers laissés par Ed. Lucas a conduit à cette conclusion que, contrairement à l'espoir du premier moment, il serait très difficile de publier une suite à la Théorie des nombres, *dont le tome I seul a paru. Toutefois, les notes de l'auteur, certains passages de sa correspondance, et la réimpression de quelques Mémoires de lui, assez peu connus, formeraient un volume intéressant pour ceux qui cultivent l'Arithmétique supérieure. C'est là un projet, qui n'est pas complètement abandonné, mais dont la réalisation ne saurait être prochaine, quoi qu'il arrive."*
Delannoy, Laisant et Lemoine parviennent à publier deux volumes posthumes de *Récréations mathématiques* et *l'Arithmétique amusante*, mais aucun volume de théorie des nombres ne vient compléter le premier.

Le plan de notre étude de l'oeuvre scientifique

Par la suite nous laisserons délibérément hors du champ de notre étude les questions de géométrie (règle des signes, géométrie tricirculaire et tétrasphérique, courbes anallagmatiques), ainsi que celles qui touchent aux équations diophantiennes et à l'étude des fractions continues.
Nous analyserons l'oeuvre d'Édouard Lucas dans les domaines suivants, où sa réflexion et son activité nous semblent particulièrement novatrices :
1-la géométrie des tissus (géométrie des quinconces) et la démonstration de la loi de réciprocité quadratique.

---

[53]Voir les chapitres 7 sur l'arithmétique et le tissage et 10 sur la géométrie de situation.
[54]*Intermédiaire des mathématiciens*, t. **2**, 1895, p. 341.

2-la contribution d'Édouard Lucas à l'étude des nombres premiers, mettant en oeuvre la réciproque du "petit" théorème de Fermat.
3-l'application du calcul symbolique à l'étude des nombres de Bernoulli, d'Euler, et à la démonstration du théorème de Clausen et Staudt.
4-la géométrie de situation.
5-la réédition des oeuvres de Fermat.
6-les machines et les instruments de calcul.
Nous aborderons la question des relations internationales de Lucas, que révèle sa correspondance, en particulier celle de l'amitié qui le lie à Tchebychev.
Le faible développement de la théorie des nombres en France à la fin du siècle dernier nous interroge. Un élément explicatif peut en être fourni par la discussion qui s'instaure autour de la création d'une chaire de théorie des nombres au Collège de France en 1886-1887.

7-Géométrie des tissus et réciprocité quadratique
La coupe des habits de Tchebychev, un inédit en français

Édouard Gand et le tissage . La géométrie des quinconces

Le 28 juillet 1871, Henri Sainte-Claire Deville intervient en faveur d'Édouard Lucas auprès du ministère de l'Instruction publique en ces termes : *"Il est très ingénieux et son calcul des tissus est chose curieuse et utile."*[1]

Alors qu'il est maintenu éloigné de l'Observatoire de Paris, Lucas publie en 1867 une brochure intitulée *Application de l'arithmétique à la construction de l'armure des satins réguliers.*[2] La même année on peut remarquer deux articles d'Édouard Gand sur ce sujet dans le *Bulletin de la Société industrielle d'Amiens* , qui font référence à l'utilisation des nombres premiers dans la construction des armures des satins réguliers[3]. Édouard Gand[4], professeur du cours de tissage et de dessin industriel à la Société industrielle d'Amiens, est l'auteur de mémoires et de livres qui inspirent à Lucas ses premières recherches sur la géométrie des tissus. La collaboration entre les deux auteurs semble plus que probable. Dans un ouvrage de 1868, Gand détaille les quatre armures fondamentales à fils rectilignes que sont le drap, le sergé, le batavia, et le satin; parmi ces derniers, les satins carrés sont de beaucoup préférables aux satins ordinaires *"à cause de l'élégance et de la parfaite coordination de leur pointé"*.[5] Nous verrons que les satins sont propices à l'utilisation de l'arithmétique et que les corps des entiers modulo p (p premier) permettent de classer les satins, en particulier les satins carrés.

On peut supposer que la collaboration entre Édouard Gand et Édouard Lucas est effective et vise à la parution d'un ouvrage plus important ; Lucas écrit en effet en 1871:
"J'ai traité le cas spécial de l'armure des satins réguliers [...] Cette idée m'a conduit à la découverte d'un compositeur d'armures, d'une construction facile et peu coûteuse, qui permet de former rapidement et successivement des armures en nombre indéfini, et de composer aisément un nombre indéfini d'effets applicables non seulement à la fabrication des étoffes, mais encore à certains genres de décoration ou d'ameublement, à la tapisserie, et même à la parqueterie. Cet ouvrage est à la portée de tous ; il s'adresse aux industriels, aux contremaîtres, aux dessinateurs, etc. La connaissance des quatre règles de l'arithmétique suffit à l'intelligence de ce travail." [6]
On peut constater qu'Édouard Gand publie en 1871, sous son seul nom, un ouvrage sur "le transpositeur ou l'improvisateur de tissus" (appareil non breveté, basé sur la théorie des nombres premiers et des progressions arithmétiques) et un volumineux cours de

[1]A.N. [F/17/22970].
[2]Cf. [Lucas 1867].
[3]Cf. [Gand 1867a et 1867b].
[4]Édouard Gand (1815-1878) est né à Amiens. Il est professeur de dessin industriel à Amiens et Saint-Quentin, membre de l'Académie d'Amiens et membre correspondant de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale. En 1874, il obtient la médaille d'or de la Société industrielle d'Amiens pour l'ensemble de ses travaux. Son nom apparaît dans une préface à une "Géométrie du tissage et du dessin industriel" dont Lucas annonce la parution par voie de souscription. A. N. [F/17/22970].
[5]Cf. [Gand 1868, p. 45].
[6]A.N. [F/17/22970].

tissage à partir de 1876[7]. Il est vraisemblable que la guerre et la nomination de Lucas à Moulins interrompent la collaboration amorcée.

Cependant, deux interventions de Lucas à l'AFAS en 1876 et 1878, dont les textes ne nous sont pas parvenus, portent sur la géométrie du tissage[8]. En 1880, un mémoire dans l'*Ingenere civile* reprend le même thème ; il sera traduit au congrès de l'AFAS de 1911[9].

Dans le discours d'ouverture au congrès de l'AFAS de 1879[10], Laisant recense les différents travaux du groupe de sciences mathématiques de l'Association depuis sa fondation en 1872 : *"plusieurs questions originales ont pris naissance dans l'Association française et se sont ensuite développées et accrues en passant dans d'autres milieux."*
C'est le cas en particulier de la géométrie du tissage, dont les principes fondamentaux valables pour la construction et la classification des tissus à fils rectilignes ont été établis par Édouard Lucas. Depuis ces premiers travaux
"M. Broch [11] a communiqué au congrès de Lille divers résultats sur la représentation graphique des nombres complexes, d'après les travaux de M. Thiele, de Copenhague ; ces résultats se rapprochent beaucoup de ceux de M. Lucas mais ne donnent pas toutes les solutions qu'il y a lieu de rechercher dans la géométrie du tissage.*
Depuis, au congrès de Paris, M. Tchebychef a indiqué les éléments d'une nouvelle théorie sur la déformation des plans-tissus [12], dont l'idée lui est venue à la suite des communications de M. Lucas.
Peut-être il y aurait lieu aussi d'étudier une nouvelle théorie, pour la résistance des tissus formés avec des fils de même nature, et qui constituerait une nouvelle branche des mathématiques appliquées, sous le nom de résistance des tissus à fils rectilignes.
Les résultats obtenus dans la géométrie du tissage donnent lieu à une nouvelle géométrie connue déjà sous le nom de Géométrie des quinconces *; on trouvera dans le* Bulletin de la Société mathématique *des développements curieux dus à MM. Laisant, de Polignac et Laquière. [13]"*

E. Laquière considère pour sa part que la géométrie des quinconces n'est autre que *"la peinture graphique de la théorie des nombres"*, à laquelle elle semble appelée à rendre les mêmes services que la géométrie pure rend à l'algèbre ordinaire.

La question de la géométrie du tissage demeure présente dans l'oeuvre de Lucas puisqu'il écrit à Tchebychev le 16 mars 1890 :
"Je vous adresse une petite note que je vous prie de présenter à l'Académie ; elle contient une démonstration très simple de la loi de réciprocité. Je l'ai trouvée par hasard, dans le tissage."[14]

---

[7]Cf. [Gand, 1871] et [Gand, 1876-1878].
[8]Cf. [Lucas, 1876f, 1878d].
[9]Cf. [Lucas 1911].
[10]Cf. [Laisant 1879, p. 63 et p. 84-85].
[11]Cf. [Broch 1874].
[12]Cf. [Tchebychev 1878].
[13]Cf. [Lucas 1878f], [Laisant 1878], [de Polignac 1878], [Laquière 1879], [Laisant 1887b].
[14]Archives académiques de Russie (Moscou), lettre aimablement transmise par Natalia Ermolaeva. Voir chapitre 13.

La démonstration "très simple" que donne Lucas de la loi de réciprocité quadratique en 1890, dans le *Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg*[15], constitue la première partie de ce chapitre. La deuxième partie en sera consacrée à la géométrie du tissage et aux interprétations arithmétiques qui lui sont liées. Nous reproduisons l'article de Tchebychev sur la coupe des vêtements, écrit originellement en français et inédit dans cette langue, dans la partie *Documents* de notre étude.

Le lemme de Gauss et la loi de réciprocité quadratique

Paul Bachmann[16] effectue la classification des démonstrations de la loi de réciprocité quadratique qui ont cours à partir de 1801 jusqu'à 1897, depuis celles de Gauss qui en fait paraître sept. Il dénombre cinq catégories de démonstrations se référant à la méthode d'induction, à la théorie des congruences, aux formes quadratiques, aux racines primitives de l'unité et au théorème intitulé "lemme de Gauss".
La démonstration de Lucas de 1890 prend place parmi celles qui utilisent le lemme de Gauss tout en présentant des similitudes avec celle d'Eisenstein[17].

Le symbole de Legendre
p désigne un nombre premier impair et a un entier non multiple de p. Dans le corps $\mathbf{Z}_p$ des entiers modulo p, on a l'égalité $a^{\frac{p-1}{2}} = \pm 1$ (c'est une conséquence du théorème de Fermat selon lequel $a^{p-1} = 1$). Dans le cas où $a^{\frac{p-1}{2}} = +1$, on montre que l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions dans $\mathbf{Z}_p$ et l'on dit que a est résidu quadratique (mod.p). Dans le cas contraire l'équation $x^2 = a$ n'a aucune solution dans $\mathbf{Z}_p$ et l'on dit que a n'est pas résidu quadratique (mod.p)[18].
Le symbole de Legendre $\left(\frac{a}{p}\right)$ est égal à + 1 si a est résidu quadratique (mod.p), à - 1 dans le cas contraire.

Le lemme de Gauss
Tout entier est égal à un multiple de p augmenté d'un reste "minimal" situé dans l'intervalle [- $\frac{1}{2}$p, +$\frac{1}{2}$p[. Si l'on considère les nombres {a, 2a, 3a, ..., $\frac{p-1}{2}$a}, et si l'on désigne par $\mu(a,p)$ le nombre d'éléments de cette suite dont le reste minimal, dans la division par p, est négatif, le lemme de Gauss permet d'écrire :

$$\left(\frac{a}{p}\right) = (-1)^{\mu(a,\,p)}$$

La loi de réciprocité quadratique
p et q désignant deux nombres premiers impairs distincts, on peut écrire l'égalité suivante appelée "loi de réciprocité quadratique" :

15Cf. [Lucas 1890a].
16Cf. [Bachmann 1902, p. 203-204].
17Cf. [Bachmann, 1902, p. 240] et [Eisenstein 1844b].
18On pourra consulter à ce sujet [Hardy et Wright, 1938] ou, pour une démonstration moderne de ces résultats, [Samuel 1967] et [Serre 1970].

$$\left(\frac{p}{q}\right)\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\frac{(p-1)(q-1)}{4}}$$

Désignons par E(x) la partie entière d'un nombre x. On peut établir la congruence :

$$\mu(q,p) = \sum_{h=1}^{\frac{p-1}{2}} E\left(\frac{hq}{p}\right) \qquad (\text{mod.}2)$$

La démonstration d'Eisenstein[19] consiste à prouver géométriquement la congruence :

$$\sum_{h=1}^{\frac{p-1}{2}} E\left(\frac{hq}{p}\right) + \sum_{k=1}^{\frac{q-1}{2}} E\left(\frac{kp}{q}\right) = \frac{p-1}{2} \cdot \frac{q-1}{2} \qquad (\text{mod.}2)$$

et la loi de réciprocité quadratique se déduit alors du lemme de Gauss.

<u>La démonstration de Lucas</u>

Un nombre entier positif dont le reste minimal (dans la division par p) est négatif est un nombre dont le reste usuel (dans la division par p) est compris dans l'intervalle $[+\frac{1}{2}$p, p[; il est donc situé dans un intervalle de la forme $[(m+\frac{1}{2})p\ ,\ (m+1)p[$, où m est un entier positif ou nul.

On considère la suite S = {q, 2q, 3q, ... $\frac{p-1}{2}$q}. On désigne par λ_n le nombre de termes de S qui sont strictement inférieurs à $+\frac{1}{2}$np ; on a évidemment λ_n = E $\left(\frac{np}{2q}\right)$. Un élément de S admet un reste minimal négatif (dans la division par p) si et seulement si il est situé dans un intervalle de la forme $[(m+\frac{1}{2})p\ ,\ (m+1)p[$, où m est un entier positif ou nul. Il est facile de vérifier qu'un tel intervalle contient $(\lambda_{2m+2} - \lambda_{2m+1})$ éléments de S.

Soit $\mu = \mu$(q, p) le nombre d'éléments de S dont le reste minimal est négatif. On peut donc écrire que $\mu = \lambda_2 - \lambda_1 + \lambda_4 - \lambda_3 + \ldots + \lambda_{2t} - \lambda_{2t-1}$, où 2t = q-1 (aucun élément de S ne dépasse en effet $+\frac{1}{2}$qp) .

On peut alors écrire la congruence : $\mu = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_{2t-1} + \lambda_{2t}$ (mod.2).

La méthode de Lucas consiste à effectuer les divisions des multiples de p par 2q en regroupant les termes deux à deux :

$$np = 2q\lambda_n + r_n \qquad (n = 1, 2, ..., \frac{q-1}{2})$$

$$(q - n)p = 2q\lambda_{q-n} + r_{q-n}$$

les deux restes étant compris dans l'intervalle]0, 2q[, car q ne divise ni p premier, ni n, ni (q-n) inférieurs à q.

En ajoutant les deux égalités précédentes on obtient :

$$(*) \quad pq = 2q\,(\lambda_n + \lambda_{q-n}) + r_n + r_{q-n}.$$

La somme des restes est un multiple de q situé dans l'intervalle]0, 4q[. Ce multiple ne peut être pair puisque le nombre pq est impair : il ne peut être que q ou 3q.

$$(*) \quad pq = 2q\,(\lambda_n + \lambda_{q-n}) + q \text{ ou } 3q$$

ce qui permet d'écrire $(**)\quad p - 1 = 2\,(\lambda_n + \lambda_{q-n}) + 0$ ou 2

En ajoutant les égalités (∗∗), n variant de 1 à $\frac{q-1}{2}$, on obtient :

[19]Cf. [Eisenstein 1844b].

$$\frac{p-1}{2}\cdot\frac{q-1}{2}=\sum_{i=1}^{2t}\lambda_i+\nu$$

Soit encore $$\frac{p-1}{2}\cdot\frac{q-1}{2}=\mu+\nu \qquad \text{(mod.2)}$$

Remarquons que la somme r_n+r_{q-n} ne peut être égale à 3q que si chacun des restes r_n et r_{q-n} est supérieur ou égal à q (en effet r < q implique r' = 3q-r > 2q, ce qui est exclus) ; elle ne peut être égale à q que si chacun des restes est inférieur strictement à q.

Le nombre 2ν représente donc le nombre de restes supérieurs à q dans la division des multiples de p par 2q. C'est donc le nombre d'éléments de l'ensemble {p, 2p, 3p, ..., (q-1)p} admettant un reste minimal négatif (dans la division par 2q).

Nous avons vu que ces multiples se groupent deux par deux (np avec (q-n)p) de telle sorte que leurs restes dans la division par 2q sont ou bien tous deux inférieurs à q, ou bien tous deux supérieurs ou égaux à q. De plus si n est pair, q-n est impair et réciproquement. Il suffit donc d'examiner les restes des multiples pairs de p pour obtenir le nombre ν.

Le nombre d'éléments de l'ensemble {2p, 4p, 6p, ..., (q-1)p} admettant un reste minimal négatif (dans la division par 2q) est donc égal à ν. Ce nombre représente aussi le nombre d'éléments de l'ensemble {p, 2p, 3p, ..., $\frac{q-1}{2}$p} admettant un reste minimal négatif (dans la division par q). Donc $\nu = \mu$ (p, q) et l'on peut écrire la congruence :

$$\frac{p-1}{2}\cdot\frac{q-1}{2}=\mu(q,p)+\mu(p,q) \qquad \text{(mod.2)}$$

ce qui entraîne la loi de réciprocité quadratique à l'aide du lemme de Gauss.

Arithmétique et tissage

L'intervention de Lucas sur la question du tissage, considérée par Laisant[20] comme aussi arithmétique que géométrique, a pour objet l'étude de tous les systèmes possibles d'entrecroisement de la chaîne et de la trame dans les tissus à texture (c'est-à-dire entrecroisement de fils) rectiligne. Ces travaux constituent une nouvelle application pratique de l'arithmétique, au même titre que la chronologie (établissement de calendriers), la chronométrie et l'horlogerie (calcul du nombre de dents des roues servant à indiquer les intervalles de temps).

Les tissus à texture rectiligne peuvent être représentés au moyen de dessins quadrillés que l'on nomme les *armures*. Sur l'armure d'un tissu sont figurés les *points de liage* correspondant aux points du tissu où le fil de chaîne passe sur le fil de trame. Le dessin se reproduisant régulièrement, il suffit de représenter sur un échiquier carré un certain nombre de cases ombrées correspondant aux points de liage. Les fils de chaîne sont représentés par les colonnes, ceux de trame par les lignes de l'échiquier. Le premier problème est de déterminer l'échiquier de taille minimale (p, p) représentant le dessin du tissu considéré. Le nombre p est alors appelé le *module* de l'armure.

Parmi ces dessins, les *satins réguliers* sont rangés d'après le nombre minimum de fils de chaîne sur lesquels la trame opère l'entrecroisement. Le dessin fondamental des satins réguliers comporte p points de liage disposés sur l' échiquier de dimension (p, p) de telle sorte que deux d'entre eux ne se trouvent pas sur le même fil de chaîne ou de trame.

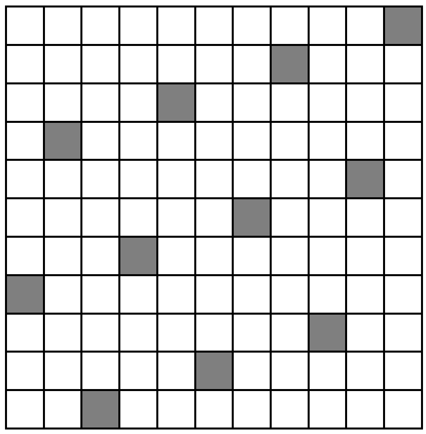
---

[20]Cf. [Laisant 1879].

Pour fabriquer un satin régulier, une manière de procéder consiste à considérer deux nombres p (le module), et a (le *décochement*) premiers entre eux et à construire les deux suites

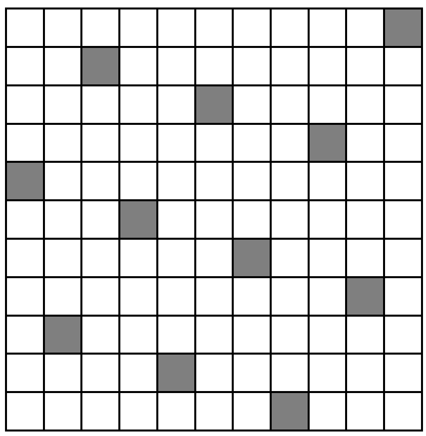
$$x = 1,\ 2,\ 3 \ldots,\quad p-1,\quad p.$$
$$y = a,\ 2a,\ 3a,\ \ldots,\ (p-1)a,\ pa.$$

Les points de liage sont situés à l'intersection de la colonne k et de la ligne ka, ce dernier nombre étant calculé modulo p, donc dans $\mathbf{Z}_p$. Un théorème d'arithmétique garantit que les restes ainsi obtenus constituent une permutation des nombres 1, 2, ..., p.
Ainsi pour p = 11 et a = 4 on obtient le satin de module 11 et de décochement 4 représenté sur l'échiquier (11, 11) par les points de liage ombrés :



Satin de module 11, décochement 4

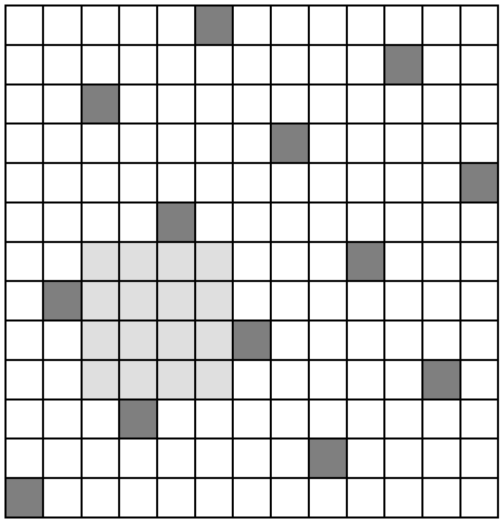
Lucas effectue une classification des satins de module p premier. Dans ce cas $\mathbf{Z}_p$ est un corps et tout décochement a ($a \neq p$) admet un opposé p-a et un inverse a'. Les décochements a et p-a conduisent à des satins "complémentaires" ; les décochements a et a' à des satins "associés". Les quatre satins correspondant aux décochements a, p-a, a', et p-a' sont dits de même "groupe" et sont représentés sur l'échiquier par le même "dessin", à une symétrie près. Ainsi pour p = 11 et p-a = 7, on obtient l'échiquier correspondant au satin complémentaire du précédent (symétrique par rapport à la direction horizontale) :



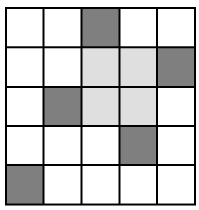
Satin de module 11, décochement 7

Le satin associé, de décochement a' = 3 inverse de a = 4 (modulo 11), est représenté par un dessin qui échange les fils de trame et les fils de chaîne du satin initial ; les satins correspondant aux décochements 4, 7, 3, et 8 font partie du même groupe.

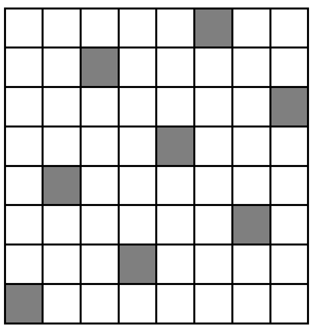
Un satin est appelé *carré* lorsque a' = p-a , ce qui conduit à rechercher dans $\mathbf{Z}_p$ les solutions de l'équation $a^2 + 1 = 0$; et, lorsque p n'est pas premier, le satin est dit *symétrique* lorsque a' = a, ce qui conduit à rechercher dans $\mathbf{Z}_p$ les solutions de l'équation $a^2 - 1 = 0$ (autres que $a = \pm 1$).
Ainsi le satin de module p = 13 et décochement a = 5 est carré, de même que celui de module p = 5 et a = 2 ; le satin de module p = 8 et décochement a = 3 est symétrique.



Satin carré (p = 13, a = 5)

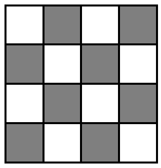


Satin carré (p = 5, a = 2)

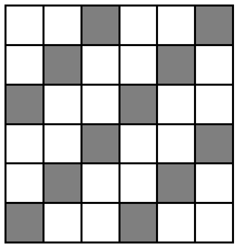


Satin symétrique (p = 8, a = 3)

Le *drap* est le seul satin à la fois carré et symétrique (p = 2 et a = 1). Les *sergés* sont de module p quelconque et de décochement a = 1 (ils sont symétriques).
Lucas obtient ainsi la classification de près de 95 dessins fondamentaux selon les valeurs de p[21].



Drap



Sergé de module p = 3

L'apport de Laisant

Laisant résume en ces termes les travaux de Lucas concernant la géométrie des tissus[22]:
"En se servant des théorèmes de Fermat, d'Euler et de Gauss, sur la décomposition de certains nombres en deux carrés, sur la théorie des nombres associés suivant un module premier ou composé [*Gauss*, Disquisitiones arithmeticae, *n°77*], *on peut obtenir aisément le tableau des armures fondamentales, et par suite la classification des tissus, d'après les lois de l'arithmétique. En particulier, on doit considérer les armures plus régulières désignées par l'auteur sous le nom de satins carrés et de satins symétriques, comme la fidèle représentation géométrique des racines des congruences*

$$x^2+1\equiv 0 \quad \textit{(mod. p)} \qquad\qquad x^2-1\equiv 0 \quad \textit{(mod. p)}\ \text{"}$$

Laisant fournit en outre une réponse aux questions posées par Lucas dans la *Nouvelle Correspondance mathématique*[23]. Il s'agit de déterminer à quelles conditions la disposition des points de liage du satin, qui se trouvent situés en "quinconces" aux sommets de parallélogrammes, conduit à des formes géométriques données : losange, rectangle, ou carré[24].
L'auteur élabore de plus une représentation "assez curieuse" de la suite des décimales des fractions périodiques sur l'échiquier ; ainsi la fraction $\frac{1}{13}$ dont les décimales successives apparaissent reliées en un réseau de flèches sur l'échiquier figurant $\mathbf{Z}_{13}$.

---

[21]Cf. [Lucas 1911, p. 88].
[22]Cf. [Laisant 1879, p. 84-85].
[23]Cf. [Lucas 1877l].
[24]Cf. [Laisant 1887b].

Lemme de Gauss et réciprocité quadratique

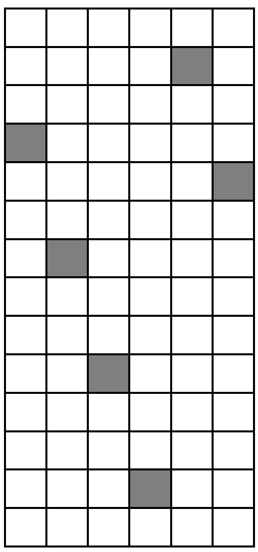
Le lemme de Gauss peut être vérifié sur l'échiquier. Si nous considérons les deux nombres $q = 7$ et $p = 11$, l'échiquier précédent nous permet de déterminer $\mu(7,11)$. En effet le reste de la division par 11 d'un multiple de 7, soit 7h, est représenté par la case ombrée située dans la colonne de rang h de l'échiquier. Pour déterminer $\mu(7,11)$ il suffit de compter dans les $5 = \frac{p-1}{2}$ premières colonnes (à partir de la gauche), le nombre de cases ombrées qui dépassent la valeur $5{,}5 = \frac{p}{2}$. On obtient immédiatement $\mu(7,11) = 3$ et donc le symbole de Legendre $\left(\frac{7}{11}\right) = (-1)^{\mu(7,11)} = -1$.

On peut également vérifier sur l'échiquier que $\mu(7,11) = \sum_{h=1}^{5} E(\frac{7h}{11}) = 0+1+1+2+3 = 7$ (mod. 2), la conclusion étant : 7 n'est pas résidu quadratique dans $\mathbf{Z}_{11}$.

Pour vérifier la loi de réciprocité quadratique, p et q étant deux nombres premiers impairs, on peut utiliser deux échiquiers : celui qui correspond au module p et au décochement q, et celui pour lequel les rôles de p et q sont intervertis.
Lucas évite ce double échiquier en utilisant un échiquier de module double $2q = 14$ sur lequel il inscrit les $6 = q-1$ premiers multiples de $p = 11$:

$1.\ 11 = 0.\ 14 + 11$	$2.\ 11 = 1.\ 14 + 8$	$3.\ 11 = 2.\ 14 + 5$
$4.\ 11 = 3.\ 14 + 2$	$5.\ 11 = 3.\ 14 + 13$	$6.\ 11 = 4.\ 14 + 10$

Ces nombres sont représentés (modulo 14) par les cases ombrées de l'échiquier rectangulaire suivant, sur lequel on peut lire à la fois le nombre $\mu = \mu(7,11)$ = somme des parties entières $0+1+2+3+3+4 = 13$ (mod.2) ; et le nombre 2ν égal au nombre de restes, représentés par les cases ombrées, supérieurs à $q = 7$ dans les divisions précédentes, soit $2\nu = 4$ et $\nu = \mu(11, 7) = 2$. La loi de réciprocité quadratique se vérifie graphiquement : $\frac{p-1}{2} \cdot \frac{q-1}{2} = 5.3 = \mu(7,11) + \mu(11,7)$ (mod. 2)



Satin de module 14, décochement 11

Arithmétique des satins carrés

Édouard Gand[25] remarque que, lorsque le module p caractérisant un satin carré est un nombre premier , ce dernier est la somme de deux carrés (ainsi p = 5 = 4+1 ; p = 13 = 9+4).
Dans le quatrième volume des *Oeuvres de Fermat*, la note XXVII d'Auguste Aubry mentionne[26], parmi les démonstrations du "plus beau peut-être de tous les théorèmes de Fermat", selon lequel tout nombre premier de la forme 4q + 1 est une somme de deux carrés[27], la démonstration graphique d'Édouard Lucas, qui y emploie la théorie des satins carrés.

L'existence d'un satin carré (module p, décochement a) est liée à la résolution dans $\mathbf{Z}_p$ de l'équation $a^2 + 1 = 0$, l'existence de solutions signifiant que -1 est résidu quadratique dans le corps $\mathbf{Z}_p$.
On sait que cette propriété est équivalente à la suivante : p premier est de la forme 4q+1, ou encore p premier est somme de deux carrés[28].
La représentation des satins carrés d'Édouard Lucas fournit alors graphiquement toutes les solutions entières de l'équation

$$x^2 + y^2 = 0 \qquad (\text{mod.p})$$

Ainsi avec le module p = 5, le décochement a = 2 fournit toutes les solutions de la forme y = 2x de cette équation, soit (0, 0) (1, 2) (2, 4) (3, 1) (4, 3) représentées par les cases ombrées du dessin correspondant.
Avec le même module p = 5, le satin associé de décochement a = 3 fournit toutes les solutions de la forme y = 3x de cette équation, soit (0, 0) (1, 3) (2, 1) (3, 4) (4, 2), obtenues par échange des fils de chaîne et de trame.
L'équation $x^2 + y^2 = 0$ admet donc 9 solutions dans Z_p^2. Nous verrons ci-dessous que ces résultats sont identiques à ceux que Thorvald Thiele obtient, au sein des entiers de Gauss, par la représentation graphique des multiples du nombre complexe m = 2 + i (le carré du module de m est 5).

Les travaux de Thiele sur la représentation graphique des nombres complexes

Au congrès de l'AFAS de 1874, O.-J. Broch présente les travaux de Thiele sur la représentation graphique des nombres complexes qui "*souvent frappe les yeux par la beauté du dessin en mosaïque qu'elle offre*".[29]
En utilisant une terminologie moderne, nous désignons par A l'anneau des entiers de Gauss :

$$A = \{ a+ib,\ \ a \text{ et } b \in \mathbf{Z}\}$$

et par I l'idéal de A formé des multiples d'un nombre m = $x_0 + iy_0$ de A :

$$I = \{ \lambda m,\ \ \lambda \in A \}$$

Étant donné m, il s'agit pour Thiele de représenter graphiquement 1) l'idéal I 2) les nombres de A qui sont des carrés parfaits (modulo m), c'est-à-dire les nombres z de A qui peuvent s'écrire $z = (x+iy)^2 + \lambda m$, où $x + iy$ et λ sont dans A .

---

[25]Cf. [Gand 1868].
[26]Cf. [Fermat 1912, p. 232].
[27]Lettre de Fermat à Mersenne du 25 décembre 1640 ou de Fermat à Digby de juin 1658. Cf. [Fermat 1891, p. 293-294], [Fermat 1894, p. 213, 221, 403, 432], [Fermat 1896, p. 243, 315].
[28]Pour une présentation moderne de ces résultats, voir [Warusfel 1971, p. 220-223].
[29]Cf. [Broch 1874, p. 1175].

Ces deux problèmes peuvent être résolus tout d'abord dans un ensemble beaucoup moins vaste que A .
Désignons par h le carré du module de m : h = $x_0^2 + y_0^2$, et par Z_h l'anneau des entiers modulo h (qui est un corps si h est premier dans **N**).
On peut remarquer que h est un multiple de m dans A : h = $(x_0 + iy_0)(x_0 - iy_0)$.
Désignons par A' l'anneau des entiers de Gauss à coefficients dans Z_h (m $\in A'$)

$$A' = \{ a+ib,\ a \text{ et } b \in Z_h \}$$

et par I' l'idéal formé des multiples de m dans A' .
A tout élément z de A on peut associer z' de A' , le lien entre z et z' étant

$$z = z' + hp + ihq \qquad (p \text{ et } q \in \mathbf{Z})$$

soit

$$z = z' + mr \qquad (r \in A)$$

On peut en déduire que 1) z multiple de m dans A $\Leftrightarrow$ z' multiple de m dans A'
2) z = $(x+iy)^2$ + λ m dans A $\Leftrightarrow$ z' = $(x'+iy')^2$ + λ' m dans A'
Les deux problèmes précédents peuvent ainsi être résolus dans A' ; les solutions dans A s'obtiennent à partir de celles de A' , au moyen des translations complexes (a + ib)h, où a et b sont des entiers quelconques de **Z**.
A' représente l'échiquier de taille minimale (h, h) où peuvent être figurées les solutions complexes des deux problèmes ci-dessus. Comme pour les satins, la représentation des solutions du plan s'effectue à partir de l'échiquier A' , par les déplacements composés de translations parallèles aux axes de coordonnées, dont l'amplitude est un multiple de h.

Exemple 1 : m = 2 + i
Ici h = 5 et Z_5 est un corps. L'anneau A' comporte 25 éléments.
1-La recherche des nombres z = x + iy multiples de m dans A' conduit à la résolution de l'équation y = 3x dans Z_5 , ce qui permet de déterminer l'idéal

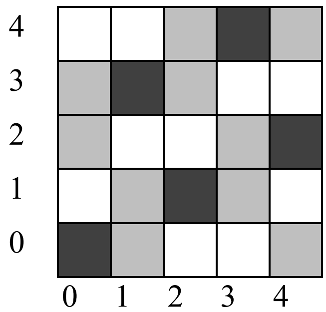
$$I' = \{0 ; 1 + 3i ; 2 + i ; 3 + 4i ; 4 + 2i \}$$

2-Dans Z_5 , 1 et 4 sont résidus quadratiques , alors que 2 et 3 ne le sont pas[30].
La recherche des nombres de A' qui sont des carrés dans A' conduit aux 9 solutions suivantes : 0, 2i, 3i, 1, 2 + i, 2 + 4i, 3 + i, 3 + 4i, 4. [31]
La recherche de ceux qui sont des carrés augmentés de (2 + i) conduit aux 3 solutions nouvelles suivantes : 1 + i, 2 + 3i, 4 + 2i. [32]
La recherche de ceux qui sont des carrés augmentés de (1 + 3i) conduit aux 3 solutions nouvelles suivantes : 1 + 3i, 3 + 2i, 4 + 4i.
La recherche de ceux qui sont des carrés augmentés de (3 + 4i) ou (4 + 2i) n'apporte pas de solution nouvelle.
Les nombres de A' qui sont des carrés parfaits (modulo m = 2 + i) sont au nombre de 15, parmi lesquels figurent ceux de I' .

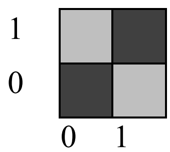
Nous représentons les quinze nombres obtenus par les cases ombrées de l'échiquier (5,5), les cases les plus sombres représentant les multiples de m. On reconnaît dans ces multiples de m le "dessin" du satin carré de module h = 5 et de décochement 3, obtenu par Lucas grâce à l'équation y = 3x dans Z_5 .

---

[30]Dans Z_5 , l'équation $x^2 = 1$ a pour solutions 1 et 4, $x^2 = 4$ a pour solutions 2 et 3 ; $x^2 = 2$ et $x^2 = 3$ n'ont pas de solutions.
[31]On peut en effet écrire par exemple 2i = $(1+i)^2$ = $(2+3i)^2$. Dans A' l'équation z^2 = 2i admet ainsi quatre solutions : 1 + i, 4 + i, 2 + 3i, 3 + 2i.
[32]On peut en effet écrire par exemple 1 + i = 4 + (2 + i).



Exemple 2 : $m = 1+ i$
Ici h = 2 et Z_2 est un corps. L'anneau A' comporte ici 4 éléments.
Les multiples z = x + iy de m se caractérisent dans A' par l'équation y = x et I' = {0, 1+ i}.
Les nombres 0 et 1 sont des carrés parfaits, les nombres i et (1 + i) sont des carrés augmentés de m. Donc (modulo m = 1+ i) tous les nombres de A' sont des carrés parfaits. Nous représentons les 4 nombres de A' par les cases ombrées de l'échiquier (2, 2), les cases les plus sombres représentant les multiples de m.



On peut reconnaître ici le "dessin" du drap, ou satin de module h = 2 et de décochement 1, obtenu par Lucas grâce à l'équation y = x dans Z_2.

Exemple 3 : $m = 17 + 8i$
Ici h = $17^2 + 8^2 = 353$ est un nombre premier et Z_h est un corps. La recherche des multiples z = x + iy de m conduit à l'équation 17x + 8y = 0 dans Z_h, ou encore y = 42x. L'ensemble I' est donc constitué des nombres de la forme x(1 + 42i), x ∈ Z_h

$$I' = \{ 0, 1 + 42i, 2 + 84i, ..., 9 + 25i, 17 + 8i, ...\}$$

Ses éléments sont représentés par les cases noires pointées du carrelage de Thiele, les autres cases noircies figurant les carrés (modulo m)[33].

Les résultats obtenus ainsi "se rapprochent beaucoup de ceux de M. Lucas" mais ne donnent pas toutes les solutions qu'il y a lieu de rechercher dans la géométrie du tissage. L'ensemble des multiples d'un nombre complexe m permet d'obtenir des satins dont le module h est somme de deux carrés, ou ce qui est équivalent ceux dont le module h = 4q+1, mais non les autres (ainsi un satin de module h = 11 ne peut être obtenu de cette manière puisque h=4.2+3).

Thorvald Thiele figure également quelques représentations de nombres complexes, dans lesquelles l'ensemble A est remplacé par B = { a+jb, a et b ∈ **Z**}, j désignant la

[33]Voir dans nos *Documents* l'article [Thiele 1874].

racine cubique de -1 d'argument $\frac{2\pi}{3}$. Les carrelages obtenus sont alors invariants par des rotations d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

André Sainte-Lagüe* et les tissus

La question des tissus est reprise en 1926 par André Sainte-Lagüe qui généralise les méthodes décrites par Lucas grâce par l'étude de "réseaux" (en terminologie moderne on parle à ce propos de graphes) : un ensemble de sommets est réparti en deux catégories A et B, les sommets de catégorie A ne pouvant être reliés qu'à des sommets de catégorie B. S'il y a m sommets A et n sommets B, on forme le tableau mxn en indiquant par 1 toute case correspondant à un chemin AB et par 0 toute autre case.
Un *tissu* est un tableau dans lequel le nombre p des 1 est constant dans chaque ligne ainsi que le nombre q des 1 dans chaque colonne (mp = nq). Si le tissu est carré, m = n et dans ces conditions p = q.
L'échange des 1 et des 0 remplace le réseau par un réseau associé. On peut s'intéresser à la recherche des tissus de base qui, juxtaposés, donnent toutes les configurations de tissus possibles[34].

Un inédit de Tchebychev en langue française : la coupe des vêtements

Nous avons signalé le commentaire de Darboux (lettre à Houël du 3 septembre 1878): *"A propos du congrès de l'Association Française[...]Tchebychef a fait une communication sur la coupe des habits. C'est très original, mais très ingénieux"* ; tandis qu'au congrès de 1879 de l'AFAS, Laisant mentionne les éléments d'une nouvelle théorie de Tchebychev sur la déformation des plans-tissus, dont l'idée est venue à la suite des communications de Lucas.

L'information est reprise dans les *Oeuvres de P. L. Tchebychef* publiées en langue française par Markoff et Sonin[35] :
"Après avoir indiqué que l'idée de cette étude lui est venue lors de la communication faite, il y a deux ans, au Congrès de Clermont-Ferrand, par M. Édouard Lucas, sur la géométrie du tissage des étoffes à fils rectilignes, M. Tchebichef pose les principes généraux pour déterminer les courbes suivant lesquelles on doit couper les différents morceaux d'une étoffe, pour en faire une gaine bien ajustée, servant à envelopper un corps de forme quelconque."
Les auteurs Markoff et Sonin indiquent que, conformément à la volonté de Tchebychef, l'étude "Sur la coupe des habits" trouvée dans ses papiers ne doit pas être imprimée dans leur ouvrage, car le manuscrit ne porte pas l'inscription "imprimer"; ils se contentent d'un court commentaire. Un autre choix est fait pour l'édition en langue russe des oeuvres complètes de Tchebychef, qui paraissent à partir de 1946, où l'on peut lire une traduction de ce manuscrit dans le cinquième volume publié en 1951[36].

---

[34] Cf. [Sainte-Lagüe, 1926 p. 32-34].
[35] Cf. [Tchebychev 1907, tome **2**, p. 708].
[36] Cf. [Tchebychev 1951, tome **5**, p. 165-170]. On peut consulter aussi à ce sujet la traduction anglaise effectuée à partir de la publication en langue russe de M. Chobot et B. Collomb, ainsi que l'analyse de Paul Butzer et François Jongmans, cf. [Chobot et Collomb, 1970] et [Butzer et Jongmans 1999, p.130-131].

Le texte de la communication faite le 28 août au Congrès de Paris de l'AFAS qui figure dans notre partie *Documents* est donc inédit en langue française, langue dans laquelle il fut composé par Tchebychev[37]. Il ne figure pas dans les *Comptes-Rendus* de l'Association, où seul son titre apparaît.

Dans notre transcription, nous respectons le style, l'orthographe et les formules mathématiques de l'auteur (une mise en cohérence des notations a cependant été nécessaire). L'édition russe de 1951 introduit un terme complémentaire dans l'équation différentielle utilisée par Tchebychev ; quelques modifications du manuscrit en résultent ; nous les faisons figurer en notes. A la fin du manuscrit certains passages surchargés deviennent illisibles. Cinq dessins de Tchebychev correspondant au schéma d'une balle de tennis sont associés au texte que nous reproduisons en document.

Nous renvoyons aux commentaires mathématiques de cet écrit, que l'on peut lire dans [Butzer et Jongmans 1999, p. 130-131].

[37] *Archives académiques de Russie (Saint-Pétersbourg)*, texte aimablement communiqué par Natalia Ermolaeva.

8-La contribution d'Édouard Lucas à l'étude des nombres premiers

Tombée en France dans un oubli relatif au début du XXe siècle[1], l'œuvre de Lucas sur les nombres premiers est enrichie par les anglo-saxons, en particulier par Derrick Henry Lehmer dans les années 1930. Elle ressort aujourd'hui de l'indifférence, par exemple grâce au *Cours d'Algèbre* de Michel Demazure, la cryptographie remettant à l'honneur la recherche de très grands nombres premiers[2]. Les plus grands d'entre eux découverts dernièrement sont des nombres de Mersenne, c'est-à-dire de la forme $2^n - 1$, et le critère de primalité utilisé demeure celui de Lucas-Lehmer. L'intérêt de la contribution de Lucas à l'étude des questions de primalité, au moyen de tests puissants et rapides, s'en trouve justifié.

Les précurseurs

La réflexion d'Édouard Lucas sur les nombres premiers a pour origine le "petit" théorème de Fermat, enrichi du lemme VII de Lagrange[3]. La synthèse de ces deux résultats permet à Lucas d'énoncer la "loi d'apparition" des nombres premiers au sein de la suite de Fibonacci (et de beaucoup d'autres suites du même type).

Un deuxième apport de Lagrange est manifeste. Pour la résolution en nombres entiers de l'équation $x^2 - ay^2 = 1$, Lagrange utilise une expression générale des solutions x et y très voisine des "fonctions numériques simplement périodiques" de Lucas[4]. Sur elles se fondent les méthodes de calcul rapide et les tests de primalité qui appartiennent en propre à Édouard Lucas.

Eugène Catalan communique le 3 mars 1861 à la Société Philomathique de Paris un résultat relatif *"à une série récurrente dont le terme général est ou n'est pas divisible par n suivant que n est premier ou non premier"*.[5] Ce résultat est explicité le 6 avril 1861 dans le *Bulletin* de la Société Philomathique :
"M. Catalan a fait aussi cette communication :
1- La série récurrente dont les termes initiaux sont $A_1 = 0$ $A_2 = -2q$ $A_3 = 3r$ $A_n + qA_{n-2} - rA_{n-3} = 0$ *jouit de cette propriété : la fonction* A_n *est ou n'est pas divisible par n, suivant que n est ou n'est pas premier.*
2- Si l'on remplace q et r par des nombres entiers convenablement choisis, on obtient une infinité de séries récurrentes numériques, qui paraissent jouir de la même propriété. Par exemple, si l'on prend q=r=1, les nombres entiers $A_2, A_3, A_5, A_7, \ldots, A_{53}$

[1]Eugène Cahen est chargé d'un cours de théorie des nombres à la Sorbonne entre 1910 et 1915. Il publie en 1900 des *Éléments de Théorie des Nombres* [Cahen 1900], ouvrage pour une large part algébrique, dans lequel il omet de faire référence à Lucas et à son traité de *Théorie des Nombres* [Lucas 1891], qui ne date pourtant que de 1891.
[2]Cf. [Demazure1997].
[3]Cf. [Lagrange 1775, p. 782-783].
[4]Cf. [Lagrange 1766-1769, p. 693-695].
[5]Registre des Procès verbaux de la Société Philomathique, année 1861, *Archives de la Sorbonne* [MS 2091]. Pour une biographie d'Eugène Catalan voir [Jongmans 1996]. Pour l'historique de cette Société on peut consulter [Mandelbaum 1980] et [Bru, Bru et Bienaymé 1997].

sont divisibles par 2, 3, 5, 7,..., 53 tandis que les nombres entiers $A_4, A_6, A_8, A_9, \ldots, A_{52}$ *ne sont pas divisibles par l'indice correspondant."*[6]

La propriété énoncée par Catalan ne fait l'objet d'aucun commentaire dans les procès verbaux de la Société Philomathique. Elle pourrait être à l'initiative des recherches d'Édouard Lucas sur la loi d'apparition des nombres premiers dans les suites récurrentes linéaires publiées à partir de 1876 (ces dernières sont toutefois d'ordre 2 et non d'ordre 3 comme celles de Catalan). Aucune référence à la communication de Catalan n'est faite par Lucas et aucune "réclamation de priorité" n'est par ailleurs engagée par Catalan. Lucas a-t-il pris connaissance du *Bulletin* de la Société Philomathique lors de ses études à Paris ? Catalan a-t-il joué un rôle dans l'orientation de sa réflexion, ou ne faut-il voir là que le fruit du hasard ? Ces questions demeurent posées.

Les méthodes de Fermat et de Wilson

Lucas dispose initialement de deux méthodes pour étudier la primalité des entiers, l'une due à Pierre de Fermat, l'autre à John Wilson, la première fournissant également une factorisation des nombres composés[7].

La caractérisation de la primalité de n par la méthode de Fermat repose sur la recherche de solutions entières de l'équation $x^2 - y^2 = n$. Pour que n soit premier, il faut et il suffit que l'équation de Fermat admette pour seules solutions $x = \frac{n+1}{2}$ et $y = \frac{n-1}{2}$:
"*Ainsi, pour qu'un nombre impair soit premier, il faut et il suffit qu'il soit, et d'une seule manière, égal à la différence des carrés de deux nombres entiers. De là cette méthode indiquée par Fermat pour reconnaître si un nombre impair donné n est premier ou composé. On ajoute au nombre n tous les carrés jusqu'à celui de* $\frac{1}{2}$*(n-1) ; si l'on ne trouve qu'un seul total, le dernier, égal à un carré, le nombre essayé est premier. Dans le cas contraire, le nombre est composé, et on le décompose immédiatement en un produit de deux facteurs"*. [8]
Très coûteuse en opérations, cette méthode suppose l'utilisation de tables de carrés, donc demeure pratiquement inopérante pour les très grands nombres n.

Le théorème de Wilson est lui aussi remarquable en ce qu'il donne une condition nécessaire et suffisante de primalité. Publié en 1770 par Edward Waring qui l'attribue à

[6]Cf. [Catalan 1861].
[7]Les publications de Lucas relatives aux nombres premiers s'échelonnent des années 1875 à 1880, l'année 1876 étant l'année clé. la thèse d'arithmétique non soutenue peut avoir joué un rôle essentiel dans sa réflexion. Les propriétés des suites récurrentes linéaires d'ordre deux figurent dans les notes aux *Comptes rendus* [1876a] et [1876b], dans l'intervention au congrès de l'AFAS [1876d] ainsi que dans les mémoires publiés en Italie [1877c], en Belgique [1878g] et aux États-Unis [1878a] ; elles sont reprises dans le traité [1891a]. Différents tests figurent dans les notes [1876c], [1877a], [1877b], aux congrès de l'AFAS [1876d] et [1877f], ainsi que dans les deux mémoires précédents [1877c] et [1878a]. Le mémoire italien [1878b] est consacré à l'étude des nombres de Mersenne et, dans la note [1880a], Lucas compare ses résultats à ceux qu'obtient James Joseph Sylvester par l'utilisation de fonctions cyclotomiques. Cf. [Sylvester 1880a].
[8]Cf. [Lucas 1891a, p.356].

John Wilson son élève, il n'est démontré par aucun de ces deux mathématiciens[9]. Sa formulation moderne est la suivante :

"Un nombre n est premier si et seulement si le nombre (n-1)! +1 est divisible par n".

Lucas reproduit dans son traité de *Théorie des nombres* la démonstration du théorème de Wilson selon la méthode de Lagrange (calcul des différences) et selon celle de Gauss (calcul par congruences). Sa conclusion est toutefois sans appel : *" Il est inapplicable en pratique"*, le calcul du nombre factoriel (n-1)! , même modulo n, demeurant inaccessible pour les très grandes valeurs de n. Cette remarque est à rapprocher celle de Legendre :*"Quoique cette règle soit très belle in-abstracto, elle ne peut guère être utile dans la pratique, attendu la grandeur énorme à laquelle s'élève bientôt le produit 1.2.3...(n-1)"* .[10]

Le "petit" théorème de Fermat

La réflexion de Lucas s'oriente vers le théorème de Fermat, que l'on peut énoncer de la façon suivante[11] :
"Si p est un nombre premier qui ne divise pas a, le nombre $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$".

La démonstration qu'en donne Gauss utilise la congruence: $(a+b+\ldots 1)^p \equiv a^p + b^p + \ldots 1^p$ (mod.p) pour p premier, ce qui entraîne le théorème de Fermat si tous les nombres a,b,...l sont supposés égaux à 1.
Lucas reproduit les démonstrations d'Euler et de Gauss avec un commentaire empreint de nationalisme :*"pour nous, il nous paraît impossible d'admettre que cette démonstration, si simple et si naturelle, trouvée par Leibniz, Euler et Lambert n'ait pu être imaginée par Fermat qui a non seulement énoncé le théorème, mais en a déduit de nombreux corollaires dont l'exactitude a été démontrée."*[12]

Gauss contribue à l'amélioration de ce résultat (*Disquisitiones* n°49):
"Si p est un nombre premier qui ne divise pas a, *et que* a^t *soit la plus petite puissance de* a *congrue à l'unité, l'exposant* t *sera* p-1 *, ou une partie aliquote de* p-1*"* .
Gauss établit ici que les entiers naturels x vérifiant l'équation $a^x \equiv 1$ (mod.p) sont les multiples du plus petit d'entre eux, noté t. Comme p-1 est l'un de ces entiers, il est un multiple de t (une "partie aliquote" d'un nombre est un diviseur de ce nombre strictement inférieur à lui). Le raisonnement utilisé est celui qui, dans une terminologie moderne, entre en jeu pour établir que tout idéal de l'anneau des entiers est principal.

Euler élabore une généralisation du théorème de Fermat valable pour un entier n quelconque grâce au nombre $\varphi(n)$, appelé depuis l'indicateur d'Euler de n, qui désigne le nombre de nombres premiers avec n et inférieurs à n :

---

[9]Lagrange en 1771, Leonard Euler en 1783, Legendre en 1798 et enfin Gauss en donnent une démonstration. Cf.[Waring 1770, p.380] ; [Lagrange 1771] ; [Euler 1783, T.**I**, p.329] ; [Legendre 1798, § 130 et 131, p. 167-168] ; [Gauss 1801, *Disquis*.n° 76- 77].
[10]Cf. [Lucas 1891a, p. 432 et p. 437- 438] et [Legendre 1798, § 131].
[11]Pour l'historique de ce théorème voir [Weil 1983]. Des démonstrations en sont dues à Euler, à Jean-Henri Lambert, à Gauss ; Gauss soupçonne Leibniz d'avoir eu la même idée qu'Euler, mais sans l'avoir publiée. Cf. [Euler 1750, p. 67] ; [Lambert 1769, p.109] et [Gauss 1801, *Disquis.* n°49, 50, 51].
[12]Cf. [Lucas 1891a, p. 420- 423].

"Si a et n sont premiers entre eux, on peut écrire $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$"

Si n est un nombre premier qui ne divise pas a, on retrouve le théorème de Fermat (dans ce cas en effet $\varphi(n)=n-1$).
Pour sa part, Lucas fournit un exemple prouvant que le théorème de Fermat n'est pas caractéristique des nombres premiers ; il établit que $2^{37.73-1} \equiv 1 \pmod{37.73}$.
"Cette congruence montre que le théorème de Fermat peut s'appliquer à des nombres composés et que, par conséquent, il n'a pas de réciproque" [13].

Le gaussien
Lucas effectue une synthèse entre les travaux de Fermat, Euler et Gauss[14], à la lumière des travaux allemands de son époque.
Désignant par n un entier quelconque, il introduit la notion de *"gaussien"* de a selon le module n, lorsque a et n sont premiers entre eux : c'est le plus petit entier positif g tel que $a^g \equiv 1 \pmod{n}$ (à la différence du théorème de Gauss, l'entier n n'est pas supposé premier). Après avoir établi l'existence d'un élément minimal g parmi les solutions entières x de l'équation $a^x \equiv 1 \pmod{n}$, il montre que toutes les autres solutions x sont les multiples de g ; parmi elles se trouve l'indicateur d'Euler de n.
On peut remarquer à ce propos que, si la notion d'*idéal* est absente des écrits de Lucas, la modernité de son raisonnement nous frappe : c'est celui qui entre en jeu dans l'étude des anneaux principaux. Nous y voyons l'influence de l'ouvrage de Lejeune-Dirichlet *Vorlesungen über Zahhlentheorie,* cité dans la préface de la *Théorie des nombres.*

Lucas établit alors le résultat qualifié de *"vraie réciproque"* du théorème de Fermat. Démarche originale, nous l'avons souligné, la primeur de ce résultat théorique d'importance est offerte à l'AFAS : "*Nous avons énoncé pour la première fois ce théorème en 1876, au Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, à Clermont-Ferrand.*"[15] Il s'agit ici de reconnaître la primalité d'un entier p ; à cette fin, Lucas utilise un nombre intermédiaire a premier avec p et la suite $S_n = a^n - a$, pour laquelle il est affirmé[16] :

"Si on a S_n *divisible par p pour n = p, et non auparavant, le nombre p est un nombre premier"*

Autrement dit, si l'on peut construire une suite S_n du type précédent vérifiant (dans l'ensemble Z_p des entiers modulo p) les conditions : $S_p = 0$ et $S_n \neq 0$ pour tout $n<p$, le nombre p est premier.
Une démonstration, qui repose sur un raisonnement par l'absurde assez lourd, en est fournie dans l'*American Journal* [17]. En supposant que p est un produit de facteurs premiers, par exemple p = qr, les propriétés de congruences permettent d'établir que $S_q \equiv S_r \equiv 0 \pmod{p}$ et p n'est pas le plus petit des indices n pour lequel S_n est divisible par p.

[13]Cf. [Lucas 1877f, p. 161] et [Lucas 1891a, p. 422-423].
[14]Cf. [Lucas 1891a, p.439-440].
[15]Cf. [Lucas 1891a , p. 441].
[16]Cf. [Lucas 1876d, p. 63].
[17]Cf. [Lucas 1878a, p.231].

Ultérieurement, ce théorème prend la forme suivante[18]:
" a et p étant premiers entre eux, si $a^x - 1$ *est divisible par p , pour x égal à p-1, et n'est pas divisible par p pour x égal à une partie aliquote de (p-1), le nombre p est premier."*
Ce résultat peut s'exprimer ainsi : "Si l'on peut trouver un nombre a premier avec p, tel que la suite $s_n = a^n - 1$ vérifie (dans l'ensemble Z_p des entiers modulo p) les conditions $s_{p-1} = 0$ et $s_d \neq 0$ pour tout diviseur d de (p-1), le nombre p est premier".
Les conditions sont ici allégées, puisqu'elles portent sur les diviseurs de p-1 et non sur tous les entiers inférieurs à p.

La démonstration de ce résultat, beaucoup plus élégante que la précédente car elle fait appel au *gaussien* de a selon le module p, c'est-à-dire implicitement à la notion d'idéal, figure dans le traité de*Théorie des nombres*[19]. On peut caractériser un nombre premier p par le fait que son indicateur d'Euler $\varphi(p)$ est égal à p-1. Si l'on constate que le gaussien de a selon le module p, soit g, est égal à p-1, le nombre p est premier (en vertu des inégalités générales : $g \leq \varphi(p) \leq p-1$).
C'est à cette élégance que nous croyons aussi reconnaître l'influence de Lejeune-Dirichlet dont le *"délicieux traité "* a été lu et mis à profit depuis sa réédition en 1881.

Ce théorème réciproque fournit un critère de primalité du nombre p, qui est d'un usage d'autant plus aisé que les diviseurs de p-1 sont rapidement accessibles, et que la recherche d'un a qui convienne, parmi les entiers premiers avec p, est facile. Lucas peut ainsi vérifier que le nombre de Fermat $F_4 = 2^{2^4} + 1 = 65537$ est premier en 17 étapes seulement.[20]
Il faut remarquer si p est premier, les conditions données par Lucas $a^{p-1} = 1$ et $a^d \neq 1$ (mod.p) pour tout diviseur d de (p-1) signifient que a est *racine primitive* (p-1)ème de l'unité dans le corps Z_p des entiers modulo p. La difficulté consiste à déterminer un nombre a convenable pour de très grands nombres p dont on cherche à établir la primalité (de nos jours, il n'existe aucune méthode systématique autre que la recherche exhaustive pour trouver les racines primitives de l'unité dans Z_p)[21].

---

[18]Au congrès de l'AFAS de 1877, ce théorème est déjà énoncé de cette manière. Cf. [Lucas 1877f, p.162]. Des énoncés identiques figurent dans [Lucas 1878a, p. 302] et [Lucas 1891a, p. 441].
[19]Cf. [Lucas 1891a, p.441].
[20]Les nombres de Fermat sont les nombres $F_n = 2^{2^n} + 1$. Pour étudier F_4, Lucas utilise a=3 ; les diviseurs de F_4 -1 étant 1, 2, 2^2 ..., 2^{16}, une récurrence simple peut être établie entre les restes dans la division par F_4 des nombres 3^{2^k} (si l'on a $3^{2^k} \equiv r_k$, $r_{k+1} \equiv r_k^2$, modulo 65537). Cf. [Lucas 1891a, p. 441].
[21]Tout nombre a premier avec un nombre n n'est évidemment pas une racine primitive (n-1)ème de l'unité dans Z_n. Pour s'en convaincre, il suffit d'examiner le cas de n=7 : les racines primitives 6ème de l'unité dans le corps Z_7 sont 3 et 5 (il y en a exactement $\varphi(6) = 2$). Par contre, dans ce corps, 2 n'est pas une racine primitive 6ème puisque $2^3 = 1$ (mod.7) , bien que 2 soit premier avec 7. Le test de Lucas est en défaut si l'on choisit a = 2 pour tenter d'établir la primalité de 7 ; celle-ci est par contre établie par le choix de a = 3 ou 5. A contrario, s'il existe un nombre a premier avec n vérifiant $a^{n-1} \neq 1$ (mod.n), le nombre n est composé. Malheureusement, il existe des nombres n composés pour lesquels $a^{n-1} = 1$ (mod.n) pour tout a premier avec n : ce sont les nombres de Carmichael (le nombre 561 en est un). La question du polynôme cyclotomique est liée aux précédentes : dans un corps donné, le polynôme cyclotomique d'ordre k est celui dont les zéros sont les racines primitives kèmes de l'unité. Cf. [Warusfel 1971, p.184] et [Demazure 1997].

Les possibilités offertes par ce test sont peu exploitées par son auteur. Outre la difficulté à déterminer un nombre a qui convienne, la rapidité de la méthode est loin d'être assurée pour les très grands entiers p. Le calcul des nombres S_n ou s_n, même modulo p, devient en effet rapidement inextricable, sauf à disposer de procédures "mécaniques" qui n'apparaissent pas ici pour un nombre p de nature quelconque, ni pour des nombres particuliers comme ceux de Fermat (F_4 semble être le plus grand examiné par l'auteur sans ces procédures).
Lucas s'intéresse aux nombres de Mersenne $M_n = 2^n - 1$ pour des raisons historiques ; l'un de ses objectifs est, en particulier, de savoir *"si les assertions du Père Mersenne et du Baron Plana [...] sur les nombres* $2^{53}-1$, $2^{67}-1$, $2^{127}-1$, $2^{257}-1$, *qu'ils considéraient comme premiers, sont exactes"*[22]. L'étude de leur primalité lui révèle une procédure de calcul automatique plus générale. Cette procédure utilise la suite de Fibonacci.

La suite de Fibonacci

La suite de Léonard de Pise (connu sous le nom de Fibonacci) est régie par la relation de récurrence $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$. L'expression de son terme général dépend du choix des deux premiers termes u_0 et u_1, que Fibonacci prend égaux respectivement à 0 et 1 ; on obtient ainsi la suite de nombres 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...
Lucas consacre à Léonard de Pise un copieux mémoire publié en Italie en 1877[23]. L'attention aux propriétés arithmétiques de la suite de Fibonacci, qui remonte à Fermat, Frénicle (et probablement à des mathématiciens antérieurs), a pu être suscitée par une note de Gabriel Lamé de 1844, où apparaît son utilité pour la détermination d'une limite supérieure du nombre des opérations à effectuer dans la recherche du plus grand commun diviseur de deux nombres entiers, ainsi que par les travaux arithmétiques d'Angelo Genocchi de 1868-1869.
L'apport original de Lucas consiste à souligner une propriété arithmétique remarquable de cette suite : tout nombre premier p y figure en tant que facteur d'un terme de rang déterminé. C'est *la loi d'apparition des nombres premiers* au sein de la suite de Fibonacci, qui constitue une synthèse entre certains résultats de Fermat et de Lagrange.[24]

On peut noter que la recherche de nombres premiers au sein de suites arithmétiques paraît bien antérieure à ces travaux. Ainsi Euler s'intéresse à la présence des nombres premiers au sein de la progression arithmétique 4n+1. Legendre croit prouver en 1785 qu'*"il y a une infinité de nombres premiers compris dans toute progression arithmétique dont le premier terme et la raison sont premiers entre eux [...] Cette proposition est assez difficile à démontrer, cependant on peut s'assurer qu'elle est vraie. Je me contente d'indiquer ce moyen de démonstration qu'il serait trop long de détailler..."*[25] Hélas la démonstration de Legendre est fausse et cette proposition n'est réellement prouvée par Peter-Gustav Lejeune-Dirichlet qu'en 1837 par des méthodes analytiques.[26]

---

[22]Cf. [Lucas 1877c, p. 162].
[23]Il s'agit de [Lucas 1877c].
[24]On peut signaler qu'un nombre premier "apparaît" au sein de plusieurs termes u_n ; la "loi" de Lucas permet de le repérer dans un terme au moins (qui n'est pas toujours celui de rang minimal). Ainsi 11 divise le terme $u_{10} = 55$, tandis que 17 divise $u_{18} = 2584$ (mais aussi $u_9 = 34$) et 5 divise $u_5 = 5$.
[25]Cf. [Euler 1769, p. 113-126] ; [Euler 1774, p. 263-266] ; [Legendre 1785, p.552].
[26]Cf. [Lejeune-Dirichlet 1837, p.108-111]. On peut signaler qu'à ce propos Lejeune-Dirichlet se réfère à un texte d'Euler [Euler 1748].

Les travaux de Tchebychev sont eux aussi bien connus de Lucas. Dans un *Mémoire sur les nombres premiers* présenté en 1848 à Saint-Pétersbourg, Tchebychev établit à son tour, en utilisant des méthodes analytiques, que, pour $a > 3$, il y a au moins un nombre premier plus grand que a et plus petit que 2a-2 , *postulatum* (le terme est de Tchebychev) dû à Joseph Bertrand et datant de 1845 .[27]

La recherche de nombres premiers au sein de suites est donc "dans l'air du temps" depuis des décennies lorsque, au Congrès de l'AFAS de 1877, Lucas fait la remarque suivante : "*En résumé, toutes ces recherches sont basées sur la considération des progressions arithmétiques. On doit à l'illustre Fermat des recherches profondes sur la doctrine des nombres premiers et basées sur la considération des problèmes des progressions géométriques. Dans cet ordre d'idées, différent de celui qui précède, la vérification des nombres premiers très-grands de la forme* $a^n - b^n$*, et la décomposition des nombres de cette forme en facteurs premiers, se trouve considérablement simplifiée.*" [28]
Le sens de cette remarque apparaît dès l'on exprime le terme général de la suite de Fibonacci en fonction de l'indice n. Cette expression met en jeu l'équation caractéristique $r^2 - r - 1 = 0$ liée à la relation de récurrence $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$. Le discriminant de cette équation est 5, ce qui confère au nombre 5 un rôle particulier dans toute l'étude qui suit. Les racines de cette équation caractéristique étant $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $b = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$, le terme de rang n de la suite de Fibonacci s'écrit $u_n = \frac{a^n - b^n}{a - b}$, sachant que $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$.
La parenté avec les suites utilisées dans le théorème réciproque de Fermat ($S_n = a^n - a$ ou $s_n = a^n - 1$) est évidente, toutes ces suites étant liées aux suites géométriques. Leur croissance rapide permet une utilisation, pour l'étude des très grands nombres premiers, plus satisfaisante que celle des suites arithmétiques présentes dans les résultats de Legendre ou Lejeune-Dirichlet.

La loi d'apparition des nombres premiers au sein de la suite de Fibonacci

Les propriétés arithmétiques de la suite de Fibonacci sont énoncées dans de nombreuses publications, notamment au congrès de l'AFAS de 1876 et dans l'*American Journal* [29].
La plus fondamentale demeure la *loi d'apparition des nombres premiers*, qui est constituée des résultats suivants:
"2 divise u_3, ainsi que tous les termes dont l'indice est un multiple de 3 ; 5 divise u_5, ainsi que tous les termes dont l'indice est un multiple de 5.
Si p est un nombre premier non égal à 2 ou 5, on a $u_{p-1} \equiv 0$ ou $u_{p+1} \equiv 0 \pmod{p}$ selon que 5 est ou non résidu quadratique de p.[30]
Si p est un nombre premier non égal à 5, $u_p \equiv \pm 1 \pmod{p}$ ".

[27]Cf. [Tchebychev 1848b]. Pour le postulat voir [Bertrand 1845].
[28]Cf. [Lucas 1877f, p.161].
[29]Cf. [Lucas 1876d, p. 64-65] et [Lucas 1878a, p. 296-297].
[30]On dit que 5 est ou non résidu quadratique de p premier selon que l'équation $x^2 = 5$ admet ou non une solution dans le corps Z_p des entiers modulo p, c'est-à-dire selon que le polynôme $x^2 - 5$ se factorise ou non dans $Z_p(X)$. Si 5 est résidu quadratique de p, on a $5^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$; sinon on a $5^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1$.

La démonstration de ces propriétés apparaît dans le journal américain. Fidèle à la méthode de Lagrange, elle repose sur l'utilisation de la formule du binôme de Newton dans le corps quadratique $\mathbf{Q}\left[\sqrt{5}\right]$ pour le calcul des quantités $(1+\sqrt{5})^n$ et $(1-\sqrt{5})^n$. Le terme de rang n de la suite de Fibonacci s'en déduit :

$$2^{n-1}\ u_n = (C_n^1 + 5C_n^3 + 5^2 C_n^5 + \ldots + 5^{\frac{k-1}{2}} C_n^k + \ldots)$$

la somme étant étendue à tous les entiers impairs $k \leq n$.
Le calcul se poursuit dans le corps Z_p (p est un nombre premier impair) où les coefficients binomiaux ont des formes particulièrement simples pour n = p-1, p et p+1.[31] Les valeurs des termes de rang p-1, p, p+1 de la suite de Fibonacci en résultent puisque : $2^p u_{p-1} \equiv 1 - 5^{\frac{p-1}{2}}$, $2^{p-1} u_p \equiv 5^{\frac{p-1}{2}}$ et $2^p u_{p+1} \equiv 1 + 5^{\frac{p-1}{2}}$. Le théorème de Fermat est nécessaire pour écrire $2^{p-1} \equiv 1$, et les résultats concernant les résidus quadratiques ($5^{\frac{p-1}{2}} \equiv \pm 1$ selon que 5 est ou non résidu quadratique de p si p n'est pas égal à 5) permettent de conclure.

La loi d'apparition des nombres premiers au sein de la suite de Fibonacci trouve une expression quelque peu différente dans certaines publications[32] :
"Dans la série de Fibonacci, tout nombre premier p *impair, de la forme* $10q \pm 1$, *divise le terme de rang* p - 1, *et tout nombre premier impair de la forme* $10q \pm 3$, *divise le terme de rang* p + 1. *D'ailleurs les nombres* 2 *et* 5 *divisent respectivement tous les termes dont le rang est un multiple de* 3 *ou de* 5."[33]

Bien d'autres suites ont la propriété de "faire apparaître tous les nombres premiers". Ainsi la suite de Pell utilisée parfois par Lucas est définie par la relation de récurrence $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$ ($u_0 = 0$, $u_1 = 1$). Les racines de l'équation caractéristique qui lui est associée ($r^2 - 2r - 1 = 0$) s'expriment dans le corps $\mathbf{Q}(\sqrt{2})$ et les propriétés de la suite de Pell s'énoncent de la même façon que celles de Fibonacci, le nombre 5 devant ici être remplacé par 2.

A toutes ces suites correspondent des équations caractéristiques dont les racines a et b s'expriment en général dans une extension quadratique de **Q** faisant intervenir le discriminant Δ de l'équation caractéristique. Le succès de la méthode réside dans l'utilisation de cette extension : un nombre premier p apparaît dans le terme de rang p-1 ou p+1, si p n'est pas égal à Δ.
Dans le cas où Δ est résidu quadratique de p, c'est-à-dire où $\sqrt{\Delta}$ est un entier de Z_p, cette loi d'apparition n'est autre que le théorème de Fermat appliqué au terme de rang p-1 de la suite considérée : en effet les racines a et b de l'équation caractéristique sont alors des entiers de Z_p, qui vérifient le théorème de Fermat $a^{p-1} \equiv b^{p-1} \equiv 1$ ce qui entraîne $u_{p-1} \equiv 0$ (mod.p) en vertu de l'expression du terme général de la suite u_n. Dans le cas contraire, $\sqrt{\Delta}$ n'est pas un entier de Z_p ; les racines a et b de l'équation

---

[31]Dans le corps des entiers modulo p, Lucas utilise : $C_{p-1}^k \equiv (-1)^k$ pour k=0,..., p-1 ; $C_p^k \equiv 0$ pour k=1, 2..., p-1; $C_{p+1}^p = C_{p+1}^1 \equiv 1$ et $C_{p+1}^k \equiv 0$ pour k=2,..., p-1.

[32]On trouve des expressions semblables dans [Lucas 1876a, p.166-7] et [Lucas 1877c, p.149].
D'autres propriétés "amusantes" de la suite de Fibonacci sont signalées : ainsi tous les termes de rang impair sont la somme de deux carrés, et tous les termes, dont le rang pair est au moins 6, sont composés.

[33]Cf. [Lucas 1878a, p. 297]. On trouve des expressions semblables dans [Lucas 1876a, p.166-7] et [Lucas 1877c, p.149].

caractéristique sont dans $\mathbf{Q}(\sqrt{\Delta})$ et l'apport de Lucas consiste à remarquer la présence de p au sein du terme de rang p+1 de la suite considérée. Ce résultat lui a été inspiré par un lemme de Joseph Lagrange[34], qui permet en effet d'écrire $u_{p+1} \equiv 0$ (mod.p), lorsque le discriminant Δ de l'équation caractéristique n'est pas un carré parfait dans Z_p.

En effectuant une synthèse entre les résultats de Fermat et Lagrange, la méthode de Lucas élargit le champ d'application du théorème de Fermat. L'utilisation de suites exprimées dans une extension quadratique de **Q**, au lieu de **Z**, ouvre deux possibilités au lieu d'une seule pour l' "apparition" d'un nombre premier p. Les tests de primalité qui en découlent permettent ainsi d'examiner aussi bien des nombres de Mersenne $(2^n - 1)$ que de Fermat $(2^{2^n} + 1)$.

Les tests de primalité associés à la suite de Fibonacci

On trouve dans l'*American Journal* le critère de primalité suivant : *"Si dans l'une des séries récurrentes* u_n*, le terme* u_{p-1} *est divisible par p, sans qu'aucun des termes de la série dont le rang est un diviseur de p-1 le soit, le nombre p est premier ; de même, si* u_{p+1} *est divisible par p, sans qu'aucun des termes de la série dont le rang est un diviseur de p+1 le soit, le nombre p est premier "*[35].

La démonstration de ce résultat, qui constitue une condition suffisante de primalité, repose sur les propriétés suivantes de la suite de Fibonacci :

1- La propriété de Lucas : les diviseurs de u_{m+n} et u_m sont identiques à ceux de u_m et u_n.

2- La propriété de Genocchi : si d désigne le pgcd de m et n, u_d est le pgcd de u_m et u_n ; en particulier, si m et n sont premiers entre eux, il en est de même de u_m et u_n.

3- Le terme u_{pq} est divisible par u_p et par u_q, donc par leur produit si p et q sont premiers entre eux.

Lucas semble avoir eu quelques difficultés à établir la démonstration de la propriété de Genocchi : celle qui figure dans les *Recherches sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise* nous paraît pour le moins heuristique. Elle s'est consolidée dans l'*American Journal* grâce à la théorie algébrique des fonctions numériques simplement périodiques.[36]

Les fonctions numériques simplement périodiques

---

[34] A propos de la *loi d'apparition* des nombres premiers, Lucas précise en effet [Lucas 1876b, p.1304] que, si δ^2 désigne le discriminant de l'équation caractéristique associée à la suite récurrente, *"cette loi a été donnée par Fermat, lorsque δ est rationnel, et par Lagrange, lorsque δ est irrationnel"*.
Le lemme VII de Lagrange [Lagrange 1775, p. 782] :*"Si le nombre premier p ne peut jamais être diviseur d'un nombre de la forme* $t^2 - au^2$*, je dis qu'il sera nécessairement un diviseur d'un nombre de la forme* $\frac{(t+u\sqrt{a})^{p+1} - (t-u\sqrt{a})^{p+1}}{2t\sqrt{a}}$ *et même d'un facteur quelconque de cette formule"* contient en effet la proposition de Lucas. Il suffit en effet de prendre u = 1 et de considérer que $a = \delta^2$ est le discriminant de l'équation caractéristique.

[35] Cf. [Lucas 1878a, p.302] Ce critère est énoncé de manière très voisine dans [Lucas 1877c, p.153]. Dans [Lucas 1876b, p.1304], [Lucas 1876d, p.66] et [Lucas 1877a, p.440], on trouve le résultat suivant : *"si* $u_{p\pm1}$ *est divisible par p sans qu'aucun des termes dont le rang est un diviseur de* $p\pm1$ *le soit, le nombre p est premier"*.

[36] Cf. [Lucas 1877c, p.140] et [Lucas 1878a, p. 200- 206].

A la suite $u_n = \frac{a^n - b^n}{a - b}$ (de premiers termes 0 et 1) est associée la suite $v_n = a^n + b^n$ (de premiers termes 2 et 1), dans lesquelles a et b désignent les racines de l'équation $r^2 - r - 1 = 0$. Ces suites obéissent toutes deux à la loi de récurrence de Fibonacci : un terme de rang n est la somme des deux termes de rang précédent.
Ces fonctions u_n et v_n, faisant intervenir les racines a et b d'une équation algébrique du second degré, apparaissent chez Joseph Lagrange dans la résolution d'un problème de Fermat : *"étant donné un nombre entier quelconque non carré, trouver un nombre entier carré tel que le produit de ces deux nombres augmenté d'une unité soit un nombre carré."*[37]
Ces fonctions symétriques des racines d'une équation algébrique du second degré présentent des analogies avec les fonctions circulaires et hyperboliques (le nom de fonctions "simplement périodiques" que leur donne Lucas reflète cette analogie[38]).

La relation $2u_{m+n} = u_m v_n + u_n v_m$ peut être établie de manière élémentaire, et la propriété de Lucas en résulte, malgré une erreur de son auteur (Robert Carmichael est intervenu pour rectifier la démonstration[39]). Pour établir la propriété de Genocchi, le résultat de Lucas est nécessaire ainsi qu'une récurrence "descendante" usuelle dans la recherche du pgcd. La troisième propriété est une simple conséquence de celle de Genocchi.
La démonstration du critère de primalité énoncé ci-dessus utilise les propriétés précédentes suivies d'un raisonnement par l'absurde ; elle figure dans la communication faite au Congrès de l'AFAS de 1876 et dans l'*American Journal.* [40]

Il faut remarquer que le test qui résulte de ce critère n'est vraiment efficace que si les diviseurs de p+1 ou de p-1 sont accessibles, ce qui est le cas en particulier des nombres de Mersenne et de Fermat.
Pour mettre en oeuvre ce critère de manière rapide, Lucas utilise deux propriétés élémentaires des suites précédentes : (1) $u_{2n} = u_n . v_n$ et (2) $v_{2n} = v_n^2 - 2(-1)^n$.
On y voit apparaître le doublement des indices de chacune des suites, ce qui rend particulièrement aisé le calcul de proche en proche de leurs termes de rang pair (la deuxième relation utilise le fait que ab=-1) et qui constitue le fondement de la rapidité de la méthode.

Les nombres de Mersenne

Le nombre de Mersenne 2^n-1 ne peut être premier si n n'est pas premier, mais la primalité de n ne suffit pas à entraîner celle de p. Pour tester la primalité de p = 2^n-1, on peut tenter d'appliquer le critère de Lucas au rang p+1, les diviseurs de p+1 étant en

---

[37]Cf. [Lagrange 1766-1769, p. 693-695].
[38]Lucas envisage "une étude plus complète des fonctions symétriques des racines d'une équation algébrique de degré quelconque, à coefficients commensurables, dans leurs rapports avec les théories des fonctions elliptiques, abéliennes, des résidus potentiels, de l'analyse indéterminée des degrés supérieurs." *Notice sur les titres et travaux de M. Ed. Lucas*, Archives de l'Académie des sciences, Dossier personnel Édouard Lucas. (Cette étude ne nous est pas parvenue).
[39]Lucas utilise la propriété suivante : u_n et v_n sont premiers entre eux [1878a, p.200], malheureusement fausse pour tous les termes dont le rang est un multiple de 3 ($u_3 = 2$ et $v_3 = 4$ par exemple). Le raisonnement rectifié est dans [Carmichael 1913].
[40]Cf. [Lucas 1876d, p. 66] et [Lucas 1878a, p. 302].

évidence. Les conditions de primalité de p s'expriment alors dans l'anneau Z_p des entiers modulo p par les conditions portant sur la première suite : $u_{2^n} = 0$ et $u_{2^k} \neq 0$ pour tout entier $k \leq n-1$. En utilisant les propriétés (1) et (2) précédentes, ces conditions se transmettent à la deuxième suite : $v_{2^{n-1}} = 0$ et $v_{2^k} \neq 0$ pour tout entier $k \leq n-2$. En considérant enfin la suite $w_k = v_{2^k}$, de premier terme $w_1 = v_2 = 3$, dont les termes s'obtiennent de proche en proche (grâce à (2)) par $w_k = w_{k-1}^2 - 2$, on arrive à la formulation :

“Pour tester la primalité de $p = 2^n - 1$, on forme la suite de nombres $w_1 = 3$, $w_2 = 7$, $w_3 = 47$, $w_4 = 2207, \ldots, w_k = w_{k-1}^2 - 2, \ldots$ Si le premier des termes divisibles par p est de rang égal à n-1, le nombre p est premier.”[41]

Un commentaire de l'auteur présente cette méthode comme étant la seule *“directe et pratique connue actuellement”* pour la vérification des grands nombres premiers. Les différentes opérations sont indépendantes de la construction préalable d'une table de nombres premiers, souvent entachée d'erreurs, et par conséquent la méthode se trouve *“affranchie de l'incertitude de ces calculs numériques.”*[42] La puissance et la rapidité du test reposent sur la possibilité de doublement de l'indice : il suffit ainsi de vérifier les propriétés des nombres w_k aux rangs $k \leq n-1$, pour étudier le nombre $p = 2^n - 1$.

Lucas donne quelques exemples d'application de son test en étudiant la primalité de $2^{4q+3}-1$, de $2^{4q+1}-1$, de $2^{19}-1$, de $2^{31}-1$[43].
A propos du nombre $2^{127}-1$, il précise[44]: *“J'ai ainsi vérifié, mais une seule fois, je l'avoue, que le nombre A= $2^{127}-1$ est premier [...] J'ai employé pour ce dernier nombre le système de la numération binaire, en opérant sur un échiquier de 127 cases de côté [...] Ce procédé a été employé , en partie du moins, par les mathématiciens arabes.”*
Une lettre de Lucas à l'Académie des sciences[45] contient quelques précisions concernant la méthode utilisée pour étudier le nombre $A = 2^{127}-1$:
"Pour faire cette vérification, qui comporterait le calcul des carrés de 127 nombres ayant 39 chiffres au plus, puisqu'il suffit de conserver les résidus par rapport au module A, j'ai employé le système binaire de numération qui permet d'arriver assez rapidement au résultat. Sur un échiquier de 127 cases de côté et divisé en deux parties

[41]Ce critère est formulé dans [1877f, p.162] et [1878a, p. 310].
[42]La comparaison est faite avec la méthode d'Euler dans [Lucas 1878a, p. 303-304] : *“Cette méthode de vérification des grands nombres premiers, qui repose sur le principe que nous venons de démontrer, est la seule méthode directe et pratique, connue actuellement, pour résoudre le problème en question ; elle est opposée, pour ainsi dire, à la méthode de vérification d'Euler [...] Dans celle-ci, on divise le nombre soupçonné premier, par des nombres inférieurs à sa racine carrée [...] ; le dividende est constant, et le diviseur variable. C'est l'insuccès de ces divisions dont le nombre est considérable [...] qui conduit à affirmer que le nombre essayé est premier. Dans notre méthode, au contraire, on divise, par le nombre soupçonné premier, des nombres d'un calcul facile [...] ; ici le dividende est variable et le diviseur constant [...] ; en outre, le nombre des opérations est peu considérable; c'est le succès de l'opération qui conduit à affirmer que le nombre essayé est premier”*. Un commentaire analogue figure dans [Lucas 1877c, p. 157].
[43]Pour $2^{4q+3}-1$ voir par exemple [1878a, p. 305] ; pour $2^{4q+1}-1$ [1878a, p. 316] ; pour $2^{19}-1$ [1877a, p. 441-442] ; pour $2^{31}-1$ [1876d, p. 66-67], [1877c, p. 158] et [1878a, p. 306-308].
[44]Cf. [Lucas 1877c, p. 152-158].
[45]*Archives de l'Académie des sciences*, pochette de séance du 10 janvier 1876.

par une diagonale, on dispose sur la première ligne 0-126 des pions représentant le nombre que l'on veut élever au carré et supposé écrit dans le système binaire."
Le principe d'une multiplication (modulo 127) dans le système binaire est alors exposé et Lucas conclut :
"Il serait d'ailleurs facile de remplacer cette opération par un mécanisme assez simple."
Cette question sera explicitée dans l'étude de la machine arithmétique de Lucas (voir chapitre 12).

Les nombres de Fermat

Ce sont les nombres $a_n = 2^{2^n} + 1$. Fermat avait conjecturé leur primalité pour tous les indices n, ce qui est faux : Euler montre en 1732 le caractère composé de a_5 en trouvant le facteur 641.
"Pour savoir si le nombre $a_6 = 2^{64}+1$ *est premier ou composé, l'application de toutes les méthodes connues jusqu'à présent [...] nécessiterait trois mille ans de travail assidu. Par le procédé suivant, il suffit de former successivement les carrés de soixante nombres ayant vingt chiffres au plus; ce calcul peut être effectué en trente heures [...] Je fais effectuer en ce moment les calculs concernant* a_6 *et* a_7.*"*[46]

Le procédé de Lucas est appliqué ici au rang p-1, en posant p = $2^{2^n} + 1$. Il consiste à utiliser des suites de Pell, $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$, ce qui ne change pas fondamentalement la méthode précédente. Elles ont pour équation caractéristique $r^2 - 2r - 1 = 0$. Si a et b désigne les racines de cette équation, Lucas considère ici $u_n = \frac{a^n - b^n}{a - b}$, $v_n = \frac{1}{2}(a^n + b^n)$, $w_n = v_{2^n}$. Les suites u_n, v_n et w_n ont des propriétés analogues à ce qui a été vu plus haut, les calculs s'effectuant dans le corps quadratique $\mathbf{Q}[\sqrt{2}]$; en particulier on a les relations $u_{2n} = 2u_n.v_n$; $v_{2n} = 2v_n^2 - (-1)^n$ et $w_n = 2w_{n-1}^2 - 1$ (le premier terme étant ici w_1=3), ce qui permet l'énoncé suivant :
"Soit le nombre $a_n = 2^{2^n} + 1$ *; on forme la série des* $2^n - 1$ *nombres 3, 17, 577, 665857, 886731088897,..., tels que chacun d'eux est égal au double du carré du précédent diminué de l'unité ; le nombre* a_n *est premier , lorsque le premier terme divisible par* a_n *occupe le rang* $2^n - 1$ *; il est composé, si aucun des termes de la série n'est divisible par* a_n.*"* [47]

Quelques commentaires

Dans le rapport sur la thèse d'arithmétique de Lucas, Charles Hermite constate que les procédures proposées sont d'une utilisation aisée pour certaines catégories de nombres N seulement (ceux pour lesquels les diviseurs de N ± 1 sont d'un accès facile). Le succès de leur application aux nombres de Mersenne et Fermat en particulier en découle, mais leur généralisation est malaisée.

---

[46]Cf. [Lucas 1877b, p.137-8]. Les artisans de ces calculs pourraient bien être les élèves du lycée de Moulins ! Le nom de l'un d'entre eux est cité dans [Lucas 1877c, p.158-9].
[47]Cf. [Lucas 1877b, p.138]. Signalons qu'une erreur de calcul fait écrire à Lucas 2^{n-1} au lieu de $2^n - 1$; la méthode est donc moins rapide qu'il ne l'affirme. L'étude des premiers nombres de Fermat par la méthode de Lucas demande de nos jours quelques heures de travail avec le secours d'une calculette élémentaire non programmable.

Une autre critique est faite dès la publication des résultats d'Édouard Lucas par ses contemporains : ses méthodes constituent des conditions suffisantes de primalité des nombres auxquels on les applique. Les tests qui en résultent peuvent faire apparaître des cas d'incertitude (en langage moderne, on peut parler à ce propos d'algorithmes semi-décidables ; ainsi le procédé préconisé conduit au cas d'incertitude pour l'étude de a_3 et a_4). Leur transformation en conditions nécessaires et suffisantes est posée par Théophile Pépin[48] qui énonce le *critérium* suivant :

"*La condition nécessaire et suffisante pour que le nombre* $a_n = 2^{2^n} + 1$ *soit premier, quand n est > 1, est que le nombre* $5^{\frac{1}{2}(a_n - 1)} + 1$ *soit divisible par* a_n.*"*

On forme donc la suite des nombres $5^2, 5^4, 5^8, \ldots, 5^{2^{2^n-1}}$ composée de $2^n - 1$ termes dont chacun est le carré du précédent mais "on aura soin de réduire chaque terme à son résidu minimum suivant le module a_n" (le calcul est effectué dans Z_{a_n}). Le nombre a_n est premier ou composé selon que le reste du dernier terme se réduit ou non au nombre $a_n - 1$. Le choix du nombre 5 est justifié par le fait que 5 n'est pas résidu quadratique de a_n ; il peut tout aussi bien être remplacé par 10.[49]
Les suites de Pépin demeurent cependant peu adaptées au calcul rapide et difficiles à construire pour d'autres nombres que ceux de Fermat. Lucas peut écrire en 1877 au Congrès de l'AFAS que "*si la voie indiquée par le P. Pépin conduit à une forme plus claire et plus précise, donnant, comme le théorème de Wilson, la condition nécessaire et suffisante pour que le nombre* a_n *soit premier, il paraît cependant préférable de s'en tenir, dans l'application, à la forme ambiguë et indécise que nous avons laissée."* [50]

La postérité d'Édouard Lucas

Le troisième volume de l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* de Bachmann, dans sa version allemande de 1900 (*Niedere Zahlentheorie*) aussi bien que dans sa traduction française de 1906, accorde une place aux travaux d'Édouard Lucas. Dans le monumental ouvrage de Leonard-Eugene Dickson *History of the Theory of Numbers* publié à partir de 1919, Lucas apparaît pour ses travaux concernant la primalité des nombres de Mersenne et pour avoir établi la "vraie réciproque" du petit théorème de Fermat. Dickson n'omet pas de mentionner (vol I, p.22) que l'arithméticien affirme avoir conçu "*le plan d'un mécanisme qui permet de décider presque instantanément si les assertions de Mersenne et Plana concernant la primalité de* $2^n - 1$ *pour certaines grandes valeurs de n sont exactes".* Près d'un chapitre du premier volume de l'ouvrage est consacré aux résultats de Lucas concernant les suites de Léonard de Pise, de Pell, et aux tests de primalité qui en découlent.

---

[48] "*Les Comptes Rendus du 16 juillet dernier renferment une méthode ingénieuse pour reconnaître si le nombre* $a_n = 2^{2^n} + 1$ *est premier ou composé. Il est un cas cependant où l'emploi de cette méthode laisserait la question indécise [...] Néanmoins cette question peut être résolue sans incertitude par une méthode analogue à celle de M. Lucas."* Cf. [Pépin 1877, p. 329].

[49] Cf. [Pépin 1877, p. 329-330]. Outre le théorème de Fermat et le calcul par congruences, Pépin utilise la loi de réciprocité de Legendre-Jacobi. Il poursuit ses recherches en fournissant en 1878 une condition nécessaire et suffisante de primalité des nombres de Mersenne $2^n - 1$. Sa méthode s'inspire de celle de Lucas en ce qu'elle repose sur la construction d'une suite récurrente du type $w_{k+1} = w_k^2 - 2$, mais dont le premier terme est fonction de l'entier n. Dans le *critérium* de Pépin, la détermination de ce premier terme n'est pas parfaitement explicitée. Cf. [Pépin 1878].

[50] Cf. [Lucas 1877f, p. 165].

La filiation française de Lucas semble de bien faible ampleur. Nous avons mentionné Théophile Pépin, contemporain d'Édouard Lucas, qui approfondit sa démarche. Auguste Aubry, en 1913, effectue une longue synthèse des procédés de factorisation dus à Genocchi, Lucas et leurs successeurs ; Auguste Pellet en 1916 et Léon Pomey en 1920 publient de courtes notes sur des thèmes proches. L'héritier le plus actif de Lucas semble être en France l'arithméticien André Gérardin, membre actif de l'AFAS à partir de 1909. On lui doit de nombreuses publications, en particulier dans la revue *Sphinx-Oedipe* qu'il rédige et édite. Il intervient en 1913 au cinquième congrès international de mathématiques sur les nouvelles machines algébriques et conçoit le plan d'une machine à congruences pour décomposer les nombres en leurs facteurs premiers, selon une idée proche de celle de Maurice Kraïtchik. Cette machine est réalisée en 1920 par les frères Carissan ; redécouverte récemment, elle utilise des méthodes de criblage[51].

Par comparaison il faut souligner que Lucas est à l'origine d'une filiation anglo-américaine conséquente. L'importance du mémoire qu'il publie en 1878 dans l'*American Journal* contribue certainement à la pénétration de cette influence. Allan Cunningham réagit dès 1894 à la publication des premiers tests concernant les nombres de Mersenne. Dans son long mémoire de 1913, Robert Daniel Carmichael généralise plusieurs théorèmes de Lucas et rectifie certaines de ses erreurs (par exemple dans la démonstration du résultat de Genocchi). Carmichael obtient des conditions nécessaires et suffisantes de primalité d'un nombre en utilisant le polynôme cyclotomique qui lui est associé, et ses résultats généralisent ceux de Pépin[52]. Alfred Edward Western revient en 1932 sur les résultats énoncés par Lucas ou Pépin, dont il juge les démonstrations incomplètes, et joint la liste des nombres de Mersenne examinés grâce à leurs tests.

L'héritier principal de Lucas demeure Derrick Henry Lehmer qui, entre 1927 et 1932, parachève son oeuvre en perfectionnant ses tests de primalité relatifs aux nombres de Mersenne, au point que les découvertes actuelles de très grands nombres premiers, utiles par exemple en cryptographie, sont toujours effectuées grâce au test dit de "Lucas-Lehmer".[53] En 1930 il formule quelques remarques sur la qualité de ses démonstrations et s'efforce de lever "la forme ambiguë et indécise" de certains théorèmes[54] (il faut noter que bien des écrits de Lucas, à l'exception de l'article de

---

[51]Cf. [Kraïtchik 1922, p. 43] et Morain F., Shallit J.O., Williams H.C., "Discovery of a lost factoring machine", *The Mathematical Intelligence* , **17**, (3), Springer Verlag New York, 1995, p. 41-47; "La machine à congruences", *La Revue des Arts et Métiers*, **14**, mars 1996, p. 14-19.

[52]Mais il doit avouer : "*In general the above theorems are not convenient in practice for the verification that a given number p is prime unless p is of special form"*. L'application des tests de Carmichael, est facile pour les nombres de Fermat, moins aisée pour ceux de Mersenne. Donnant sur ce point raison à Lucas, Lehmer fait remarquer que, d'un point de vue pratique, ce dernier type de résultat demeure en général inapplicable car il dépend d'un couple de nombres auxiliaires, pour la détermination duquel aucune méthode n'est fournie. Cf. [Carmichael 1913, p.66].

[53] Voir : Henri Cohen "Les nombres premiers", *La Recherche*, août 1995, p.760-765 ; "Le dernier des premiers", *La Recherche*, octobre 1996, p. 16.

[54]*"Perhaps the most remarquable results of Lucas are included in a set of theorems concerning the prime or composite character of integers of certain forms. His conditions for primality are sufficient but not necessary"* Cf.Lehmer ,"Tests for primality", dans [Lehmer 1930, section 5], repris dans [Lehmer 1981, **1**, p.34].

"A great deal of confusion exists in Lucas's writings about the exact enunciation and actual proofs of the tests for primality. Neverless, it is evident that Lucas was in possession of the facts needed to prove the sufficiency of this tests. The confusion arose from the fact that he was unable or unwilling to consider the necessity also". Cf. [Lehmer 1935], repris dans [Lehmer 1981, **1**, p.86].

l'*American Journal* et du traité de *Théorie des nombres*, ne contiennent aucune démonstration des propriétés annoncées).

La réciproque du théorème de Fermat reçoit tout d'abord une simplification sensible en 1927 lorsque D.H.Lehmer établit le résultat suivant : a et n étant premiers entre eux,

"Si $a^{n-1} \equiv 1$ *(mod.*n*)* *et si* $a^{\frac{n-1}{d}} \neq 1$ *(mod.* n*), pour tout diviseur premier* d *de* n-1*, alors* n *est premier".*[55]

L'application de ce résultat peut demander beaucoup moins de vérifications que celui de Lucas. Ainsi le nombre de Fermat $2^{2^4}+1 = 65537$ peut être déclaré premier en deux étapes seulement.

Après les travaux de Lucas et Pépin, la nécessité de démonstrations rigoureuses s'impose et Lehmer contribue à la clarification de leurs critères en 1930. Son théorème met en jeu une suite, dont le terme général est $u_n = \frac{a^n - b^n}{a - b}$ (a et b désignent les racines distinctes d'une équation du second degré à coefficients entiers et premiers entre eux) : Étant donné un entier N , les nombres q_i désignent les facteurs premiers de $N \pm 1$, et l'on pose $m_i = \frac{N \pm 1}{q_i}$. Si $u_{N\pm 1} \equiv 0$ (mod. N) et si $u_{m_i} \neq 0$ (mod. N) pour tous les nombres m_i, alors le nombre N est premier.[56]

Le nombre de vérifications à effectuer peut être ici beaucoup moins élevé que par le critère de Lucas. Néanmoins le résultat général demeure une condition suffisante de primalité. Pour les nombres de Mersenne cependant, Lehmer élabore un critère nécessaire et suffisant de primalité. Poursuivant la réflexion de Pépin, il s'intéresse à la détermination du premier terme des suites récurrentes (du type $s_{k+1} = s_k^2 - 2$) qui peuvent conduire à un critère de cette nature. Lehmer montre que le problème admet une infinité de réponses et une méthode de construction de ce premier élément est détaillée : il peut être 4, ou 10, ou 52 (déjà proposé par Pépin[57]), ou 724...L'auteur parvient à l'énoncé suivant[58]:

"*Le nombre* $N = 2^n - 1$ *, où* n *est un nombre premier impair, est premier si et seulement si* N *divise le (n-1)ème terme de la série :*

$s_1 = 4$, $s_2 = 14$, $s_3 = 194$, ..., s_k, ... *où* $s_k = s_{k-1}^2 - 2$*."*

Lehmer publie les preuves complètes de ses résultats qui étonnent par la simplicité des méthodes utilisées. Leur démonstration est faite également par Western en 1932 grâce à la théorie des nombres algébriques[59].

Sur l'exemple décisif des tests de primalité, l'influence de Lucas apparaît beaucoup plus faible en France qu'à l'étranger, principalement aux États-Unis. Elle amène à s'interroger sur les fondements de ce développement inégal, ainsi que sur le rôle des applications dans le milieu savant français de la fin du XIXe siècle. On peut remarquer que des études récentes concernant la primalité et la décomposition des nombres utilisent la théorie des fonctions elliptiques, et les méthodes de Lucas ou Pépin n'y sont pas étrangères[60]. Pour sa part, la décomposition des polynômes cyclotomiques dans un

---

[55]Cf. [Lehmer 1927], reproduit dans [Lehmer 1981, vol **1**, p.70].

[56]Cf. [Lehmer 1930], reproduit dans [Lehmer 1981, **1**, p. 34-37].

[57]Cf. [Pépin 1878, p. 309-310]. Pépin propose, pour tester le nombre $q = 2^7 - 1$, de choisir une suite de premier terme 52.

[58]Cf. [Lehmer 1935], reproduit dans [Lehmer 1981, **1**, p. 86].

[59]Une synthèse des résultats de ces auteurs est effectuée dans [Hardy et Wright, 1938].

[60]Cf. [Koblitz 1987].

corps fini a trouvé d'importantes applications dans l'établissement de codes correcteurs[61].

[61]Cf. [Demazure 1997].

9-Calcul symbolique et nombres de Bernoulli et d'Euler

Le calcul symbolique

Dès 1871, le *Bulletin* de Darboux et Houël signale la note de Lucas[1] sur les sommes des puissances semblables des n premiers nombres entiers, en la qualifiant de *"note intéressante par la nature des procédés de démonstration"* [2].

"L'emploi du calcul symbolique permet de simplifier considérablement la théorie de ces nombres, et de généraliser les formules qui les renferment." [3]
Dans l'introduction au chapitre XIII de la *Théorie des nombres* , on trouve les précisions suivantes :
"On doit considérer le calcul symbolique comme une méthode rapide pour l'écriture des formules dans une suite de déductions théoriques[...] C'est donc, en quelque sorte, pour le développement des nouvelles théories, une sténographie des formules de l'arithmétique et de l'algèbre. Cette méthode est déjà ancienne ; on la trouve comme procédé mnémonique dans les écrits de Leibniz, pour les dérivées successives d'un produit de deux ou plusieurs facteurs ; on la retrouve dans la série de Taylor étendue au cas de plusieurs variables [...] Développée plus tard par Laplace, par Vandermonde et par Herschel, elle a été considérablement augmentée par les travaux de Cayley et de Sylvester, dans la théorie des formes. Dans un ouvrage intitulé Calculus of Operations, *Carmichael a exposé les méthodes générales de ce calcul rapide ; ses développements se rapportent surtout à l'emploi des symboles d'opération, comme ceux du calcul des sommes et des différences* Σ *et* Δ *, et ceux du Calcul différentiel et du Calcul intégral. Mais la méthode symbolique, que nous employons ici, diffère des précédentes sous ce rapport, que les symboles que nous considérons désignent des quantités et non des opérations ; nous nous rapprochons ainsi pour une partie de la notation employée par Cayley pour les polynômes entiers (quantics). L'application de cette méthode nous a permis de simplifier, d'une manière très notable, les raisonnements et les résultats sur le calcul des sommes et des différences, sur les nombres de Bernoulli et d'Euler, sur la théorie des séries récurrentes et, par suite, sur la théorie générale des fonctions. Par notre méthode, les développements prennent une forme plus concise, plus condensée, qui conduit à des généralisations successives et indéfinies des propriétés qui concernent les nombres, et des formules qui les renferment."* [4]

La référence aux "quantics" d'Arthur Cayley peut surprendre lorsque l'on sait que ce dernier ne publie pas moins de six mémoires, d'une complexité croissante, sur le sujet entre 1854 et 1859[5].

---

[1]Cf. [Lucas 1870].

[2]*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques* , vol. 2, 1871, p. 76.

[3]Cf. [Lucas 1877d, p. 56].

[4]Cf. [Lucas 1891a, p. 205-206]. La bibliographie présente dans [Stephens 1925] fait en particulier référence à l'ouvrage de Robert Carmichael, *Treatise on the Calculus of Operations*, London, 1855, et aux articles de J.J. Sylvester et Arthur Cayley.

[5]Arthur Cayley publie dans les *Philosophical transactions of the Royal Society of London* : [An introductory Memoir upon Quantics, 1854, vol. **144**, p. 244-258], [A second Memoir on Quantics, 1856, vol. **146**, p. 101-126], [A third Memoir on quantics, ibid. p. 627-647], [A fourth Memoir on Quantics,

"The term Quantics is used to denote the entire subject of rational and integral functions, and of the equations and loci to wich these give rise ; the word "quantic" is an adjective, meaning of such a degree, but may be used substantively, the noun understood being [...] function."[6]
Pour Cayley un quantic est un polynôme formel d'une ou de plusieurs variables (forme quadratique ou déterminant par exemple) que l'on peut supposer homogène. Il s'agit alors de rechercher les classes d'opérateurs (non nécessairement linéaires) qui laissent invariant un quantic donné, ou une famille de quantics, ou de fonctions qui s'en déduisent. Un ensemble symbolique étant fixé (les quantics), l'objectif de Cayley est de construire des opérations sur ces symboles possédant certaines propriétés d'invariance[7].

L'objectif de Lucas est plus modeste : il traite les familles de nombres (de Bernoulli, d'Euler et d'autres) comme des symboles sur lesquels il s'agit de construire des opérations faisant apparaître des invariants : les "équations" symboliques reliant ces nombres en sont un exemple. L'originalité de Lucas est d'élaborer une méthode qui, par le biais du calcul symbolique, permet d'engendrer ces relations de manière "illimitée". Des résultats épars concernant les nombres de Bernoulli et d'Euler se trouvent de cette manière rassemblés et de nouveaux sont établis.
A l'inverse le calcul symbolique usuel, depuis Laplace jusqu'à certains anglais de Cambridge, traite des opérations (surtout la dérivation, l'intégration, la différence) comme s'il s'agissait des nombres. Les méthodes de Lucas, après celles de Cayley, sont en quelque sorte duales des méthodes symboliques traditionnelles.

Elles sont suffisamment puissantes pour inspirer à Eduard Albert Radicke[8] de nouvelles études sur les nombres d'Euler. Ernesto Cesàro en fait à son tour usage et l'application de certains de ses résultats à la théorie des nombres (étude de la partition des nombres, nombres premiers) et à l'astronomie est annoncée[9]. Nous examinerons l'utilisation prudente que fait Cesàro des séries divergentes en 1886.
Le calcul symbolique inspire enfin à Lucas une très belle démonstration du théorème de Staudt et de Clausen.

Quelques relations obtenues par le calcul symbolique

1-Sur la sommation des puissances semblables des nombres naturels $S_n(x) = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + (x-1)^n$ [10]

1858, vol. **148**, p. 415-427], [A fith Memoir on Quantics, ibid. p. 429-460], [A sixth Memoir on Quantics, 1859, vol. **149**, p. 61-90]. Ces mémoires sont rassemblés dans *The Collected Mathematical Papers* (volume **2**), cf. [Cayley 1889, p. 221-234, 250-275, 310-335, 513-526, 527-557, 561-592].

[6]Cf. [Cayley 1889, p.221].

[7]J.-J. Sylvester s'intéresse également aux quantics en 1879 dans les articles suivants : "On the complete system of the "Grundformen" of the Binary Quantic of the Ninth Order", *American Journal of Mathematics pure and applied* , **2** (1879), p. 98-99 ; et "Tables of the generating Functions and Groundforms for the Binary Quantics of the first Ten Orders", *ibid.* p. 223-251.

[8]E. A. Radicke, né en 1845 à Königsberg, est professeur au lycée de Bromberg depuis 1873. Il est l'auteur et d'un article sur les nombres d'Euler et d'un article sur le théorème de Staudt, cf. [Radicke 1880a et 1880b].

[9]Cf. [Cesàro 1886b, p. 320].

[10]Cette notation n'est pas celle d'autres auteurs (Lacroix, Hermite, Catalan, Cesàro) qui préfèrent la notation traditionnelle $S_n(x) = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + (x-1)^n + x^n$, ce qui modifie en particulier l'indexation des nombres de Bernoulli.

f(x) désigne un polynôme en x et l'on suppose que
$\Delta f(x) = f(x+1) - f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_n$
En remplaçant successivement la variable par 1, 2, 3,..., (x-1) et ajoutant les égalités on obtient

$$f(x) - f(1) = a_0 S_n(x) + a_1 S_{n-1}(x) + \ldots + a_n S_0(x)$$

ou encore par une notation symbolique $f(x) - f(1) = \Delta f(S)$

Dans l'écriture symbolique, le passage d'un polynôme en x à un polynôme en S s'effectue en remplaçant les puissances de la variable x par les nombres S affectés des indices correspondants. Ainsi pour passer de l'écriture du polynôme $\Delta f(x)$ à celle du polynôme symbolique $\Delta f(S)$, x^k est remplacé par S_k, et x^0 par S_0.
En prenant le polynôme $f(x) = (x-1)^n$, puis $f(x) = x^n$, Lucas obtient les relations symboliques

$$(1) \quad (x-1)^n = S^n - (S-1)^n \qquad (2) \quad x^n - 1 = (S+1)^n - S^n$$

qui permettent le calcul des sommes S par récurrence.
Les développements binomiaux s'effectuent de manière usuelle, les puissances de S étant remplacées par les indices correspondants selon la règle rappelée ci-dessus. Ainsi par exemple $(S+1)^n = C_n^0 S_n + C_n^1 S_{n-1} + C_n^2 S_{n-2} + \ldots + C_n^n S_0$

$$(S+1)^n - S^n = C_n^1 S_{n-1} + C_n^2 S_{n-2} + \ldots + C_n^n S_0$$

En écrivant l'équation (2) pour les valeurs successives n,..., 2, 1 de l'indice, on obtient un système d'équations linéaires pour déterminer les nombres S_k :
$x^n - 1 = C_n^1 S_{n-1} + C_n^2 S_{n-2} + \ldots + C_n^n S_0$; ... ; $x^2 - 1 = 2S_1 + S_0$; $x - 1 = S_0$
Le calcul de S_n sous la forme d'un déterminant s'en déduit et fait apparaître certaines propriétés de S_n (polynôme de degré (n+1) en x, divisible par x(x-1) par exemple pour n>0).

La relation (3) obtenue en effectuant la somme des précédentes :

$$(3) \qquad x^n + (x-1)^n - 1 = (S+1)^n - (S-1)^n$$

permet le calcul de deux en deux des nombres S_n. On peut ainsi obtenir S_{2n} et S_{2n+1} sous la forme de déterminants. Quelques propriétés s'en déduisent également : S_{2n} est divisible par S_2, S_{2n+1} par S_3, et $\dfrac{dS_{2n+1}}{dx} = (2n+1)S_{2n}$.
Avec $f(x)=(x-\frac{1}{2})^n$, et f(x)=x(x+1)(x+2)...(x+n-1) on obtient de même les relations :
$(2S+1)^n - (2S-1)^n = (2x-1)^n - 1$
x(x+1)(x+2)...(x+n-1) - n! = n(S+1)(S+2)...(S+n-1) etc.

Nielsen souligne dans la préface de son ouvrage de 1923 que Lucas a obtenu par le calcul symbolique et publié trois ans avant Lampe un développement du produit de deux sommes de puissances $S_m(x)S_n(x)$ en fonction linéaire des sommes S_k [11].

---

[11]Cf. [Lucas 1875b, p. 492] et [Lucas 1877d, p. 65]. Lucas retrouve en particulier $S_1^2 = S_3$, $S_2^2 = \frac{2}{3}S_5 + \frac{1}{3}S_3$, $S_3^2 = \frac{1}{2}S_7 + \frac{1}{2}S_5$, ... (la dernière égalité étant due à Jacobi).
Nielsen émet pourtant une réserve: *"Ma théorie élémentaire des nombres de Bernoulli utilise les polynômes symétriques, ou l'équation fonctionnelle f(-x-1) = (-1)^n f(x), où f(x) est un polynôme du n^e degré. Cette méthode est beaucoup plus fondamentale que la méthode symbolique de Lucas, parce qu'un polynôme symétrique donne immédiatement des résultats concernant tous les nombres B_n, E_n, T_n."* Cf. [Nielsen 1923, p. IX].

2- Sur les nombres de Bernoulli

En 1886, Cesàro constate que trois définitions différentes des nombres de Bernoulli ont déjà été proposées (par Lacroix, Serret et Lucas) *"présentant toutes quelque défaut au point de vue de certaines exigences du calcul symbolique."* [12]

Le *Traité des différences et des séries* de Lacroix donne une définition des nombres de Bernoulli à partir de l'opérateur Σ appliqué à la fonction x^m, et certaines propriétés de ces nombres[13]. Lucas écrit synthétiquement ces relations et en construit de nouvelles grâce au calcul symbolique.
S_{n-1} est un polynôme de degré n en x. Les nombres de Bernoulli sont définis par l'égalité symbolique

$$(3) \qquad nS_{n-1}(x) = (x+B)^n - B^n,$$

dans laquelle "on remplace les exposants de B par des indices" (par convention $B_0=1$). Les nombres de Bernoulli dépendent donc de la définition de S_{n-1}, qui chez Lucas est $S_{n-1}(x) = 1^{n-1} + 2^{n-1} + ... + (x-1)^{n-1}$.

Lorsque x est remplacé par (x+1) le premier membre de l'égalité précédente augmente de nx^{n-1}. On doit donc avoir

$$(4) \qquad nx^{n-1} = (x+B+1)^n - (x+B)^n \quad \text{quelle que soit la valeur de x.}$$

Ceci entraîne en particulier si n=1 et x=0 : $(B+1)^1 - B^1 = 1$,
et si n>1 et x=0 : $(B+1)^n - B^n = 0$.
Ces dernières égalités permettent de constater ce *"fait remarquable"* que les nombres B demeurent les mêmes lorsque l'on passe de la somme S_n à la somme S_{n+1} dans les égalités symboliques précédentes, un seul nombre nouveau étant à calculer[14].

Pour x= -1 (4) entraîne $\quad B^n - (B-1)^n = n(-1)^{n-1}$
pour x=+1 $\quad (B+2)^n - (B+1)^n = n$
d'où par addition $\quad (B+1)^n - (B-1)^n = n(-1)^{n-1}$
pour $x = -\frac{1}{2}$ $\quad (2B+1)^n - (2B-1)^n = 2n(-1)^{n-1}$

Le calcul par récurrence, ou sous forme de déterminants, des nombres de Bernoulli s'en déduit, ainsi que les propriétés :

$$n!B_{n-1} \text{ est un nombre entier} \quad \text{et} \quad \frac{dS_n}{dx} = nS_{n-1} + B_n$$

Les premières valeurs des nombres de Bernoulli peuvent alors être calculées[15] :

$$B_0 = 1 \qquad B_1 = -\frac{1}{2} \qquad B_2 = \frac{1}{6} \qquad B_3 = 0 \qquad B_4 = -\frac{1}{30} \qquad B_{2n+1} = 0 \quad ...$$

---

[12] Cf. [Cesàro 1886b, p. 311 note 1].

[13] On peut ainsi lire $\Sigma x^m = \frac{x^{m+1}}{m+1} - \frac{1}{2}x^m + B_1\frac{m}{2}x^{m-1}h - B_3\frac{m(m-1)(m-2)}{2.3.4}x^{m-3}h^3 + ...$; Lacroix établit le lien entre les nombres de Bernoulli et la somme des puissances négatives des nombres naturels, puis effectue le développement de $\frac{1}{2}\cot\frac{a}{2} = \frac{1}{a} - B_1\frac{a}{2} - B_3\frac{a^3}{2.3.4} - ...$ [Lacroix 1800, p. 105-106 et 427].

[14] Cf. [Lucas 1891a, p. 238].

[15] Certains auteurs comme Hermite, Catalan emploient une notation qui diffère par l'indice et écrivent $B_1 = \frac{1}{6}$, $B_2 = 0$, $B_3 = -\frac{1}{30}$, $B_{2n} = 0$, etc.

La formule symbolique la plus nouvelle et la plus efficace donnée par Lucas est la généralisation de (4) au cas d'une fonction f analytique sur **R** :

$$(5) \qquad f(x+B+1) - f(x+B) = f'(x)$$

Il faut noter que la justification de (5) semble bien légère, Lucas se contentant de remarquer que le premier membre de (4) est la dérivée de x^n et qu'en conséquence *"il est facile de le vérifier en développant f(x) suivant les puissances croissantes de x"*.[16]
Grâce au choix d'une fonction f convenable dans la relation (5), les méthodes symboliques permettent d'engendrer de nouvelles relations entre les nombres de Bernoulli d'une manière quasi "illimitée".

L'égalité (5) appliquée en x= 0 à $f(x) = e^{xz}$ permet de retrouver la formule classique $\frac{z}{e^z-1} = e^{Bz}$; le développement en série de e^{Bz} s'effectue de la manière symbolique usuelle, les puissances de B étant remplacées par les indices correspondants, ce qui conduit à :

$$\frac{z}{e^z-1} = 1 + B_1\frac{z}{1!} + B_2\frac{z^2}{2!} + \ldots + B_n\frac{z^n}{n!} + \ldots$$

alors que certains auteurs (Hermite ou Catalan) préfèrent l'écriture

$$\frac{z}{e^z-1} = 1 - \frac{1}{2}\frac{z}{1!} + B_1\frac{z^2}{2!} + \ldots + B_{n-1}\frac{z^n}{n!} + \ldots$$

Grâce à $f(x) = \sin(x-\frac{1}{2})z$, Lucas obtient l'égalité symbolique $\frac{z}{2}\operatorname{cotg}\frac{z}{2} = \cos Bz$, et grâce à $f(x) = \cos(x-\frac{1}{2})z$, l'égalité $-\frac{z}{2} = \sin Bz$, qui peuvent conduire à des développements analogues au précédent.

Nielsen[17] attribue à Lucas la paternité de formules donnant les produits B_iB_j. L'utilisation de fonctions de deux variables f(x,y) et de la relation symbolique (5) appliquée successivement à f, considérée comme fonction de x, puis à $\frac{\delta f(x,y)}{\delta x}$ considérée comme fonction de y, permettent d'établir des relations concernant les produits deux à deux des nombres de Bernoulli. Par exemple avec $f(x,y) = (x+y)^n$, on obtient l'égalité symbolique[18] :
$(B+B'+2)^n - 2(B+B'+1)^n + (B+B')^n = 0$, ce qui permet le calcul de B_iB_j.

Catalan[19] pour sa part considère que la relation la plus remarquable résulte de l'utilisation de la fonction $f(x) = (x+z)(x+z+1)\ldots(x+z+n)$ conduisant à l'égalité symbolique :

$$\frac{B+n+2}{n+1}\cdot\frac{B+n+3}{n+2}\cdots\frac{B+2n}{2n-1} = 2\left[\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{2n}\right]$$

[16] Cf. [Lucas 1877d, p. 62].
[17] Cf. [Nielsen 1923, p. 75-76, p. 307-308].
[18] Cf. [Lucas 1877d, p. 63].
[19] Cf. [Lucas 1876h, note du rédacteur p. 336].

Cette relation fait d'ailleurs l'objet d'un commentaire dans la lettre de Lucas à Catalan du 22 juin 1876 (voir chapitre 13), aboutissant à un remaniement de l'article destiné à la *Nouvelle correspondance mathématique* [Lucas 1876h].
Cette relation pourrait permettre l'étude asymptotique de la fonction symbolique bernoullienne (B), au moyen d'une propriété des intégrales eulériennes, si le premier membre ne conduisait à une série divergente.

3- Sur les nombres d'Euler

Ces nombres sont définis par James-Joseph Sylvester dans une note aux *Comptes Rendus* de 1861[20].
Utilisant des méthodes symboliques analogues aux précédentes, Lucas effectue la somme des puissances alternées des nombres naturels en fonction des nombres $P_n = 2(2^n - 1) B_n$ utilisés par Catalan, la somme des puissances semblables des nombres impairs, la somme des puissances alternées des nombres impairs[21]. Cette dernière conduit en particulier à l' équation symbolique

$$(6) \qquad (E+1)^n + (E-1)^n = 0$$

Des relations entre les nombres d'Euler et de Bernoulli sont établies ; des égalités retrouvées parmi lesquelles :

$$\frac{2}{e^z + e^{-z}} = e^{Ez}, \quad \sin Pz = -z, \quad \cos Pz = -z \operatorname{tg} \frac{z}{2}$$

Les méthodes symboliques conduisent ainsi Lucas à une synthèse d'un grand nombre de résultats initiés par Bernoulli, Euler et Moivre, poursuivis par Genocchi, Catalan, Sylvester, Le Paige, Stern, Radicke.

Les travaux de Cesàro

Dans son ouvrage de *Théorie des Nombres*, Lucas expose ultérieurement les travaux de Genocchi (nombres et théorème de Genocchi) et ceux de Cesàro (formules et "suites de Cesàro" décrites symboliquement par $A^n = (1-A)^n$)[22] :
"Dans le livre 2 se trouvent le calcul symbolique, les nombres de Bernoulli, la démonstration dont je vous parle plus haut,[23] *et quelques-uns de vos théorèmes, sous votre nom"* écrit-il à Cesàro le 4 octobre 1890.

Cesàro hérite de la méthode symbolique qu'il applique à définir de nouveaux nombres ultra-bernoulliens et ultra-eulériens. La partie la plus fructueuse de ses travaux liés au calcul symbolique est une utilisation de formules sommatoires qui conduisent à des développement en séries illimitées. Si en 1883 il se limite aux séries convergentes : *"il est sous-entendu que les nombres [...] doivent être choisis de telle sorte que les séries convergent"*[24] , sa démarche le conduit en 1886 à l'étude des séries divergentes dont nous donnons ci-dessous quelques exemples.

---

[20]Cf. [Sylvester 1861b].
[21]Catalan [1883, p. 2 note 1] considère comme inexacte la formule de Lucas [1877d, p. 78] donnant la valeur de la somme des puissances alternées des nombres impairs. Catalan, puis Cesàro [1886b, p. 312] en fournissent une version rectifiée.
[22]Cf. [Lucas 1891a, p. 251-252, p. 258-260 et p. 434-435].
[23]Il s'agit du théorème de Staudt et Clausen que nous abordons ci-dessous.
[24]Cf. [Cesàro 1883, p. 11].

La contribution de Cesàro à la définition moderne de la somme de séries divergentes est étudiée dans l'article récent de Giovanni Ferraro, où est évoquée la filiation entre ses recherches et les travaux antérieurs de Lucas[25]. L'auteur estime que certaines formules de calcul symbolique ont été "redécouvertes" par Cesàro, après qu'elles aient été données par Édouard Lucas. Les travaux de Cesàro sur le sujet, tels qu'ils apparaissent dans les deux lettres à Catalan de 1882[26], sont en effet très proches de ceux de Lucas, mais ne les mentionnent pas. On se bornera à remarquer que les publications de Lucas sont effectuées entre 1876 et 1877, pour l'essentiel dans la revue *Nouvelle Correspondance Mathématique*, que dirige Catalan, et dans les *Annali di Matematica pura ed applicata*. Cesàro cite Lucas en 1883 et 1886, et rectifie un des ses résultats concernant la valeur de la somme des puissances alternées des nombres impairs[27]. Nous savons par la correspondance de Cesàro que les deux hommes entretiennent des relations scientifiques et amicales (deux lettres de Lucas sont répertoriées dans le "Fondo Cesàro"[28]).

A partir d'une définition initiale un peu différente de la somme $S_n(x) = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + (x-1)^n + x^n$, Cesàro utilise (3) pour aboutir à l'égalité symbolique

$$n(x+1)^{n-1} = (x+B+1)^n - (x+B)^n$$

et à la définition des nombres de Bernoulli par la relation :

$$(B+1)^n - B^n = n \text{ , pour toutes les valeurs entières de n.}$$

En vertu du théorème de Taylor, cette égalité "engendre" la relation symbolique

$$f(x+B+1) - f(x+B) = f'(x+1)$$

ainsi que la formule sommatoire

$$(*) \quad f'(1) + f'(2) + f'(3) + \ldots + f'(n) = f(n+B) - f(B)$$

Appliquée à la fonction $f(x) = \frac{x^{p+1}}{p+1}$ cette formule donne le résultat suivant

$$1^p + 2^p + 3^p + \ldots + n^p = \frac{(B+n)^{p+1} - B^{p+1}}{p+1}$$

avec $f(x) = \text{Log}x$ $$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} = \text{Log}(B+n) - \text{Log}B$$

Plus généralement, avec $f(x) = \text{Log}\frac{x}{1-z^x}$, Cesàro obtient une expression de la somme de la série $\sum_1^\infty \frac{x^n}{1-x^n}$ *"surtout avantageuse pour les valeurs de x très voisines de l'unité"*[29].

Le constat est fait que la formule (∗) *"permet d'effectuer alors de très avantageuses transformations de séries, pourvu que l'on ait soin de considérer toujours des fonctions développables par la formule de Taylor, sans quoi on serait souvent conduit à des conclusions paradoxales. L'emploi de la formule (∗) donne ordinairement lieu à des séries divergentes, qui, cependant, ne perdent leur convergence qu'à partir d'un certain terme, de sorte qu'on peut toujours les utiliser pour représenter, avec une certaine*

[25]Cf. [Ferraro 1999].
[26]Cf. [Cesàro 1882a et 1882b].
[27]Cf. [Cesàro 1886b, p. 311 note 1, et p. 312].
[28]Dipartimento di Matematica e Applicasioni "R. Caccioppoli "- Università degli Studi di Napoli "Federico II ".
[29]Cf. [Cesàro 1886b, p. 305-308].

approximation, les sommes que l'on cherche à transformer [...] Une des plus intéressantes applications de la formule (∗) est l'évaluation approchée de la série de Lambert." [30]

L'équation (6) est transformée par Cesàro[31] en formule symbolique générale :

$$(7) \qquad f(x+E+1) + f(x+E-1) = 2\, f(x)$$

puis en formule sommatoire

$$f(1) - f(3) + f(5)+\ldots\pm\ f(2n-1) = \frac{1}{2}[\ f(E) \pm\ f(E+2n)]$$

qu'il applique en particulier à l'étude de la somme de la série obtenue avec $f(n) = \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ (n impair).

Approfondissant l'étude des séries divergentes, Cesàro s'intéresse en 1886 à la partie fractionnaire ε_i du nombre de Bernoulli de rang i ; il réussit à en exprimer la "valeur moyenne" sous forme de limite lorsque n tend vers l'infini[32] :

$$\lim\ \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\varepsilon_i = \frac{1}{2}+\frac{1}{3.1}+\frac{1}{5.2}+\frac{1}{7.3}+\frac{1}{11.5}+\frac{1}{13.6}+\ldots$$

On peut noter que Radicke s'inspire à son tour de la méthode symbolique préconisée par Lucas pour obtenir des formules de récurrence liant les nombres d'Euler[33]. Il cite en particulier l'utilité des relations symboliques $F(a+1)+F(a-1) = 2F(0)$, ou encore $F(S+1)-F(S) = F(x+1)-F(1)$ où $S_p = 1^p + 2^p + \ldots + x^p$.

Le calcul symbolique est également à l'origine d'une démonstration originale du théorème de Staudt et Clausen par Édouard Lucas.

Le théorème de Thomas Clausen et de Karl von Staudt

James-Joseph Sylvester écrit à ce propos :

"The law which governs the fractional part of B_n was first given in Schumacher's Nachrichten , by Thomas Clausen in 1840 ; and almost immediately afterwards a demonstration was furnished by Professor Staudt in Crelle's Journal, with a reclamation of priority, supported by a statement of his having many years previously communicated the theorem to Gauss." [34]

Dans le tome 17 des *Astronomische Nachrichten* [1840] une courte note du rédacteur mentionne :

"Herr Thomas Clausen hat mir aus einer Abhandlung über die Bernouillischen Zahlen, diesen zierlichen Lehrsatz als vorlaüfige Probe gegeben, und wird die Abhandlung selbst nachliefern.

---

[30]Cf. [Cesàro 1886b, p. 306]. Cesàro ajoute que l'évaluation approchée des séries de Lambert est résolue par Oscar Schlömilch , cf. [Schlömilch 1863].

[31]Cf. [Cesàro 1886b, p. 309-310].

[32]Cf. [Cesàro 1886a].

[33]Cf. [Radicke 1880, p. 257] : *"...welche zuerst Herr Lucas in seiner interessanten Schrift "Théorie nouvelle des nombres de Bernoulli et d'Euler" mit Vortheil auf die Bernoullischen und die mit diesen verwandten Zahlen angewendet hat".*

[34]Cf. [Sylvester 1861a, p. 254].

Der Bruch der n^{ten} Bernouillischen Zahlen wird so gefunden : mann addire zu den Theilern von 2n : 1, 2, $\alpha, \alpha', \alpha'', \ldots, 2n$ *die Einheit, wodurch mann die Reihe Zahlen 2, 3,* $\alpha+1, \alpha'+1, \ldots, 2n+1$ *bekömmt. Aus dieser nimmt mann bloss die Primzahlen 2, 3, p, p' etc. und bildet den Bruch der n^{ten} Bernouillischen Zahl :*

$$\mathrm{H} \quad (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}+\ldots)$$

Das obere Zeichen gilt für ungerades, das untere für ein gerades n."[35]

Le même résultat est obtenu simultanément par Karl von Staudt[36].

Sylvester écrit à ce propos en 1861 :
"This theorem, then, of Staudt and Clausen, inter alia, *gives a rule for determining what primes alone enter into the denominators of the Bernoullian numbers when expressed as fractions in their lowest terms ; it enables us to affirm that only simple powers of primes enter into those denominators, and to know* à priori *what those prime factors are. This note is intended to supply a law concerning the numerators of the Bernoullian numbers, which I have not seen stated anywhere..."*[37]
La note de Sylvester contient en particulier le résultat suivant : $\frac{B_n}{(2n)!}$ désignant le coefficient de t^{2n} dans le développement de $\frac{t}{e^t-1}$, le nombre $\mu^{2n-1}(\mu^{2n}-1)B_n$ est un multiple de 2n, pour tout nombre entier μ[38].

Hermite écrit pour sa part à Borchardt en 1876 :

"M. Clausen et M. Staudt ont découvert en même temps sur les nombres de Bernoulli une proposition extrêmement remarquable, qui donne pour B_n cette expression

$$(-1)^n B_n = A_n + \frac{1}{2} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \cdots + \frac{1}{l}$$

dans laquelle A_n étant entier, les dénominateurs des fractions sont tous des nombres premiers tels que $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}, \ldots, \frac{\lambda-1}{2}$, *soient diviseurs de n. Ce beau théorème dont M. Staudt a donné la démonstration dans le tome 21, page 372 de ce journal, conduit à rechercher directement les nombres entiers A_n au moyen des relations qui servent au calcul des nombres de Bernoulli."* [39]

---

[35]Cf. [Clausen 1840, p. 351-352].
"Mr. Thomas Clausen m'a donné ce joli théorème, en avant-goût d'un mémoire sur les nombres de Bernoulli qu' il livrera ultérieurement :
La partie fractionnaire du nième nombre de Bernoulli peut être trouvée ainsi : aux diviseurs de 2n, càd 1, 2, $\alpha, \alpha', \alpha'', \ldots, 2n$ *, on ajoute l'unité, ce qui donne la série 2, 3,* $\alpha+1, \alpha'+1, \ldots, 2n+1$. *De celle-ci, on ne conserve que les nombres premiers : 2, 3, p, p' etc. et on forme la partie fractionnaire du nième nombre de Bernoulli* $\mathrm{H} \quad (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}+\ldots)$. *Le signe supérieur est valable pour n impair, le signe inférieur pour n pair."* (traduction personnelle).
[36]Cf. [Staudt 1840].
[37]Cf. [Sylvester 1861a, p. 255].
[38]Des résultats analogues sont énoncés en 1884 par Rudolf Lipschitz, cf. [Lipschitz 1884] : pour tout nombre entier a, le produit $a^{2m}(a^{2m}-1)B_m$ est un multiple du nombre 2m ; pour tout couple d'entiers premiers entre eux a et b, le produit $(a^{2m}-1)(b^{2m}-1)B_m$ est un multiple du nombre 2m. Dans [Lipschitz 1886] l'auteur avoue (p. 141) ne pas avoir eu connaissance du théorème de Sylvester.
[39]Cf. [Hermite 1876].

La lettre d'Hermite contient un procédé de calcul de la partie entière des nombres de Bernoulli.

On peut supposer que Lucas suit attentivement les travaux de Hermite sur ce sujet car, à partir de 1877, il s'intéresse au théorème de Staudt et propose une nouvelle démonstration des résultats de Hermite concernant la partie entière des nombres de Bernoulli :
"M. Hermite a indiqué une méthode de calcul des nombres entiers A, que nous allons démontrer plus simplement, tout en la généralisant."[40]
A partir du théorème de Fermat et de celui de Clausen et Staudt, il déduit le résultat suivant : si a désigne un nombre entier, $a(a^n - 1)B_n$ est toujours un nombre entier, (pour a=2, le résultat est dû à Genocchi). [41]

Dans les années 1879-1880 une certaine effervescence se manifeste à propos des nombres de Bernoulli et des résultats de Clausen et de Staudt autour de la revue *Nouvelle Correspondance Mathématique* dirigée par Catalan. On peut y lire en particulier la question d'Édouard Lucas[42] :
"Déterminer directement au moyen de la table des nombres premiers le dénominateur du n^{ème} nombre de Bernoulli. Démontrer en particulier les propositions suivantes :
1° Si p et q sont premiers entre eux, le dénominateur de B_{pq} est divisible par le produit des dénominateurs de B_p et de B_q.
2° Si 2p+1 est un nombre premier, ce nombre divise le dénominateur de B_p."
La réponse d'Eduard Albert Radicke utilisant le théorème de Staudt et de Clausen est publiée l'année suivante[43].

Cette problématique entraîne une réaction élogieuse de Charles Hermite, sous forme d'une lettre de lecteur publiée en mars 1880[44] :
"Le dernier numéro de la Correspondance *m'a beaucoup intéressé et j'ai vu avec le plus grand plaisir que les premiers nombres de Bernoulli ont été enfin donnés sous la forme qui résulte de l'admirable théorème de Staudt. Peut-on comprendre que ce théorème soit demeuré, jusqu'ici, inconnu de tous les auteurs !*
Mais il y aurait injustice à ne point joindre, au nom de Staudt, celui de Clausen, qui l'a donné en même temps, dans les Nouvelles Astronomiques *de Schumacher.*
Voudriez-vous bien, à l'occasion, rappeler cette circonstance ?
La démonstration que Staudt a donnée, dans le Journal de Crelle*, est profonde et difficile ; il me semblerait désirable qu'on put trouver une autre voie, plus commode, pour l'établir. Enfin, il faudrait trouver quelque loi concernant la partie entière des nombres de Bernoulli."*
Cet appel est à nouveau suivi d'une contribution de Radicke[45].

La démonstration par Lucas du théorème de Clausen et de Staudt

---

40Cf. [Lucas 1877d, p. 76].
41Cf. [Lucas 1877k] et [Genocchi 1852].
42Question 138, *Nouvelle Correspondance Mathématique* , t. **5**, 1879, p. 282.
43*Nouvelle Correspondance Mathématique* , t. **6**, 1880, p. 69-72.
44*Nouvelle Correspondance Mathématique* , t. **6**, 1880, p. 121-122.
45Cf. [Radicke 1880b].

En ce qui concerne la partie fractionnaire des nombres de Bernoulli, Lucas écrit à Cesàro le 4 octobre 1890, à propos de la parution prochaine du premier volume de sa *Théorie des nombres* :
"J'y donne une démonstration du théorème de Staudt encore plus simple, archi-plus-simple."
Cette démonstration est remarquée par Nielsen[46]. L'utilisation qu'y fait Lucas du calcul des différences (opérateur Δ) et du calcul par congruences en fait son originalité ; le théorème de Staudt et Clausen est ainsi relié au calcul symbolique et au calcul arithmétique. Quant à la simplicité de la démonstration, elle peut être appréciée en fonction de résultats préliminaires, dont le degré de complexité peut être discuté et pour lesquels Lucas s'inspire à nouveau du *Traité des différences et des séries* de Sylvestre François Lacroix[47].

1- Formule de Taylor liée au calcul des différences

Si f désigne un polynôme de degré n, et $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$, $\Delta^2 f(x) = \Delta(\Delta f(x))$... etc, alors on peut écrire
$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!}\Delta f(0) + \frac{x(x-1)}{2!}\Delta^2 f(0) + ... + \frac{x(x-1)...(x-n+1)}{n!}\Delta^n f(0).$
En particulier si $f(x) = x^n$, on peut écrire en posant $\Delta_1 = (\Delta x^n)_0$, $\Delta_2 = (\Delta^2 x^n)_0$,... $\Delta_n = (\Delta^n x^n)_0$

$$(6) \qquad x^n = \frac{x}{1!}\Delta_1 + \frac{x(x-1)}{2!}\Delta_2 + ... + \frac{x(x-1)...(x-n+1)}{n!}\Delta_n .$$

En ajoutant les égalités (6) correspondant aux valeurs 1, 2, ..., (x-1) de la variable on obtient

$$S_n(x) = \frac{x(x-1)}{2!}\Delta_1 + \frac{x(x-1)(x-2)}{3!}\Delta_2 + ... + \frac{x(x-1)...(x-n)}{(n+1)!}\Delta_n .$$

D'après (3), le nombre de Bernoulli B_n représente le coefficient de x dans le polynôme précédent

$$B_n = -\frac{\Delta_1}{2} + \frac{\Delta_2}{3} - \frac{\Delta_3}{4} + ... + (-1)^n \frac{\Delta_n}{n+1}$$

Avec les conventions d'indices de Lucas, $B_1 = -\frac{1}{2}$, et $B_{2n+1} = 0$ dès que n>0.

2- Calcul des différences $\Delta^{p-1}x^n$ dans $\mathbf{Z}_p$

Il est élémentaire de vérifier que $\Delta^k x^k = k!$ et que $\Delta^k x^n = 0$ si k>n. La partie la plus intéressante de la démonstration de Lucas est constituée des résultats suivants:
-si n n'est pas multiple de (p-1), p étant premier ou composé $\neq 4$, $\Delta^{p-1}x^n = 0$ (mod.p).

-si n est un multiple de (p-1), avec p premier impair
$\Delta^{p-1}x^{p-1} = (p-1)! = -1$ (mod.p) et plus généralement $\Delta^{p-1}x^n = -1$ (mod.p)
(on trouve au passage une élégante démonstration du théorème de Wilson).

-si n est un multiple de (p-1), avec p composé $\neq 4$, $\Delta^{p-1}x^{p-1} = (p-1)! = 0$ (mod.p) et plus généralement $\Delta^{p-1}x^n = 0$ (mod.p)

[46]Cf. [Nielsen 1923, p. 245] et [Lucas 1891a, p. 243-244 et p. 433-434].
[47]Cf. [Lacroix 1800].

-si p = 4, $\Delta^3 x^{2k+1} = 2 \pmod{4}$ et $\Delta^3 x^{2k} = 0 \pmod{4}$

3- Calcul de la partie fractionnaire des nombres de Bernoulli

Les restes des nombres Δ_{p-1} dans la division par p sont nuls, sauf dans le cas où p est un nombre premier impair tel que (p-1) divise n , et dans le cas où p = 4 et n est impair. Lucas remarque qu'il n'est pas utile d'examiner ce dernier cas car le nombre de Bernoulli B_n correspondant à un indice impair est nul, exception faite de B_1.

Les nombres $\frac{\Delta_{p-1}}{p}$ sont donc des entiers, sauf si p est un nombre premier impair tel que (p-1) divise n . Dans ce dernier cas la fraction précédente est égale à un entier diminué de $\frac{1}{p}$. Comme visiblement $\Delta_1 = +1$, on a

$B_n = A_n - \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} - \ldots - \frac{1}{\lambda}$ où A_n est un entier et où $\alpha, \beta, \ldots \lambda$ sont tous les nombres premiers tels que $\alpha - 1, \beta - 1, \ldots, \lambda - 1$ divisent n.

10-Géométrie de situation

Entre les jeux et récréations mathématiques d'Euler, les tracés de fils sur l'échiquier de Vandermonde au XVIIIe siècle, les "hautes mathématiques" de Riemann et l'*Analysis situs* de Poincaré, la géométrie de situation a un contenu fluctuant qui ne se structure que progressivement au cours du XIXe siècle[1].
Le milieu mathématique français reste longtemps insensible aux progrès de cette nouvelle discipline, puisque Henri Lebesgue peut écrire en 1912 à Émile Borel :
"Précisément parce que peu de personnes s'intéressent à l' Analysis situs*, malgré l'importance de cette doctrine, il y a lieu de soutenir fortement ceux qui ont fait preuve de qualités exceptionnelles pour cette étude."*[2]

Il est remarquable qu'Édouard Lucas manifeste dès 1880 un intérêt d'avant-garde pour la géométrie de situation. A propos d'un article sur le jeu de dominos, paru dans les *Annali di Matematica*, Lucas interroge Luigi Cremona :
"Je vous prierais de m'indiquer aussi si vous connaissez, en Italie, d'autres travaux sur la géométrie de situation."[3]
Lucas aborde la géométrie de situation dans deux textes, parus tous deux en 1891, l'introduction à la deuxième édition du premier volume des *Récréations mathématiques* et le chapitre VII de son traité de *Théorie des nombres* :
"Nous placerons ici quelques considérations générales sur plusieurs problèmes de la Géométrie de situation ; ces problèmes se rapportent directement à l'Arithmétique, car leur solution dépend de la théorie des combinaisons." [4]
Édouard Lucas s'intéresse à la géométrie de situation pour des raisons multiples. Les problèmes d'Euler, les ponts de Koenigsberg, les jeux, la question des polyèdres, du coloriage de cartes, l'amusent à coup sûr. Aimant à diffuser une image insolite, attractive de la science, il reproduit ces problèmes sous forme de récréations et exercices dans la *Théorie des nombres.* L'analyse combinatoire à laquelle ils conduisent lui font côtoyer les "hautes mathématiques" sous-jacentes aux réseaux, aux graphes ; les questions des surfaces polyédriques eulériennes, de la géométrie des nœuds sont reprises en topologie. Certains de ces problèmes interrogeront encore la science du XXe siècle.
La réédition par Gauthier-Villars des deux premiers volumes des *Récréations* en 1891 et 1893, la publication des volumes 3 et 4 à titre posthume, leur traduction et leur publication en Russie, sont autant d'indications de la popularité de la démarche de l'auteur[5]. De grands noms de la science ont pris soin de lire les récréations mathématiques, d'un œil critique comme Charles de la Vallée Poussin, ou condescendant comme Jacques Hadamard. On peut supposer qu'elles ne sont pas inconnues d'Henri Lebesgue[6].

---

[1]Cf. [Pont 1974], [Epple1998].
[2]Lettre d'Henri Lebesgue à Émile Borel, 1er janvier 1912, cf. [Lebesgue 1991, p. 294].
[3]Lettre de Lucas à Cremona, 8 mai 1880, *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)* , vol. I, (Quaderni della Rivista di storia della scienza), Università di Roma "*La Sapienza* ", n.1 (1992). Voir chapitre 13.
[4]Cf. [Lucas 1891a, p. 82].
[5]Une réédition récente des *Récréations* , de l'*Arithmétique amusante* et de la *Théorie des nombres* est due à l'éditeur Blanchard en 1961. La *Théorie des nombres* est à nouveau éditée par Gabay en 1991.
[6]Les recherches contemporaines de combinatoire et de théorie des graphes ne manquent pas de citer les travaux de Lucas en ce domaine. Cf. [Berge 1958] , [Comtet 1970].

Ce chapitre effectue une présentation de quelques précurseurs de la géométrie de situation. Certains travaux anglais en ce domaine sont liés à la physique mathématique : Lucas souhaitait en approfondir un aspect, la "géométrie des nœuds", dans le deuxième volume de la *Théorie des nombres.* La perception du champ de la géométrie de situation, vers 1890, par un mathématicien comme Lucas, fait l'objet de la suite de notre étude, qui se conclut avec les commentaires d'Hadamard et de Lebesgue.

Les précurseurs

C'est dans une lettre de Leibniz à Huygens (8 septembre 1679) qu'est mentionnée la nécessité d'une analyse *"qui nous exprime directement* situm, *comme l'algèbre exprime* magnitudinem.*"* [7]
Jean-Claude Pont fait l'historique de cette première notion assez vague d' *analysis situs*, qui chez Leibniz recouvre peut-être des préoccupations de géométrie vectorielle plus que topologique[8].

Euler en 1736 introduit le célèbre problème relatif aux "ponts de Koenigsberg"[9] :
"Outre cette partie de la géométrie qui traite des grandeurs et qui a été de tout temps cultivée avec beaucoup de zèle, il en est une autre, jusqu'à nos jours complètement inconnue, dont Leibniz a fait le premier mention et qu'il appela géométrie de position. D'après lui, cette partie de la géométrie s'occupe de déterminer seulement la position et de chercher les propriétés qui résultent de cette position ; dans ce travail, il n'est besoin, ni d'avoir égard aux grandeurs elles-mêmes, ni de les calculer ; mais il n'est pas encore assez bien établi quels sont les problèmes de ce genre appartenant à la géométrie de position, et quelle méthode il faut employer pour les résoudre ; c'est pourquoi lorsque récemment il fut question d'un problème qui semblait, à la vérité, se rattacher à la géométrie ordinaire, mais dont cependant la solution ne dépendait, ni de la détermination de grandeurs, ni du calcul de quantités, je n'ai point balancé à le rapporter à la géométrie de position, d'autant plus que les considérations de position entrent seules dans la solution, tandis que le calcul n'y est pour rien."

Dans une intervention à l'académie des sciences en mai 1771, Alexandre Théophile Vandermonde exprime à son tour quelques remarques sur les problèmes de situation [10]:
"Quelles que soient les circonvolutions d'un ou de plusieurs fils dans l'espace, on peut toujours en avoir une expression par le calcul des grandeurs ; mais cette expression ne serait d'aucun usage dans les Arts. L'ouvrier qui fait une tresse, *un* réseau, *des* nœuds, *ne les conçoit pas par les rapports de grandeur, mais par ceux de situation : ce qu'il y voit, c'est l'ordre dans lequel sont enlacés les fils. Il serait donc utile d'avoir un système de calcul plus conforme à la marche de l'esprit de l'ouvrier, une notation qui ne représentât que l'idée qu'il se forme de son ouvrage, et qui pût suffire pour en refaire un semblable dans tous les temps.*
Mon objet ici n'est que de faire entrevoir la possibilité d'une pareille notation, et son usage dans les questions sur les tissus et les fils. Je me servirai, pour exposer mon idée, d'un problème qui se rapporte à ce genre, et qui est très connu, celui de la marche du

---

[7]*Œuvres complètes de Christian Huygens*, Société hollandaise des Sciences, La Haye, Martinus Nijhoff, t. **8**, 1899, n°2192.
[8]Cf. [Pont 1974].
[9]Cf. [Euler 1736], traduction d'E. Coupy, professeur au collège militaire de la Flèche [Euler1851].
[10]Cf. [Vandermonde 1771].

cavalier des échecs, *qui a été résolu par M. Euler,* Mémoires de Berlin, *1759. Le procédé de ce géomètre suppose qu'on a l'* échiquier *sous les yeux ; je le réduis à une simple opération d'Arithmétique, faite sur des nombres qui ne représentent point des quantités, mais des rangs dans l'espace [...] Leibniz promit un* calcul des situations *et mourut sans rien publier. C'est un sujet où tout reste à faire, et qui mériterait bien qu'on s'en occupât."*
Vandermonde étudie à titre d'exemple le problème posé par Euler : comment faire parcourir au cavalier toutes les cases d'un échiquier sans passer deux fois sur la même, ce qui revient à déterminer une certaine trace du cavalier sur l'échiquier ou encore *"en supposant une épingle fixée au centre de chaque case, à déterminer le cours d'un fil passé une fois autour de chaque épingle, d'après une loi dont nous allons chercher l'expression."*

Certaines ambiguïtés demeurent cependant dans les conceptions puisqu'en 1803 Lazare Carnot précise dans l'introduction à sa géométrie de position[11]:
"La géométrie de position traitée dans cet ouvrage n'est pas ce que plusieurs savants ont appelé la géométrie de situation [...] La géométrie de position, que je traite ici, n'est autre qu'un mode imaginé, pour rendre plus féconde l'application de l'algèbre à la géométrie ordinaire."

A son tour Louis Poinsot recherche l'origine de la notion de "situation"[12] :
"D'après l'article de d'Alembert, au mot Situation, dans l'Encyclopédie, il paraîtrait que Leibniz n'entendait, par son analyse de situation, qu'une espèce de méthode qui ferait entrer la situation dans le calcul des problèmes ; de sorte que l'on pût distinguer parmi les solutions multiples, la solution unique que l'on a dessein de dégager, parce qu'elle est la seule qui remplisse exactement l'objet de la question dans les limites où l'esprit la considère. Mais il faut convenir que ce n'est point là l'idée qu'on doit avoir de l'analyse de situation [...] La géométrie de situation, comme je l'ai dit, a pour objet l'ordre et les lieux dans l'espace, sans aucune considération de la grandeur ni de la continuité des figures [...] Quant à la géométrie de position de M. Carnot, elle n'a point du tout le même objet. L'auteur a eu principalement en vue d'établir, par la corrélation des figures, la véritable théorie des quantités négatives."
D'après Poinsot, c'est dans l'approche de jeux comme le Trictrac, les Dames, les Échecs, le Solitaire, que Leibniz exprime plus clairement la nécessité d'une géométrie de situation.

La physique mathématique

Une préoccupation d'une autre nature est perceptible dans les travaux de Gauss, repris par Maxwell.
On peut citer, dans le *Nacarats* de Gauss[13], deux articles intitulés *Zur Geometria Situs* et *Zur Geometrie der Lage* comportant en particulier quelques dessins de nœuds. Le texte suivant, daté du 22 janvier 1833, est extrait d'un cahier d'électrodynamique de Gauss [14]:

---

[11]Cf. [Carnot 1803, p. XXXV]. On peut consulter à ce propos [Chemla 1998].
[12]Cf. [Poinsot 1810, note p. 17].
[13]Cf. [Gauss 1900, p. 271-281 et p. 282-285].
[14]Cf. [Gauss 1867, p. 605].

"Von der Geometria Situs, *die Leibnitz ahnte und die nur einem Paar Geometern (Euler und Vandermonde) einen schwachen Blick zu thun vergönnt war, wissen und haben wir nach anderthalbhundert Jahren noch nicht viel mehr wie nichts.*
Eine Hauptaufgabe aus dem Grenzgebiet der Geometria Situs *und der* Geometria Magnitudinis *wird die sein, die Umschlingungen zweier geschlossener oder unendlicher Linien zu zählen.*
Es seien die Coordinaten eines unbestimmten Punkts der ersten Linie x, y, z *; der zweiten* x', y', z' *und*

$$\iint \frac{(x'-x)(dydz'-dzdy')+(y'-y)(dzdx'-dxdz')+(z'-z)(dxdy'-dydx')}{((x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2)^{\frac{3}{2}}} = \mathrm{V}$$

dann ist dies Integral durch beide Linien ausgedehnt = 4mp und m ist die Anzahl der Umschlingungen.
Der Wert ist gegenseitig, d.i. er bleibt derselbe, wenn beide Linien gegen einander umgetauscht werden" .

James Clerk Maxwell reprend l'idée de Gauss sous la forme suivante :
"If s and σ *are any two closed curves in space, then, if they are not linked together, the integral extended once round both is zero.*
If they are intertwined n times in the same direction, the value of the integral is 4pn. It is possible, however, for two curves to be intertwined alternately in opposite directions, so that they are inseparably linked together though the value of the integral is zero.
It was the discovery by Gauss of this very integral, expressing the work done on a magnetic pole while describing a closed curve in presence of a closed electric current, and indicating the geometrical connexion between the two closed curves, that led him to lament the small progress made in the Geometry of Position since the time of Leibnitz, Euler and Vandermonde. We have now, however, some progress to report, chiefly due to Riemann, Helmholtz, and Listing." [15]
Ce texte est traduit dans l'édition française du traité de Maxwell :
"Si s et σ sont deux courbes fermées quelconques de l'espace, non entrelacées, la valeur de l'intégrale prise une fois sur chacune d'elles est nulle.
Si elles sont entrelacées n fois dans le même sens, la valeur de l'intégrale est 4pn. Mais il est possible que deux courbes soient entrelacées alternativement en sens contraires, de façon qu'elles soient invariablement liées l'une à l'autre et que la valeur de l'intégrale soit cependant zéro.
C'est précisément la découverte de cette intégrale exprimant le travail effectué par un pôle magnétique qui décrit une courbe fermée en présence d'un courant électrique fermé, et indiquant la relation géométrique de ces deux courbes fermées, qui amena Gauss à déplorer le peu de progrès faits par la Géométrie de position, depuis l'époque de Leibniz, d'Euler et de Vandermonde. Nous avons maintenant à signaler quelques progrès principalement dus à Riemann, Helmholtz et Listing."[16]

La géométrie de situation apparaît chez les scientifiques anglais comme une branche de la physique mathématique. Dès 1876, Peter Guthrie Tait s'intéresse aux courbes planes fermées présentant un nombre fini de boucles et de points d'intersection avec elles-mêmes. Initialement son étude est à rapprocher de la représentation de structures chimiques, les "vortex-atoms" de Sir William Thomson. Maxwell, intéressé par les

[15]Cf. [Maxwell 1873, vol. II, Magnetism, article 421, p. 43].
[16]Cf. [Maxwell 1889, article 421, p. 46-47].

applications de la topologie à l'électromagnétisme, l'encourage. Une remarquable classification des "nœuds" (jusqu'à dix points d'intersection) en résulte en 1884[17].
"The subject is a very much more difficult and intricate one than at first sight one is inclined to think, and I feel that I have not succeeded in catching the key-note [...]
I was led to the consideration of the forms of knots by Sir W. Thomson's Theory of Vortex Atoms, and consequently the point of view which, at least at first, I adopted was that of classifying knots by the number of their crossings ; or, what comes to the same thing, the investigation of the essentially different modes of joining points in a plane, so as to form single closed plane curves with a given number of double points." [18]

C'est dans la topologie de Johann Benedickt Listing que Tait découvre une méthode anticipant ses propres résultats :
"As I have already said, the subject of knots affords one of the most typical applications of our science. I had been working at it for some time, in consequence of Thomson's admirable idea of Vortex-atoms, before Clerk-Maxwell referred me to Listing's Essay [...] My first object was to classify the simpler forms of knots, so as to find to what degree of complexity of knotting we should have to go to obtain a special form of knotted vortex for each of the known elements [...]
Any closed plane curve, which has double points only, may be loocked upon as the projection of a knot in which each portion of the cord passes alternately under and over the successive laps it meets [...] The proof is excessively simple." [19]
Les tables de nœuds conçues par Tait reçoivent une justification théorique en 1920 grâce aux travaux d'Henri Poincaré.

Les "hautes mathématiques" et l'Analysis Situs

Lorsque Gauss, Maxwell s'intéressent à la géométrie de situation, ils pensent aux intégrales prises sur des surfaces ou le long de courbes quelconques en fonction des besoins de la physique. La typologie des nœuds de Tait est liée à la représentation des structures chimiques. Bernhard Riemann, Henri Poincaré, Jacques Hadamard s'intéressent à l'*Analysis situs* pour des raisons de géométrie des surfaces et de "hautes mathématiques".

Ainsi c'est à propos des lacunes de la théorie des fonctions algébriques chez Cauchy que Jacques Hadamard analyse en 1909 le rôle de la géométrie de situation[20] :
"Son importance au point de vue du développement de la science mathématique tout entière ne devait cependant apparaître qu'au milieu du XIXe siècle, avec l'œuvre de Riemann [...] La théorie des fonctions de Cauchy ne donne pas sur la nature des fonctions algébriques la lumière qu'on devait en attendre et que, par la suite, elle se montrera effectivement capable de fournir. Un élément essentiel semble lui échapper, qu'il est nécessaire de considérer dans tous les problèmes importants que l'on a à se poser sur les fonctions et sur les courbes algébriques [...] partout un même nombre entier s'introduit, le genre de la courbe."
A propos des surfaces de Riemann, Hadamard précise :
"Une fois construite, imaginons qu'on la déforme d'une manière arbitraire : pourvu que cette déformation soit parfaitement continue, pourvu qu'elle n'introduise ni déchirure,

[17]Pour cet aspect de l'émergence de la topologie voir [Epple 1998].
[18]Cf. [Tait 1876-1877, p. 273].
[19]Cf. [Tait 1883, p. 95-96].
[20]Cf. [Hadamard 1909a, p. 813-815].

ni soudure, la nouvelle surface qu'on en déduira sera apte à rendre exactement les mêmes services que l'ancienne. On est ainsi conduit à rechercher ce que, par une pareille déformation, on peut faire d'une surface, ou plutôt ce qu'on n'en peut pas faire; à quoi l'on reconnaît que deux surfaces sont ou ne sont point transformables l'une dans l'autre par cette voie ; en un mot, à étudier les surfaces du point de vue de la géométrie de situation."
La notion de "genre" de la surface de Riemann, c'est-à-dire le nombre des anses que présente cette surface convenablement déformée (le genre n'est égal à zéro que si la surface peut être déformée en une sphère), manque à la théorie des fonctions algébriques jusqu'à Riemann :
"Quoi qu'il en soit, si frappante que fût la leçon qui se dégageait de la découverte de Riemann, cette leçon fut perdue. On peut dire qu'elle le resta jusqu'aux travaux de M. Poincaré."[21]

Précisant à Elie Cartan sa vision du plan projectif complexe au point de vue de l'*Analysis situs* [22], le point de vue d'Henri Lebesgue demeure quelque peu différent de celui d'Hadamard :
"L' Analysis situs *est utile parce qu'on s'est occupé d'* Analysis situs *appliquée avant d'étudier l'* Analysis situs *pure. Ce sont les applications à des questions étrangères à l'* Analysis situs *qui ont fait naître cette science dont maintenant, après coup, on dégage les postulats."* [23]

La géométrie de situation chez Lucas

La combinatoire
Sous l'intitulé "géométrie de situation", Lucas expose dans le chapitre VII du traité de *Théorie des nombres* des résultats combinatoires concernant les échiquiers arithmétiques (carré de Fermat, triangle de Delannoy, pentagone, hexagone arithmétiques) suivis de nombreux exemples et exercices d'application. Ainsi un résultat concernant les polygones (de combien de façons peut-on décomposer un polygone convexe à (n+2) côtés en n triangles au moyen de (n-1) diagonales ne se rencontrant pas à l'intérieur du polygone?) peut s'obtenir en utilisant l'échiquier triangulaire de Delannoy, le nombre de ces décompositions étant $\frac{1}{n+1}C_{2n}^{n}$ (formule due à Euler).
La géométrie des régions délimitées par les droites d'un plan s'apparente elle aussi à la combinatoire : étant donné n droites d'un plan, non parallèles deux à deux, trois quelconques d'entre elles n'étant pas concourantes, on dénombre les régions délimitées (il y en a $1+n+C_n^2$, parmi lesquelles 2n régions infinies) ; les segments (il y en a n^2, parmi lesquels 2n segments infinis) ; le nombre de points d'intersection (C_n^2), etc.

Réseaux et graphes
A partir du célèbre problème des ponts de Koenigsberg[24], Lucas revient sur la démonstration des résultats d'Euler concernant les réseaux :
"lorsqu'un réseau renferme des carrefours impairs, ceux-ci sont en nombre pair" et *"tout réseau continu qui ne contient que des carrefours pairs peut être décrit d'un seul*

[21]Ibid. p. 817.
[22] Lettre d'Henri Lebesgue à Elie Cartan, 19 octobre 1925, cf. [Lebesgue 1991, p. 453].
[23]Cf. [Lebesgue 1924].
[24]Cf. [Euler 1736].

trait formant un circuit fermé, sans omission ni répétition, quel que soit le point de départ qui est aussi point d'arrivée."
Le résultat de Thomas Clausen, remarqué par Tait :*"tout réseau continu ayant 2n points impairs peut être décrit en n traits continus, sans omission ni répétition, et non en un moindre nombre"*, est enrichi par Lucas, dans la mesure où ce dernier détermine le nombre de tracés des réseaux de Clausen[25]. De nombreux problèmes issus du jeu d'échecs (sauts du cavalier, problème des deux reines, des tours ou des fous...) ou du jeu de dominos se trouvent abordés[26].

La question de la sortie d'un labyrinthe est résolue dans la *Théorie des nombres* ainsi que dans les *Récréations mathématiques*, avec la collaboration de Trémaux, ancien élève de l'École Polytechnique[27]. Il est prouvé qu'un labyrinthe n'est jamais inextricable puisque *"tout réseau continu peut être décrit d'un seul trait, en passant deux fois sur tous les chemins, sans qu'il soit nécessaire de connaître le plan du réseau".* Aujourd'hui, l'algorithme de sortie d'un labyrinthe de Lucas et Trémaux est jugé correct et efficient, même si la justification qu'en donne Lucas paraît bien imparfaite[28].

En 1926, dans l'étude des réseaux, André Sainte-Lagüe revient sur les problèmes des ponts d'Euler, des labyrinthes, du jeu de dominos ou du jeu icosien de Hamilton, auxquels il apporte un éclairage qui s'apparente à la théorie moderne des graphes. Ses récréations s'inspirent par ailleurs fidèlement de celles de Lucas[29].

De nos jours, la théorie des graphes développée par Claude Berge porte réponse à certaines questions posées par Édouard Lucas. Ainsi le problème de la "promenade des jeunes filles" revient à déterminer la possibilité de couplage parfait d'un graphe, et celui de la "ronde" consiste à rechercher le nombre de circuits hamiltoniens disjoints d'un graphe bichromatique[30].

La géométrie des nœuds et du tissage
Le chapitre VII de la *Théorie des nombres* comporte quelques remarques bibliographiques intéressant la géométrie de situation. Les travaux de Poinsot, Cauchy, Bertrand, Catalan sur les polyèdres étoilés, semi-réguliers, ceux de Cayley sur les "arbres géométriques" utiles à la théorie des combinaisons chimiques, ceux de Bravais sur la cristallographie sont évoqués.
Lucas mentionne les travaux de topologie de Listing, exposés sommairement dans le traité de Clerk- Maxwell et dans le *Messenger of Mathematics* par Cayley[31] ; les liens entre les résultats de Listing concernant la formation et la classification des noeuds et ceux de Tait, mettant à profit les idées de Thomson sur les vortex-atoms, sont évoqués.
L'annonce est faite que la *géométrie des nœuds* est un des chapitres de la *géométrie du tissage* et que les lois arithmétiques de la géométrie des tissus à fils rectilignes doit trouver place dans le second volume de l'ouvrage de *Théorie des nombres*

[25]Cf. [Clausen 1844]. Tait étudie les réseaux de Clausen dans [Tait 1883, p. 93] et Lucas dans [Lucas 1891, p. 104].
[26]De combien de manières peut-on placer, en ligne droite, les vingt huit dés d'un jeu de dominos, conformément à la règle du jeu ?
[27]Cf. [Lucas 1891, p. 103] , [Lucas 1882b, p. 39-45] et [Lucas 1894a, p. 125-151].
[28]Cf. [Biggs, Lloyd, Wilson, 1976, p. 16-18]. Il faut noter que Gaston Tarry publie la démonstration du résultat de Trémaux en 1895, cf. [Tarry 1895].
[29]Cf. [Sainte-Lagüe, 1926], [Sainte-Lagüe, 1929 p. 46-47 et 53-54] et [Sainte-Lagüe, 1937].
[30]Cf. [Lucas 1883a, p. 168 et 176] et [Berge 1958, p. 176 et 185].
[31]Cf. [Cayley 1873].

malheureusement non réalisé. Un "curieux résultat" tiré de la *Topologie* de Listing clôt le chapitre: il s'agit d'expériences sur les "hélices paradromes" (rubans de Möbius).[32]

Nous réservons la dernière partie de cette étude à deux problèmes célèbres abordés par Lucas dans ses écrits consacrés à la géométrie de situation. Il s'agit du problème des quatre couleurs, que Lucas en 1891 considère à tort comme résolu ; et d'un problème d'Euler concernant les polyèdres : Lucas en publie une démonstration adaptée aux polyèdres convexes, démonstration mise au point par Camille Jordan à partir d'une idée de Cauchy. La discussion suscitée par le problème d'Euler se poursuit au début du XXe siècle avec Hadamard et Lebesgue.

Le problème des quatre couleurs

Une carte est divisée en régions (portions connexes du plan), qui sont dites voisines si elles ont en commun une ligne frontière (et non simplement un ou plusieurs points). Il s'agit de minimiser le nombre des couleurs utilisées dans le coloriage de la carte, de sorte que deux régions voisines soient coloriées de manière différente ; puis de déterminer le maximum de ce nombre pour l'ensemble des cartes du plan[33].

En 1879, l'avocat Alfred Bray Kempe, membre de la Société Mathématique de Londres, publie une démonstration de cette conjecture qui est considérée comme recevable pendant onze ans, en particulier par Peter Guthrie Tait[34]. Édouard Lucas consacre un article à cette question dans la *Revue scientifique* [7 juillet 1883] et peut écrire dans son traité de *Théorie des nombres* [35] : *"quel que soit le mode de division d'une carte ou d'un globe, représentant la Terre ou un continent, en états, territoires, districts, départements, il suffit de quatre couleurs pour colorier cette carte, avec cette seule condition que deux districts ayant une limite commune soient recouverts de deux couleurs différentes"*, ajoutant que cette proposition est démontrée pour la première fois par M. Kempe dans l'*American Journal* de Sylvester en 1879.
La faille de la démonstration de Kempe est mise en évidence par Percy John Heawood en 1890 : elle a trait au coloriage d'une région présentant un sommet pentagonal. Lucas ignore visiblement la critique de Heawood lors de la publication de son traité de *Théorie des nombres* et on n'en trouve pas trace non plus dans l'édition du quatrième volume des *Récréations mathématiques*, édition posthume due à H. Delannoy, C.-A. Laisant et E. Lemoine.

Un doute s'installe-t-il alors dans la communauté mathématique? En 1894 *L' Intermédiaire des mathématiciens* pose à ses lecteurs la question de Paul Mansion[36]: *"démontrer que l'on peut colorier avec quatre couleurs différentes toutes les*

---

[32]Ces préoccupations se manifestent également dans l'introduction au premier volume des *Récréations.* Cf. [Lucas 1882a, p. XXI-XXIV].

[33]Pour l'historique de ce problème célèbre voir le *Cahier du Séminaire d'Histoire des mathématiques* [vol. 3, 1982, p. 43- 62]. La question apparaît en 1852 dans une lettre d'Augustus de Morgan à Sir William Rowan Hamilton, la conjecture des quatre couleurs étant imaginée par Frederick Guthrie, élève de Morgan, et son frère Francis. Le problème résiste jusqu'en 1976 où deux chercheurs de l'Illinois, Kenneth Appel et Wolfgang Haken, parviennent à démontrer le résultat : toute carte planaire est coloriable avec quatre couleurs au plus. La complexité du problème combinatoire nécessite la réduction par ordinateur des configurations.

[34]Cf. [Tait 1878-1879].

[35]Cf. [Lucas 1891 p. 114-115].

[36]Cf. *L'Intermédiaire des mathématiciens* [t. 1, 1894, p. 20 question 51 de M. Mansion].

subdivisions de la carte d'un pays, quelques nombreuses qu'elles soient, de manière que les provinces contiguës soient coloriées d'une manière différente. On suppose que les provinces contiguës se touchent selon une ligne et non en un point seulement".
Un débat s'installe alors dans les colonnes de *L' Intermédiaire des mathématiciens.* H. Delannoy , citant Lucas, estime en 1894 que la question est complètement élucidée ; Édouard Goursat et Henri Brocard, se référant à Tait et à Lucas, font de même en 1895[37].
C'est en 1896 que Charles de la Vallée Poussin note une erreur dans le raisonnement reproduit dans le 4e volume des *Récréations* [38]; cette erreur concerne le "carrefour de cinq frontières" et l'auteur fournit un exemple de configuration comportant 13 régions qui infirme le raisonnement de Lucas (et de Kempe)[39]. Il faut noter que la Vallée Poussin semble ignorer lui aussi les critiques antérieures de Heawood et que Delannoy continue de soutenir la démonstration de Lucas[40].

On peut signaler à ce propos les objectifs de la revue *L'Intermédiaire des mathématiciens* fondée en 1894 par deux anciens élèves de l'École Polytechnique, Charles-Ange Laisant et Émile Lemoine:
"Notre but essentiel est de fournir aux personnes qui cultivent habituellement les mathématiques, ou qui s'y intéressent, des renseignements sur des sujets se rapportant à leurs études, des solutions à des questions posées, ou des indications bibliographiques.
Tout le monde sait combien est devenu grand aujourd'hui le nombre des personnes qui s'occupent de mathématiques, soit par profession, soit par goût. Tout le monde sait aussi combien la science mathématique s'est subdivisée en branches multiples et s'est enrichie de résultats.
De cette extrême diversité, est résultée l'obligation, pour la plupart de ceux qui l'étudient, de se spécialiser ; conséquemment on ignore souvent ce qui se passe et ce qui se fait dans une branche voisine de celle dont on s'occupe particulièrement ; aussi une question, de la solution de laquelle on aurait besoin, peut être très difficile pour celui qui désire cette solution, ou bien exigerait de sa part de longues recherches et une grande perte de temps, alors qu'une autre personne la considère comme tout à fait simple.
Mettre en rapport les deux personnes dont il s'agit, c'est donc rendre service à la Science et contribuer à ses progrès en économisant les efforts inutiles.
C'est ce rôle d' Intermédiaire *que nous voulons prendre."* [41]

Sur un théorème d'Euler relatif aux polyèdres

Euler trouve en 1752 qu'*entre le nombre F de faces, A d'arêtes et S de sommets d'un polyèdre existe la relation* $F+S-A = 2$. Les lacunes de la démonstration d'Euler, les

[37]Cf. *L'Intermédiaire des mathématiciens* [t. 1, 1894, p. 192] et [t. 2, 1895, p. 232-235].
[38]Cf. [Lucas 1894a, p. 175-176].
[39]Cf. *L'Intermédiaire des mathématiciens* [t. 3, 1896, p. 179-180 et 225]
[40]André Sainte-Lagüe revient en 1929 sur le problème des quatre couleurs dans [Sainte-Lagüe, 1929, p. 13-35]. Il cherche une généralisation du nombre chromatique, c'est-à-dire du nombre minimal de couleurs nécessaires, pour colorier un réseau tracé sur un tore ordinaire ou sur un tore à p trous.
[41]Préface au tome **1** (1894) de *L'Intermédiaire des mathématiciens.* Une analyse des utilisateurs de la revue, des questions abordées, constituerait un élément précieux d'évaluation des échanges au sein de la communauté mathématique à la fin du siècle dernier. Nous nous contentons d'indiquer (dans un ordre non significatif) quelques utilisateurs de *L'Intermédiaire* dès sa fondation : Hermite, Jordan, Jules et Paul Tannery, Poincaré, Hadamard, Appell, Picard, Cayley, Mansion, Catalan, Cantor, Cesàro, Laussedat, Collignon, Mannheim, Delannoy, de Longchamps, d'Ocagne, Laisant, Lemoine, etc. Édouard Lucas est cité à titre posthume par l'intermédiaire de Delannoy (questions 32, 84, 85, tome **1**, par exemple).

précisions sur la nature des polyèdres possédant la propriété annoncée, suscitent de nombreux travaux[42].
La démonstration avancée par Euler consiste à supprimer un sommet au polyèdre initial et à montrer, entre le polyèdre initial et le nouveau solide obtenu, l'invariance de la quantité F+S -A. En répétant la même opération, on se ramène à un tétraèdre pour lequel la relation F+S -A = 2 devient évidente. En réalité, les choses ne sont pas aussi simples et Henri Lebesgue résume les objections qui ont pu être faites à la démonstration d'Euler, essentiellement liées à la notion de polyèdre qui peut être déstructuré par la suppression d'un sommet[43].

La première démonstration rigoureuse, valable pour les polyèdres convexes, du résultat d'Euler est celle de Legendre dans ses *Éléments de géométrie* parus en 1794. Elle est obtenue en projetant le polyèdre, à partir d'un point intérieur, sur une sphère centrée en ce point et fait appel à l'aire d'un polygone sphérique.
De la démonstration de Legendre, Poinsot tire les remarques suivantes[44] : l'équation F+S -A = 2 *"n'a pas seulement lieu pour les solides convexes ordinaires [...] elle subsiste encore pour tout polyèdre qui a des angles solides rentrans, pourvu qu'on puisse trouver, dans l'intérieur du solide, un point qui soit le centre d'une sphère telle que les faces du solide y étant projetées par des lignes menées du centre, il n'y ait sur la sphère aucune duplicature de ces projections ; je veux dire pourvu qu'aucune face ne se projette, en tout ou partie sur la projection d'un autre ; ce qui convient, comme on voit, à une infinité de polyèdres à angles solides rentrans. On reconnaîtra facilement la vérité de cette proposition par la démonstration même de M. Legendre, à laquelle il n'y aura rien à changer."*
Poinsot ajoute : *"On pourrait être curieux de savoir si cette relation est la même dans les polyèdres d'espèces supérieures, et, dans le cas contraire, quelle est celle qui pourrait lui répondre."*
Considérant de nouveaux solides pour lesquels *"les projections sur la sphère s'y recouvrent mutuellement plusieurs fois"*, il aboutit à une formule qui fait intervenir deux nombres e et E marquant l'espèce des angles solides et l'espèce du polyèdre F+ eS - A = 2E.

La démonstration de Legendre est de type métrique, notion étrangère à l'*Analysis situs.* Or il faut remarquer que le théorème d'Euler admet la forme métrique équivalente : *la somme des angles des faces d'un polyèdre convexe augmenté de huit droits, est égale à autant de fois quatre droits que le polygone a de sommets.*
Partant de cette remarque, Henri Lebesgue analyse les premières démonstrations du théorème d'Euler :
*"Pour Euler, la description de la forme d'un polyèdre doit précéder l'utilisation des mesures de ses éléments et c'est pourquoi il a posé son théorème comme théorème fondamental. C'est, pour lui comme pour nous, un théorème d'*Analysis situs *énumérative ; aussi a-t-il cherché à le démontrer par des considérations indépendantes de toute propriété métrique, appartenant bien à ce que nous appelons le domaine de l'*Analysis situs .
Et c'est pourquoi il a laissé à Legendre l'honneur d'en trouver la première preuve rigoureuse [...] Cette démonstration est métrique ; il est juste de lui reprocher de faire appel à des notions étrangères à l' Analysis situs. *Mais il ne faudrait pas exagérer la*

[42]On pourra consulter [Pont 1974].
[43]Cf. [Lebesgue 1924, p. 329].
[44]Cf. [Poinsot 1810, p. 46-48].

valeur de ce grief. La mode, en Analysis situs, *est actuellement aux démonstrations arithmétisées ; la démonstration de Legendre est arithmétisée. C'est précisément pour cela qu'elle est susceptible d'une exposition très précise et très concise à la fois ; pendant longtemps elle est restée la seule démonstration rigoureuse."* [45]

Lebesgue ajoute à ce propos : *"Dans un mémoire de C. Jordan on trouve la démonstration actuellement la plus employée, qui consiste à raisonner sur une calotte polyédrale à un seul bord. Je ne sais, ni si Jordan est le premier auteur de cette démonstration, ni à quelle date remonte la première démonstration rigoureuse qui suivit celle de Legendre."* [46]

Pour tenter de répondre à la question de Lebesgue, il faut examiner la démonstration qu'Augustin Cauchy propose en 1813 du résultat d'Euler.
Elle consiste à considérer la surface polyédrale ouverte obtenue en ôtant une face au polyèdre (supposé implicitement convexe). Le théorème d'Euler revient à montrer que, pour la surface ouverte ainsi formée $F+S-A = 1$. La démonstration de ce dernier résultat est effectuée par un processus de "recollement" à partir de l'une des faces pour laquelle le résultat annoncé est évident (car on a alors $F=1$ et $S=A$). Cauchy reconstitue la surface polyédrique par adjonction des faces supplémentaires. Cependant la rigueur de sa méthode de dénombrement des sommets et arêtes à chaque étape laisse quelque peu à désirer :

"En effet supposons les divers polygones réunis successivement autour de l'un d'entre eux pris à volonté. Soit a et s les nombres de côtés et de sommets du premier polygone, a' et s' les nombres de côtés et de sommets du second polygone qui ne lui sont pas communs avec le premier, a" et s" les nombres de côtés et de sommets du troisième polygone qui ne lui sont pas communs avec les deux premiers, etc., vous aurez les équations suivantes :

$$a = s \qquad a' = s' + 1 \qquad a'' = s'' + 1 \qquad \text{etc.}$$

En ajoutant toutes ces équations qui sont en nombre égal à F, et en observant que

$$a + a' + a'' + \ldots etc = A \qquad s + s' + s'' + \ldots etc = S$$

on aura l'équation $A = S + F - 1$ *équivalente à celle trouvée ci-dessus."* [47]

Camille Jordan ne rejette pas la méthode de Cauchy qu'il perfectionne sensiblement dans le *Journal de Crelle*[48], en introduisant la notion de polyèdres "eulériens": *tout contour tracé sur leur surface et ne se traversant pas lui-même divise cette surface en deux régions séparées* (cette notion comprend les polyèdres convexes, mais exclut évidemment les polyèdres toriques).
Jordan détache du polyèdre eulérien une calotte polyédrique simple à l'aide d'un contour fermé. Par "déchirements" successifs (la ligne de déchirement doit avoir ses extrémités sur le bord de la calotte et ne pas se traverser elle-même), le problème se ramène à celui d'une calotte comportant une seule face c'est-à-dire à un polygone plan pour lequel le résultat annoncé est évident. La démonstration repose sur le fait que, si le résultat $F+S-A = 1$ est vrai pour deux calottes partielles, il le demeure pour la calotte obtenue par recollement. Très simple dans son principe, la démonstration de Jordan reconstitue

[45] Cf. [Lebesgue 1924, p. 319-320].
[46] Cf. [Lebesgue 1924, note p. 320]. Le mémoire de Jordan cité ici est [Jordan 1866b].
[47] Cf. [Cauchy 1813, p. 80].
[48] Cf. [Jordan 1866b, p. 35-38].

de manière correcte le raisonnement de Cauchy et l'élargit à une catégorie de polyèdres plus étendue que les polyèdres convexes.

Le traité de *Théorie des nombres* de Lucas reproduit le résultat d'Euler[49] avec une démonstration qui est celle de Jordan adaptée au cas simple d'un polyèdre convexe. Le processus de recollement consiste à reconstruire la surface polyédrique à partir de l'une de ses faces (selon le principe de Cauchy), par adjonction d'une face supplémentaire à chaque étape. Lucas utilise le procédé de recollement de Jordan : si la relation F+S -A = 1 est vraie pour une surface polyédrale ouverte, elle le demeure par adjonction d'une face supplémentaire tant que la surface demeure ouverte. Elle se transforme en F+S -A = 2 lorsque la surface se ferme et que le polyèdre est reconstitué.

Une remarque s'impose : la démonstration imparfaite de Cauchy entraîne la réflexion de Jordan, dont Lucas présente une forme simplifiée. Pourtant Lucas ne reconnaît à ce sujet que la paternité de Cauchy. Dans le 4e volume des *Récréations* , où est reproduite la démonstration du traité de *Théorie des nombres* , on peut lire en effet : *"la démonstration que nous donnons ici est due à Cauchy."* [50]
C'est cette démonstration de Cauchy-Jordan que Lebesgue considère en 1924 comme "actuellement la plus employée".
Il faut remarquer que la réflexion de Jordan se poursuit et le conduit à définir dans sa note aux *Comptes Rendus* de 1866 l'espèce d'une surface (les polyèdres de l'espèce (0, 0) étant ceux qu'il désigne comme eulériens)[51]. Il mentionne à ce propos les travaux de Riemann, qui semblent inconnus de Lucas en 1891.

Hadamard, Lebesgue et les "petits dessins" d'Euler

En 1907, Jacques Hadamard émet dans *L'Intermédiaire des mathématiciens* un jugement sévère sur la démonstration de Cauchy :
"Je considère comme un des faits les plus remarquables de l'histoire de la Science l'erreur qu'a commise Cauchy en croyant démontrer le théorème d'Euler (F+S=A+2) sans introduire aucune hypothèse sur la nature du polyèdre étudié.
C'est, en effet, un principe d'une importance primordiale qui lui a ainsi échappé et qu'il a laissé à Riemann la gloire de découvrir : le rôle fondamental de l' Analysis situs *dans les Mathématiques."* [52]

Il renouvelle ce jugement en 1909, dans l'analyse qu'il fait du rôle de la géométrie de situation [53] :
" L'un des premiers travaux de Cauchy fut précisément un mémoire publié en 1813 et consacré à des recherches géométriques sur les polyèdres. Cauchy commence, après Legendre, par y donner une démonstration du théorème d'Euler.
Or les vérifications d'Euler et le raisonnement de Cauchy portent, au fond, sur des polyèdres particuliers et, en fait, il se trouve que le théorème d'Euler est faux. Si aucun des solides auxquels on songe à première vue ne met en évidence son inexactitude, c'est qu'aucun d'eux ne présente d'anses [...] Il en est tout autrement si de telles anses

---

[49][Lucas 1891a, p. 115-116] :*"Dans tout polyèdre convexe, le nombre des arêtes augmenté de 2 est égal au nombre des faces augmenté du nombre des sommets"* .
[50]Cf. [Lucas 1894a, note p. 163].
[51]Cf. [Jordan 1866a].
[52]Cf. [Hadamard 1907, p. 31].
[53]Cf. [Hadamard 1909a, p. 816].

existent, pour des surfaces annulaires par exemple. Prenons trois baguettes prismatiques, assemblons- les en triangle. La somme du nombre de faces et du nombre des sommets d'un tel solide ne sera pas supérieure au nombre des arêtes : elle lui sera précisément égale. Si maintenant le solide avait deux anses - ce qui arriverait par exemple si, au solide précédent, on collait par une face un solide analogue - la somme du nombre des faces et du nombre des sommets serait inférieure (de deux unités) au nombre des arêtes.
Non seulement, comme on le voit, Cauchy s'était laissé égarer par l'exemple d'Euler ; mais la lacune qu'il laissait subsister tenait à la même cause qui devait arrêter sous sa plume le développement de la théorie des fonctions algébriques : à tel point que l'on peut se demander si, par une vue plus complète d'une question de géométrie élémentaire, il aurait laissé à son continuateur la gloire de jeter les fondements définitifs de cette théorie."

Hadamard conclut son propos : *"Après les considérations précédentes, nous sommes déjà moins enclins à blâmer Euler d'avoir consacré quelques pages de son oeuvre immense à de petits dessins comme ceux que je vous figurais tout à l'heure [...] Une foule de questions de même espèce ont été traitées tant par Euler lui-même que par nombre de ses successeurs ; elles ont leur place dans les recueils de récréations mathématiques et ne trouvent guère l'occasion d'en sortir. Seule, celle qu'a soulevé Riemann a la portée que nous venons de lui reconnaître dans ce qui précède. L'important était de poser celle-ci et non les autres."* [54]
Cependant dans la démonstration qu'il donne du théorème d'Euler pour les surfaces polyédrales ouvertes simplement connexes, Hadamard reproduit une démonstration analogue à celle de Jordan[55].

Hadamard critique également en 1907 les "lacunes graves" de la démonstration par laquelle Cauchy veut établir l'égalité des polyèdres convexes ("deux polyèdres convexes qui ont les faces égales chacune à chacune et assemblées de la même façon sont égaux ou symétriques") : *"L'avenir montrera sans doute que, cette fois, il n'y a pas erreur à proprement parler, en ce sens que le théorème est probablement exact. Mais, jusqu'à présent, on ne doit point le considérer comme démontré, et la réfection de cette démonstration serait une tâche digne de tenter les chercheurs."*[56]

Cet appel peut avoir éveillé l'intérêt de Lebesgue pour les théorèmes concernant les polyèdres. Ce dernier donne en effet en 1909 dans *L'Intermédiaire des Mathématiciens* la démonstration complète du théorème de Cauchy relatif à l'égalité des polyèdres convexes et écrit alors à Émile Borel[57] :

(lettre du 5 octobre 1909) *"Vous ne lisez naturellement pas l'*Intermédiaire des mathématiciens, *moi non plus. On peut y voir une conquête récente de la géométrie élémentaire et de l'*Analysis situs *: la démonstration, que je crois complète du théorème de Cauchy sur l'égalité des polyèdres convexes ayant des faces égales. La difficulté que l'on croyait voir au raisonnement de Cauchy n'existait en réalité pas".*

---

[54]Ibid. p. 824.
[55]Cf. [Hadamard 1909b].
[56]Cf. [Hadamard 1907, p. 31].
[57]Cf. [Lebesgue 1909] et [Lebesgue 1991, p. 201 et 203]. L'importance qu'il attache à cette question apparaît dans la lettre non datée qu'il envoie à Émile Borel [Lebesgue 1991, p. 183]. On peut consulter aussi la lettre de Lebesgue à Borel du 20 mai 1910 [Lebesgue 1991, p. 240].

(lettre du 9 octobre 1909) *"Il paraît que le Cauchy présentait une difficulté, j'avais entendu dire cela au moment des leçons d'agrégation et, respectueux, je l'ai cru sur parole d'autant plus qu'Hadamard l'a répété à diverses reprises. C'était ceci : quand les arêtes ne sont pas toutes affectées de signes, celles qui en ont peuvent former des divisions non simplement connexes et le $F+S = A+2$ ne marche plus. Mais il suffit de regarder pour voir que cette inégalité et les analogues sont modifiées dans un sens tel que l'impossibilité d'où découle la conclusion de Cauchy est plus manifeste encore. J'étais tellement persuadé de la réalité de la difficulté que je n'ai fait cette vérification qu'après avoir recherché un artifice géométrique tranchant la difficulté et parce que cet artifice prouvait clair comme le jour qu'il ne saurait pas y avoir de difficulté."*

Lebesgue analyse la démonstration d'Euler de $F+S = A+2$. Malgré les objections qu'elle suscite, il est possible de tirer parti du raisonnement d'Euler, à condition d'élargir le sens du mot "polyèdre" grâce à la notion d'homéomorphie, d'utiliser des arcs de Jordan pour subdiviser la surface. On prouve alors sans difficulté que *"lorsqu'un polyèdre P a plus d'un sommet on peut subdiviser autrement sa surface de façon à obtenir un polyèdre P' ayant un sommet de moins"*, la construction ainsi effectuée étant *"à une modification insignifiante près, celle d'Euler"*.

Lebesgue démontre en fait l'égalité généralisée $F + S - A = 3 - B$, où B désigne le nombre de Betti de la surface : *"la démonstration qui nous y a conduit diffère à peine de certaines de celles qu'on emploie maintenant ; aussi fait-elle bien voir, il me semble, combien nos procédés actuels sont proches des considérations qui se sont présentées à Euler quand, le premier, il s'occupa de ces questions."* [58]

[58] Cf. [Lebesgue 1924, p. 328-333].

11-Péripéties autour de la réédition des oeuvres de Fermat

Ce chapitre est constitué à partir de pièces issues des Archives de l'Assemblée Nationale, de celles de l'Académie des sciences, du dossier Libri aux Archives Nationales, des archives personnelles de la famille Lucas à Amiens, de la correspondance de Gaston Darboux, et de celle de Paul Tannery.

Fermat à la Chambre et au Sénat

"Il est triste de penser que les Oeuvres de Fermat (l'illustre créateur de méthodes arithmétiques), que l'on ne trouve plus en librairie, ont été réimprimées en 1861 ... à Berlin."[1]
Cette phrase constitue la première expression que nous avons trouvée de l'intérêt que Lucas porte à la réédition des oeuvres de Fermat[2].

Charles-Ange Laisant annonce au congrès de l'AFAS de 1879 qu'Édouard Lucas prépare avec Charles Henry une édition complète des oeuvres de Fermat (le crédit de 25000F voté en 1843 pour la publication de ces oeuvres n'a jamais été employé). Quelques observations sur la situation en France de la science des nombres et sur les découvertes de Lucas sont formulées à cette occasion :
"Celles-ci ont reçu l'approbation des hommes les plus éminents, de MM. Genocchi, Tchebichef, Bouniakowsky, Sylvester, par exemple ; elles sont professées dans plusieurs universités étrangères, en Allemagne surtout [3]*, mais elles semblent presque ignorées en France. Comment s'en étonner, quand on songe que le culte de Fermat lui-même, de cet illustre français, immortel fondateur de l'arithmétique supérieure, est complètement délaissé en France [...] et tandis que les oeuvres complètes de Fermat attendent encore, en France leur réimpression, des libraires de Berlin, MM. Friedländer, publiaient à*

---

[1]Lettre de Lucas au directeur de l'enseignement du 11 juillet 1877. L'ouvrage de Fermat dont il s'agit dans cette lettre est [Fermat 1679] réimprimé à Berlin en 1861 par Friedländer et Filius.

[2]Certaines notes manuscrites non datées ont été trouvées dans les archives personnelles de la famille Lucas. Elles montrent que Lucas s'intéresse de manière critique à un plan de publication proposé par Arago en 1843. Nous les reproduisons ci-dessous :
"Remarques sur le plan d'Arago.
Le plan qu'Arago proposait à l'édition de Fermat marquerait une singulière étroitesse d'esprit, si cette manière de voir ne s'expliquait par des dessous de cartes, le désir d'ennuyer Libri, son ennemi personnel.
p. 521
Il y a dans les Opera Varia *certains articles, ceux par exemple qui traitent des carrés magiques, qu'il semblerait complètement inutile de reproduire.*
Ceci est absurde : les carrés magiques ne sont plus des inutiles nugae *depuis que ... (carrés diaboliques, etc...)*
p. 523
Les pages dans lesquelles l'illustre magistrat de Toulouse exposa sa méthode différentielle eussent formé la partie principale de la publication.
p. 525
Nous pensons que ce serait commettre une faute réelle que de tourner trop vivement l'attention du public vers l'analyse indéterminée, que d'exciter les jeunes géomètres à porter leurs efforts sur la théorie des nombres... etc, etc.
Libri a réfuté victorieusement toutes ces remarques dans la Revue des Deux Mondes *(art. Fermat)."*

[3]Cette affirmation semble hasardeuse pour l'Allemagne, par contre justifiée pour la Russie grâce à l'enseignement de Tchebychev à Saint-Pétersbourg (voir chapitre 13).

leur frais, en 1861, une réimpression d'une partie des oeuvres de Fermat, les Varia opera mathematica, *conforme à l'original, dont la plus grande partie est en français."* [4]

Le projet de Lucas et Henry, s'il aboutit, doit ainsi rendre service "à la science française". Cependant l'éditeur pressenti est berlinois (sans doute est-ce à nouveau Friedländer). Deux lettres de Paul Tannery à Jules Houël du 20 mars et du 5 juillet 1880 font mention en effet de *"l'édition de Fermat, qu'on annonce depuis longtemps déjà comme devant être donnée à Berlin par Lucas."* [5]

Charles Henry écrit pour sa part à Paul Tannery le 26 août 1880[6] :
"Je vous remercie aussi de l'intérêt que vous témoignez à notre édition de Fermat. Malheureusement, elle ne va pas, pour différents motifs, aussi vite que nous le désirerions. Tout récemment, M. Casimir Richaud a bien voulu me signaler, à Toulouse, l'existence d'un manuscrit de Fermat qui se trouverait à la suite des Problèmes plaisants et délectables *de Bachet. Les Bibliothécaires n'ont pu retrouver ni exemplaire, ni manuscrit. Depuis quinze jours, je cherche une personne qui consentirait à s'assurer personnellement du fait et à faire, au besoin, quelques recherches. En tout cas, nous espérons bien voir paraître l'édition de Fermat à la fin de l'année prochaine."*

Dans le contexte qui entoure encore les relations franco-allemandes, l'événement que constitue une édition à Berlin émeut les autorités françaises et le député Charles-Ange Laisant défend à la Chambre une proposition de loi ayant pour objet la publication, aux frais de l'État français, des oeuvres de Fermat[7].

"Tout récemment, d'importantes pièces dues à Fermat étaient découvertes ; et aujourd'hui, grâce surtout aux recherches d'un jeune savant français qui s'est attaché depuis une vingtaine d'années à recueillir les éléments de l'oeuvre de Fermat et qui s'est fait connaître lui-même par de remarquables travaux sur la théorie des nombres, nous pouvons dire qu'il ne manquera aucune pièce à l'oeuvre de ce grand géomètre. [...] Ajoutons que, dès 1861, des libraires de Berlin ont réimprimé un recueil, en langue française, des oeuvres de notre illustre compatriote. Mais cette édition est loin d'être complète.
Dans tous les cas, ne serait-il pas douloureux de voir la France abandonner aux nations étrangères le culte de ses grands hommes ?
[...] En outre, pour ne rien laisser de côté, le savant auquel serait confié le soin de l'édition devrait se livrer à quelques recherches dans les bibliothèques d'Angleterre et d'Italie, où il existe certaines copies de manuscrits inédits de Fermat. [...] Il est entendu que la publication serait faite sous les auspices du ministre de l'Instruction publique et sous la haute direction d'une commission désignée par lui, commission dans laquelle figureraient notamment des membres de l'académie des sciences." (extrait de l'intervention de Laisant devant la Chambre, séance du 16 février 1882).

---

[4] Cf. [Laisant 1879, p. 74-75].
[5] Cf. [Tannery 1939, p. 223 et 226].
[6] Cf. [Tannery 1939, p. 97].
[7] La proposition est défendue par MM. Laisant, Hervé, Mangon, députés. Le ministre de l'Instruction publique est Jules Ferry du 30 janvier au 7 mars 1882, suivi de Duvaux jusqu'au 21 février 1883, où Jules Ferry revient à l'Instruction publique.

Trois rapports sont faits au nom des Commissions chargées d'examiner la proposition de loi. Ils sont dus à Viette[8], à Laisant[9], au Général Arnaudeau[10], et mentionnent les noms d'Édouard Lucas, de Charles Henry, ainsi que le rôle joué antérieurement par Despeyroux (professeur à Toulouse).

Au cours de son rapport, Laisant rappelle l'histoire mouvementée de la publication des oeuvres de Fermat[11]. Le premier projet de loi remonte au 28 avril 1843 (rapporteur Arago) avec le Ministre de l'Instruction publique Villemain ; il aboutit à la désignation d'une Commission en 1844 comportant Gugliemo Libri chargé de l'édition, aidé du jeune mathématicien Despeyroux[12] ; le seul résultat de leur collaboration est en 1845 la mission de Despeyroux à Vienne pour rechercher des textes inédits concernant la polémique de Fermat avec les cartésiens sur la réfraction[13]; le 6 juin 1848, le Ministre de l'Instruction publique Salvandy relève Libri de ses fonctions, ce dernier étant soupçonné de détournement de livres et manuscrits. En 1848 un procès s'engage ; Libri quitte la France et est remplacé dans la Commission par Gabriel Lamé. Cependant la seconde Commission, pas plus que la première, ne commence la publication ; sans doute ne se croit-elle pas en possession de tous les manuscrits de Fermat existants, notamment de ceux que Libri aurait emportés à Londres. Le rôle de Despeyroux est rappelé par Laisant :
"Le membre survivant de la Commission, M. Despeyroux, voyant qu'il ne pouvait mener à bien l'édition entreprise, mais soucieux d'honorer la mémoire de son grand compatriote, a confié à un éminent artiste, lui aussi originaire de Toulouse, M. Falguière, l'exécution d'une statue de Fermat [...] Cette statue est due exclusivement à la générosité de M. Despeyroux, qui en fait à lui seul tous les frais."

Le rapport du Général Arnaudeau contient quelques précisions sur les rôles de Lucas et Henry : *"M. Édouard Lucas, qui est au premier rang parmi les savants voués à la théorie des nombres, a été amené, par la nature de ses travaux, à s'occuper des oeuvres de Fermat qu'il connaît à fond. M. Charles Henry, bibliothécaire à la Sorbonne, autre chercheur des propriétés des nombres, s'est consacré avec ardeur et persévérance à la poursuite des manuscrits de Fermat."* Les recherches de Charles Henry (publiées dans le *Bulletino* [14] de Boncompagni) constituent un inventaire de tout ce qui a été retrouvé, soit en original, soit en copie, des écrits de Fermat, avec l'indication des perquisitions qui restent encore à faire dans certaines bibliothèques privées d'Italie et d'Angleterre.

La proposition de loi est adoptée par la Chambre (13 mai 1882) et par le Sénat (24 juin 1882). Elle comporte l'ouverture d'un crédit de 25000F.

La *Notice sur les titres et travaux de M. Lucas* datée de juillet 1880[15] nous donne un plan de l'ouvrage envisagé par l'auteur :
"L'édition préparée avec C. Henry comprendra

---

[8]Chambre des députés, annexe au P-V de la séance du 6 mars 1882.

[9]Chambre des députés, annexe au P-V de la séance du 4 mai 1882.

[10]Sénat, annexe au P-V de la séance du 24 juin 1882.

[11]Ce rapport est à rapprocher de l'historique fait dans l'"Avertissement" au premier volume des *Œuvres de Fermat*, publiées par les soins de Paul Tannery et Charles Henry, cf. [Fermat 1891, p. XX].

[12]Professeur à la Faculté des sciences de Toulouse, décédé 6 août 1883. Depuis le début, Libri refuse de lui communiquer les pièces inédites qu'il a en sa possession.

[13]Une référence est donnée au *Journal des Savants* de 1845.

[14]Cf. [Henry 1879] et [Henry 1880a].

[15]Archives de l'Académie des sciences, dossier personnel Ed. Lucas.

1°- Une introduction détaillée sur la vie et l'oeuvre de Fermat
2°- Les annotations de l'ouvrage de Diophante avec l'exposé des questions de l'arithméticien grec et l'historique détaillé de chaque problème
3°- Les Varia Opera mathematica *enrichis de notes historiques et mathématiques*
4°- Les écrits de Fermat épars dans divers recueils
5°- Les pièces inédites récemment publiées dans le Bulletino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche *par C. Henry*
6°- Des documents nouveaux."

Dans un brouillon d'une lettre non datée, vraisemblablement adressée à Laisant peu après le vote de la Chambre[16], Lucas donne une estimation de la taille de l'ouvrage envisagé et des recherches à effectuer :
"Mon cher ami,
Les manuscrits de Fermat, dont je vous parlais se trouvent à Florence, chez le marquis Venturi Ginovi Lisci, héritier et descendant de Magalotti : ce sont probablement des lettres de Fermat à Torricelli. Il y a encore des manuscrits à Londres, chez Lord Ashburnham qui a acheté la Bibliothèque de Libri, mais nous ne savons rien de plus. Enfin il y a à Vienne des originaux de la correspondance de Fermat avec Descartes ; mais il ne sera pas nécessaire d'y aller, car nous possédons des copies. Il faudra aussi faire faire des recherches à Bordeaux, à Oxford à cause des relations de Fermat avec Despagnol et Wallis. Tout ceci entre nous, car ce sont des pistes qu'il nous a été difficile de trouver et qu'il serait pénible de nous voir enlever.
Sur le chapitre crédit il ne faut pas oublier qu'il y a des figures très nombreuses, que dans les 750 pages calculées n'entrent ni traduction, ni commentaires, seulement quelques notules, que ce nombre de 750 pages est un minimum, enfin que nous sommes forcément deux à faire ce travail : toutes ces raisons rétrécissent singulièrement la marge qui sépare les 10000 francs - prix supposé du volume - des 25000f, chiffre de [notre] crédit."

Le 28 juillet 1882 est nommée une Commission de publication composée de Bertrand, Darboux, Puiseux, Serret, Lucas et Henry. Sur avis de la Commission, Lucas et Henry sont alors envoyés en mission en Italie pour y recueillir tous les documents concernant les écrits de Fermat.

Le 11 octobre 1882, Lucas prévient Luigi Cremona de son départ pour l'Italie : *"je suis envoyé en mission par le gouvernement, jusqu'à Florence, au sujet de la publication des oeuvres de Fermat, et je compte aller jusqu'à Rome."*[17]

Lettre de Charles Henry à Paul Tannery (18 octobre 1882)[18] :
"Je viens de recevoir votre exemplaire de Fermat, je me suis convaincu qu'il nous serait très utile. Je le conserverai le moins longtemps possible.
Permettez-moi de vous prier d'agréer, de la part de M. Lucas et la mienne, l'expression de notre reconnaissance. Votre bien dévoué C. Henry

[16]Archives de la famille Lucas.
[17]Lettre de Lucas à Cremona, 11 octobre 1882,*La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)* , vol. I, (Quaderni della Rivista di storia della scienza), Università di Roma "*La Sapienza* ", n.1 (1992). Voir chapitre 13.
[18]Cf. [Tannery 1939, p. 103]. Charles Henry fait allusion à une édition antérieure des oeuvres de Fermat prêtée par Tannery.

P.S.- Nous partons lundi pour l'Italie ; je suis absolument à votre disposition pour les commissions que vous pourriez avoir."

La querelle

Une lettre du Ministre parvient au Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences le 15 décembre 1882[19] :

Monsieur le Secrétaire perpétuel,

L'Académie des sciences n'ignore pas que mon département a entrepris la publication des oeuvres de Fermat. Sur avis de la Commission que j'ai nommée à cet effet, j'ai envoyé MM. Lucas et Henry en Italie pour y recueillir tous les documents, lettres et mémoires que les relations de Fermat avec les savants italiens de son temps ont pu disperser dans les bibliothèques publiques et privées de ce pays.

Les recherches de nos deux chargés de mission ont déjà donné d'heureux résultats. L'un des plus précieux est celui que nous devons à l'aimable obligeance et au zèle pour la science de M. le Prince Boncompagni qui a bien voulu communiquer à MM. Lucas et Henry deux volumes de manuscrits contenant trente lettres inédites.

L'Académie des sciences ne jugera-t-elle pas qu'il y aurait peut-être lieu de témoigner notre reconnaissance à M. le Prince Boncompagni en faisant figurer à son compte-rendu hebdomadaire une mention de ce fait avec l'expression de nos remerciements ?

Agréez, Monsieur le Secrétaire perpétuel, l'assurance de ma haute considération.

Le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts.

L'Académie des sciences exprime sa reconnaissance au Prince Boncompagni et la Commission chargée de la publication des oeuvres de Fermat prie les personnes qui auraient en leur possession des documents relatifs à Fermat de vouloir bien en informer l'Académie[20].

Mais au cours de leur voyage, une querelle intervient entre les deux chargés de mission qui se séparent à Nice à la fin du mois de novembre 1882 ; Lucas rentre seul à Paris tandis que Henry poursuit son voyage vers Rome.

Nous avons très peu d'information sur la nature de cette querelle mentionnée laconiquement à la fin de la lettre de Charles Henry à Paul Tannery en date du 18 novembre 1882 :

"Lorsque j'ai reçu votre lettre, j'avais bien l'intention d'étudier la question de Diophante, qui est si intimement liée à celle de Fermat [...] Mes recherches jusqu'ici ont été assez fructueuses : une lettre inédite de Galilée, une lettre inédite de Lagrange, des manuscrits inédits de Fermat. Peut-être y aura-t-il quelque problème inédit ? [...] je vous écris loin de toute espèce de livres, sur des notes informes, dans un de ces entractes si désagréables en voyage, attendant un train [...] Votre bien dévoué

C.Henry

A Rome (poste restante)

P.S.- M. Lucas m'a quitté à Nice." [21]

Une note de l'Académie des sciences apporte les précisions suivantes[22] :

---

[19]*Archives Académie des Sciences,* pochette de séance du 18 décembre 1882.

[20]*Comptes-Rendus* , vol **95**, 1882 (2e semestre), p. 1266.

[21]Cf. [Tannery 1939, p. 103-105].

"Fermat
La loi de finances du 13 juillet 1882 accorde au Ministre de l'Instruction publique une somme de 25 000 francs pour la publication des Lettres de Fermat.
Le 28 juillet, M. Jules Ferry nomme la Commission de publication. En font partie MM. Bertrand, Darboux, Puiseux, Serret, Lucas et Henry.
Le jeudi 17 août, la Commission examine la question des voyages à Londres et à Florence où doivent se rendre MM. Lucas et Henry.
Le lundi 16 octobre, la Commission décide que MM. Lucas et Henry partiront le 23 pour l'Italie. Ils estiment la durée de leur voyage à environ trois mois et la dépense à mille francs par mois pour chacun.
Le 17 octobre on accorde la mission et 2000F à chacun de ces deux messieurs.
Le 20 novembre, M. Lucas se sépare de M. Henry. M. Henry avise le Ministère de la conduite de son collaborateur et promet de redoubler d'ardeur, malgré les embarras que lui crée M. Lucas. Ce dernier rentre à Paris et dans divers rapports se plaint de plus en plus de M. Henry. M. Lucas propose M. Tannery comme membre de la Commission. Il sait le grec, M. Henry l'ignore. On prie M. Egger [23]*de faire connaître son avis sur les capacités de M. Henry relativement à la langue grecque. M. Egger examine M. Henry. Il a pleinement confiance en M. Tannery mais on convient de ne faire appel à ce dernier qu'après avoir constaté l'insuffisance de M. Henry.*
L'arrêté du 29 mars 1885 nomme membres de la Commission Fermat MM. Jordan et Tannery en remplacement de MM. Puiseux et Serret, décédés."

La lettre de Darboux à Houël du 3 février 1883 fait, elle aussi, état des dissensions entre Lucas et Henry[24] :
"Et la Commission Fermat, voilà encore qui nous donne de l'ouvrage. Sans qu'on ait consulté qui que ce soit de compétent, sauf Laisant, on a chargé Lucas et Henry (Charles) de la publication de ces oeuvres. Lucas lui-même avait désigné Henry. Au commencement de l'année ces Messieurs ont demandé à aller en Italie. Lucas devait éclaircir la partie mathématique, Henry devait lire les textes. Voilà qu'à partir de Nice, ils se mettent à se disputer. Lucas nous écrit une lettre pour le Ministre, demandant la révocation d'Henry qu'il considère comme son secrétaire. Il avait même envoyé une copie de l'arrêté à prendre, toute prête à signer. Il arrive à Rome, monte les 150 marches de Carrare du prince Boncompagni, fait fermer toutes les portes à Henry, etc. Vous voyez quel joli effet cela faisait : deux missionnaires de la France en si parfait accord. Enfin on a rappelé Lucas et nous voilà réduits à faire les Oeuvres de Fermat avec deux rédacteurs qui ne s'entendent pas. Henry est loyal et honnête. Egger garantit qu'il sait le grec, mais hélas il ne sait pas les mathématiques."

La nature exacte de la querelle entre Lucas et Henry demeure inconnue. L'introduction à la correspondance entre Paul Tannery et Charles Henry précise qu'elle est *"d'ordre intime"*[25]. Nous formulons à ce propos quelques hypothèses.
Au lycée d'Amiens, Lucas a reçu une formation moderne grâce à la réforme Fortoul , où le poids des langues anciennes est allégé (moins de latin et pas du tout de grec). Une

[22]*Archives de l'Académie des sciences*, pochette de séance du 26 février 1883. Le classement de cette note est visiblement erroné.
[23]Émile Auguste Egger, né en 1813, est docteur ès lettres et agrégé de lettres. Il est successivement professeur au lycée Saint-Louis, Charlemagne. Il devient maître de conférences à l'ENS en 1839, puis en 1840 professeur de littérature grecque à l'Université de Paris et titulaire de chaire en 1855. Il est membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres.
[24]*Archives Académie des Sciences,* dossier personnel Darboux (correspondance).
[25]Cf. [Tannery 1939, p. 87].

aide lui est nécessaire à la traduction des textes anciens. Entre Lucas et Henry, il peut s'agir alors d'une question de préséance : Lucas se considère comme seul responsable de la publication car il connaît les mathématiques, alors qu'Henry ne peut être que traducteur des textes anciens, avec des compétences contestées en ce qui concerne le grec. Henry refuse-t-il ce rôle de subordonné ? Lucas demande sa révocation, et propose lui-même Paul Tannery comme membre de la Commission. Notons que les conclusions de l'expertise demandée à Émile Egger demeurent très prudentes.

L'arrivée de Paul Tannery

Paul Tannery (1843-1904)
Après des études classiques au Mans et à Caen, Paul Tannery entre à l'École Polytechnique en 1860. A sa sortie, il devient ingénieur à la Manufacture des tabacs de Lille. Après la guerre franco-prussienne qu'il fait comme capitaine d'artillerie et où il participe au siège de Paris, il est envoyé à la Manufacture des tabacs de Bordeaux, du Havre, avant de revenir en juin 1883 comme ingénieur à Paris.
Son intérêt pour les langues anciennes et pour les mathématiques se manifeste dans de nombreuses publications. Ainsi, à partir de 1876, il écrit dans la *Revue philosophique de la France et de l'étranger* des articles sur les mathématiques au temps de Platon, donne un cours privé d'histoire des mathématiques à la Faculté des sciences de Paris en 1884-1885 et publie une série d'articles sur la géométrie grecque dans le *Bulletin des sciences mathématiques*. Il envisage en 1883 un projet d'édition des manuscrits de Diophante. Sa participation à l'édition des oeuvres de Fermat devient officielle à partir de 1885.
A la fin de l'année 1886 il doit à nouveau quitter Paris pour diriger la fabrique de tabac de Tonneins (Lot et Garonne), ce qui complique son travail sur Fermat. Directeur de la fabrique de tabacs de Bordeaux en 1888, il y reste deux ans. Il ne revient à Paris qu'en 1890 où il se consacre aux travaux concernant l'édition des oeuvres de Fermat, dont les volumes vont se succéder de 1891 à 1896 (Charles Henry publie en 1912 un volume de compléments et un 5e volume voit le jour en 1922 sous la responsabilité de C. de Waard). Les manuscrits de Diophante sont publiés par Tannery à Leipzig en 1893-1895.
En 1892, Tannery supplée Charles Levêque dans la chaire de philosophie gréco-latine au Collège de France. Il songe à une édition des oeuvres et de la correspondance de Descartes et, pour s'y consacrer, renonce à succéder à Levêque.
Une chaire se libère en histoire des sciences au Collège de France en 1903 et Tannery est classé en tête par l'Assemblée des professeurs du Collège, mais le ministre lui préfère Grégoire Wyrouboff. Paul Tannery meurt l'année suivante.

Paul Tannery accueille favorablement la proposition de Lucas, concernant sa participation à la commission Fermat, comme le prouvent les lettres qu'il envoie au début de l'année 1883.

Lettre de Paul Tannery à Jules Houël du 31 janvier 1883[26]:
"Pour Fermat, vous me parlez comme si mes espérances étaient déjà réalisées, quand en fait, j'ignore quand elles pourront l'être. Au reste, si jamais elles le sont, je n'abuserai de votre complaisance que si vous y tenez absolument, car en fait je me prépare depuis dix ans à faire des éditions critiques d'auteurs grecs comme on le fait en Allemagne, et je me crois désormais assez ferré sur la matière. Au reste, j'ai vu, entre les mains de Lucas, les manuscrits des pièces inédites qui appartiennent au Prince Boncompagni. Ce sont des copies d'Arbogast, qui, comme latin, sont au moins aussi

[26]Cf. [Tannery 1939, p. 241].

fautives que les Varia*. J'ai du reste eu la chance de faire immédiatement quelques lectures heureuses sur des passages embarrassants.*
Mais ce sur quoi je voudrais surtout votre opinion, ce serait sur des points comme les suivants :
Le format de l'édition.
La façon de publier le texte ; faut-il faire tout à fait une édition critique ou non ?
Faut-il une traduction française des morceaux latins ?
Quel ordre adopter ?
Vaut-il mieux un commentaire perpétuel ou réunir à part les commentaires en se bornant, pour le texte, aux notes indispensables pour l'intelligence immédiate ? "

Lettre de Paul Tannery à Friedrich Hultsch du 1er février 1883[27] :
"Au reste, pour le moment, je suis en pourparlers pour m'occuper, à titre de collaborateur, de l'édition des oeuvres de Fermat qui doit se faire aux frais du gouvernement français."
Lettre de Paul Tannery à G. Teichmüller du 8 mars 1883[28]:
"Je cherche à me faire attacher officiellement à la collaboration pour cette édition, ce qui me procurerait l'avantage d'obtenir la résidence à Paris et de pouvoir, par suite, poursuivre plus commodément qu'au Havre les études qui me sont chères."

Les lettres inédites de Paul Tannery

La correspondance entre Tannery et Lucas révèle un échange qui remonte à la fin de l'année 1882, antérieur à la rupture entre Lucas et Henry. Les trois lettres de Tannery reproduites ci-dessous sont inédites et proviennent des archives personnelles de la famille Lucas à Amiens. Elles sont datées du 16 octobre, 21 décembre et 30 décembre 1882.
Nous reproduisons également en regard deux lettres d'Édouard Lucas à Paul Tannery publiées dans la correspondance de Tannery ; elles portent les dates du 17 décembre 1882 et du 29 janvier 1883[29].

La première lettre de Tannery à Lucas apporte un éclairage sur la collaboration souhaitée par son auteur, dans le cadre d'une édition couplée des oeuvres de Pierre de Fermat et d'une traduction du *Diophante* de Samuel Fermat.

Manufacture des tabacs du Havre, 16 octobre 1882

Monsieur,
Suivant le désir de M. Charles Henry, je lui ai adressé aujourd'hui mon exemplaire de Fermat ; je souhaite sincèrement, mais sans grand espoir à la vérité, qu'il puisse vous être à tous deux de quelque utilité pour l'édition que vous préparez.
J'ai une question à vous faire au sujet de cette édition. J'ignore absolument quel parti vous prendrez pour la publication des annotations sur Diophante, et comment vous comptez expliquer leurs relations soit avec le texte de Diophante, soit avec le commentaire de Bachet. Le plus simple me paraît que vous donniez sur chaque annotation les explications nécessaires, et c'est ce que je suppose que vous avez

[27]Cf. [Tannery 1939, p. 269].
[28]Cf. [Tannery 1943, p. 501].
[29]Cf. [Tannery 1939, p. 477-480].

l'intention de faire. J'admets aussi que vous publierez le travail du P. de Billy qui a été imprimé dans le Diophante *de Samuel Fermat*[30]*. S'il en est ainsi, je n'ai rien de particulier à vous proposer.*
Mais s'il vous convenait ou si vous aviez l'intention de faire davantage, c'est-à-dire de faire connaître au public savant l'ouvrage sur lequel travaillait Fermat, et qui a été pour lui l'occasion de tant de découvertes, je vous proposerais une traduction de Diophante, faite très soigneusement sur le texte de Samuel Fermat, mais avec les notations modernes et avec des notes rédigées avec les mêmes notations et exprimant le suc du prolixe commentaire de Bachet.
Je possède ce manuscrit depuis déjà longtemps, et en somme il n'est pas très volumineux. J'ai toujours différé jusqu'à présent de le publier pour deux motifs en dehors des autres occupations qui m'ont entraîné ailleurs.
D'un côté, j'avais l'intention d'y joindre les annotations de Fermat avec un commentaire digne d'elles. J'ai dépensé dans ce but un travail considérable, pour des résultats d'ailleurs médiocres. Lorsque j'ai appris que vous prépariez une édition de Fermat, j'ai naturellement abandonné mon projet, me réservant de publier dans des recueils spéciaux ce qui me paraîtrait encore en valoir la peine, s'il y avait lieu, après l'apparition de votre édition.
Secondement, j'avais aussi rêvé de publier un texte critique de Diophante en grec. Mais il me faudrait aller en Italie, collationner les manuscrits du Vatican, et c'est également un projet que les circonstances me forcent désormais à reculer à une époque indéterminée.
J'ai donc aujourd'hui la velléité de publier mon Diophante seul, d'autant que, si vous ne faites rien à cet égard, le fait de la prochaine publication de votre Fermat me semble devoir rendre les circonstances favorables. Vous pouvez bien comprendre dès lors le sens de ma question et le but dans lequel je vous la fais.
Je n'ajouterai qu'un mot. Pour publier mon Diophante à part, et grossir le volume, je compterais y joindre des introductions à chaque livre destinées à expliquer les méthodes de l'auteur grec qui, à mon avis, ne sont nullement aussi arbitraires qu'on a bien voulu le dire. Ce travail n'est qu'à moitié fait, et leur achèvement me demanderait encore un certain temps, quoiqu'il ne s'agisse plus que d'une affaire de rédaction.
Dans l'hypothèse où vous seriez disposé à publier ma traduction, je supprimerais ces introductions, me bornant aux notes strictement nécessaires, et me réservant de publier le reste dans des recueils spéciaux.
Je vous prie, Monsieur, d'agréer l'expression de mes meilleurs sentiments,
Tannery

La deuxième lettre de Tannery à Lucas est écrite après que ce dernier ait sollicité sa collaboration ; elle concerne le délicat partage des responsabilités entre les différents protagonistes de la publication. On peut noter une certaine réserve de Tannery vis-à-vis de Charles Henry, et son souhait de voir Lucas poursuivre le travail entrepris.
21 décembre 1882

Mon cher Monsieur,

---

[30]Samuel Fermat a inséré dans son livre *Diophanti Alexandrini arithmeticorum libri* [édit. B.Bosc, Toulouse, 1670] un traité rédigé par le jésuite Jacques de Billy, sous le titre *Doctrinae Analyticae Inventum novum*, où sont recueillies les découvertes mathématiques figurant dans diverses lettres envoyées à Billy par Pierre de Fermat. Cf [Noguès 1932]. Cet *Inventum novum* est traduit dans [Fermat 1896, p. 323-398].

Vous recevrez par le courrier de ce jour le reste des manuscrits que j'ai emportés à Paris.
Dès que je serai rentré au Havre je vous enverrai la réponse aux questions que vous m'avez posées et la traduction de la lettre latine que vous m'avez remise ; je vous renverrai également votre copie après vous avoir indiqué à l'encre rouge quelques corrections.
Renvoyez-moi mes manuscrits dès que vous pourrez, mais ne vous gênez pas pour me faire telles observations que vous voudrez ; je suis quelques fois entêté, mais je ne suis pas susceptible. Au reste il me sera sans doute nécessaire en tout cas de recommencer plus ou moins de feuilles.
Pour que je me mette sérieusement à travailler à ce dont vous m'avez parlé, vous ne devez pas y compter au reste avant que je n'ai au moins eu une lettre de Gauthier Villars constituant un commencement d'engagement par écrit. Vous me permettrez d'être un peu sceptique pour la bonne volonté, vu ce qui m'est arrivé et que je vous ai dit.
J'ai aussi à vous prévenir d'un point dont j'ai oublié de vous parler ; j'ai toujours travaillé indépendant ; je suis capable de suivre un programme convenu d'avance, mais non pas de subir une direction continue. D'ailleurs je ne comprends pas la collaboration anonyme. C'est vous dire que je considère comme entendu que notre travail à chacun sera distingué par des initiales ou autrement et que chacun gardera la liberté d'émettre une opinion différente de l'autre soit dans des notes de l'ouvrage même, soit dans des publications spéciales.
Enfin il faut compter au moins sur quatre cent pages de ma part ; parce que je tiendrais assez à une certaine optique historique. Vous en aurez, à mon estime, au moins autant. Je vois donc près de deux volumes. C'est une question à voir peut-être d'un peu plus près.
Quant à la collaboration à la publication officielle de Fermat, il est temps, je crois, que je me prononce droitement devant vous.
Il ne me conviendrait de l'accepter en toute honnêteté que pour le texte seul (compris traductions) ; je le publierais en philologue rien qu'avec des notes critiques ; mais je tiendrais à en avoir seul la responsabilité.
Je ne veux en aucun cas me mêler de bibliographie, j'en fais toujours trop ; c'est d'ailleurs ce qu'Henry peut faire plus ou moins bien.
Je ne veux en rien me mêler de votre querelle avec lui ; quels que soient ses torts avec vous, je le considère comme un enfant irresponsable ; je l'ai au reste toujours traité comme un enfant et je continuerai.
Enfin bien entendu je ne demande rien : j'attends qu'on m'offre ; je veux pouvoir préciser mes conditions autant que je le voudrai.
J'ai vu pas mal de monde, Darboux, Bertrand, Morel. Je crois que vous vous exagérez un peu la malveillance que tel ou tel peut avoir contre vous. Mais on s'exagère aussi un peu la difficulté de vivre avec vous. Il est certain que quand il vous eut été facile de vous débarrasser d'Henry en agissant adroitement, vous avez plutôt raffermi sa position par la précipitation et le caractère de vos attaques.
La vôtre reste en tout cas très forte ; personne que vous ne peut faire les commentaires voilà le point et je crois en fait qu'en admettant la publication immédiate du texte séparé, tout le monde, Bertrand, Darboux etc, vous laisseront faire à peu près tout ce que vous voudrez. Il s'agit de publier par fascicules, voilà tout ; si je publiais le texte, je me retirerais ensuite sauf à continuer à correspondre amicalement avec vous. La tâche d'Henry finie, il s'en irait aussi, vous resteriez seul et on vous laisserait bien faire ce que vous voudriez, à la condition que vous ne le criiez pas trop haut longtemps à l'avance.

Si donc j'ai un conseil à vous donner, c'est de rester le plus tranquille possible pour le moment. Vous êtes inattaquable si vous ne donnez pas une nouvelle prise sur vous. Faites croire à tout le monde que vous êtes disposé à la conciliation sur un terrain convenable, laissez faire et attendez en continuant votre travail. Tout à vous

Tannery

La troisième lettre de Paul Tannery à Édouard Lucas est une réponse à celle que ce dernier lui fait parvenir le 17 décembre 1882[31]. Cet échange épistolaire éclairant la nature des questions mathématiques et historiques débattues entre les deux correspondants, nous faisons figurer tout d'abord la lettre de Lucas à Tannery :

Paris, 17 décembre 1882
Cher Monsieur,
Je reçois à l'instant votre manuscrit ; merci, mais je ne l'ouvrirai qu'à mon retour.
Merci de vos importants renseignements ; voici d'autre part mes réponses :
Fermat, plus d'une fois, a posé des questions insolubles avec d'autres faciles, parce que Descartes avait eu la malice de lui susciter comme rival un certain Gillot, puis avait excité Ste Croix et Frénicle à lui poser des questions compliquées, ou qu'il croyait compliquées. Il y a même eu colère de Ste Croix et Frénicle à la suite de cette lettre.
2° Je suppose x, y *entiers ; sinon pas de limite ;*

soit $y^2 \pm 4x = r^2$

On a donc $r - y = \pm 4$

$$r + y = x \qquad 2y = x \pm 4 = x + \varepsilon \qquad \varepsilon = \pm 4$$

$$x(x+\varepsilon) + \frac{1}{2}(x+\varepsilon) = a$$

$$2x^2 + x(2\varepsilon + 1) + \varepsilon - 2a = 0$$

$$x = \frac{-1 - 2\varepsilon \pm \sqrt{(1+2\varepsilon)^2 + 8(2a-\varepsilon)}}{4}$$

Cordialement et à mon retour.

E. Lucas

et la réponse de Tannery :

Manufacture des tabacs du Havre, 30 décembre 1882

Mon cher Monsieur,
"Aux pleurs de son pays le roi Juste a mis fin,
"Plus juste que jamais, il nous donne un dauphin.[32]
Je vous renvoie votre manuscrit et ma traduction que je crois avoir fait dans votre goût. J'ai ajouté quelques notes que vous modifierez à votre plaisir ; mais je tenais à vous donner une idée de la façon dont j'entendais une édition de Fermat où les commentaires seraient à part.
Votre explication pour ma question me paraît suffisante, quoique cette manière d'insérer des questions relativement faciles au milieu d'autres impossibles me semble en somme peu digne du caractère de Fermat tel que je l'avais conçu. Mais je ne crois point

---

[31]Cf. [Tannery 1939, p. 477-480].

[32]Le distique traduit par Tannery figure en conclusion d'une lettre de Fermat à Mersenne datée du 22 octobre 1638 [Fermat 1894, p. 176] : *"Optato patriam afflictam Delphine beavit*
Rex Justus : nunquam justior ille fuit. "

que vous ayez touché juste pour la solution du problème, qu'au reste je ne vous demandais pas.

$$2xy + y = a$$
$$y^2 \pm 4x = r^2$$

C'est le second problème posé à Sainte Croix ; x *est l'aire d'un triangle rectangle,* y *l'hypoténuse.*
Vous avez supposé x, y *entiers ; mais Fermat ne le dit nullement et dans les problèmes analogues de limites sur les triangles rectangles, Bachet ne suppose nullement cette condition. Votre hypothèse devrait donc être confirmée par des exemples tirés de Fermat.*
Au reste le problème étant posé comme je l'explique, il y a évidemment des limites.
La limite inférieure est évidemment $x = 0$ *pour* $y = a = r$
et c'est en même temps là la limite supérieure de y.

Quand y *décroît,* x *croît ; sa limite supérieure correspond évidemment à* $r = 0$ $x = \frac{y^2}{4}$
La valeur de y *correspondante est donnée par la solution réelle et positive de l'équation*
$\frac{y^3}{2} + y = a$ *qu'on avait alors par les formules de Cardan.*

$$y = \sqrt[3]{\sqrt{a^2 + \frac{8}{27}} + a} - \sqrt[3]{\sqrt{a^2 + \frac{8}{27}} - a}$$

D'où pour la limite supérieure de x

$$X = \frac{1}{4}\left(\sqrt[3]{2a^2 + \frac{8}{27} + 2a\sqrt{a^2 + \frac{8}{27}}} + \sqrt[3]{2a^2 + \frac{8}{27} - 2a\sqrt{a^2 + \frac{8}{27}}}\right) - \frac{1}{3}$$

Je me demande seulement, ce qui n'est pourtant point dans le caractère des solutions de Bachet, si Fermat ne demandait pas qu'à cette formule fut substitué un développement permettant de calculer des nombres rationnels.
Je ne doute pas que vous ne retrouviez nombre des observations sur Diophante dans les lettres que vous avez.
La solution de Boije af Geunäs que vous m'indiquez est précisément la solution primitive à laquelle conduit le procédé de Fermat.
En effet la solution de Diophante pour trouver trois nombres satisfaisant à la condition posée consiste précisément à prendre

$$r$$
$$rs^2 + 2s = s(rs + 2)$$
$$r(s+1)^2 + 2(s+1) = (s+1)(rs + r + 2)$$

Fermat, livre IV, 21, indique de résoudre la triple équation

$$rx + 1 = u^2$$
$$s(rs + 2)x + 1 = v^2$$
$$(s+1)(rs + r + 2)x + 1 = w^2$$

Les nombres qu'il choisit 3, 1, 8 correspondent à $r = 1$ $s = 1$
Pour résoudre poser $x = \frac{z(z+2)}{r}$ *d'où* $u = z + 1$
Substituez, vous formerez

$$w^2 - v^2 = (2 + z)\frac{2rs + r + 2}{r}z$$

et poserez $w = 1 + \frac{rs + r + 1}{r} z$
D'où on tirera $z = 2r\,(rs^2 + rs + 2s + 1)$
et finalement $x = 4\,(rs + 1)\,(rs + r + 1)\,(rs^2 + rs + 2s + 1)$
Je ne perdrai pas mon temps à chercher un 5e nombre, auquel les procédés de Fermat ne peuvent conduire.

J'ai à vous faire une petite observation. Vous avez pris avec Brassinne[33] *l'habitude de dire double égalité pour duplicata aequalitas. Moi j'ai celle de dire double équation. Mes raisons sont celles-ci.*
Fermat ne distingue pas comme nous entre aequalitas et aequatio, ou bien il les emploie indifféremment ou il appelle aequatio le premier membre d'une équation (la forme) égalée à un carré indéterminé.
Pour traduire en langage moderne, il est évident qu'il faut dire en général équation pour aequalitas et forme ou premier membre pour aequatio lorsqu'il y a lieu.
Si l'on voulait transcrire littéralement le latin de Fermat, il faudrait dire égalité doublée et non pas double égalité. La transcription de Brassinne est donc contraire au langage moderne et d'autre part insuffisamment archaïque.
Vous voulez faire un Fermat français ; c'est également mon désir, et vous le verrez dans mes traductions en général. Je prétends qu'on peut toujours le faire avec la rigueur du langage mathématique moderne, et que si on le peut, on le doit.
Si vous êtes de mon avis, prenez-moi double équation, triple équation, etc.
J'ai commencé l'analyse de Billy. Plus je vais, plus il me semble que le travail est ingrat et que j'en fais trop. D'ailleurs il y a de nombreuses fautes de calcul, qui ne peuvent être mises sur le dos de Fermat.
J'ai passé un temps très long à calculer les chiffres de l'équation d'Adrien Métuis (Henry, p. 213)[34]*. J'ai relevé deux fautes. Ma peine était probablement inutile mais je n'ai pas de Viète. Tout à vous* *Tannery*

Ces lettres éclairent des conceptions en matière historique d'une tout autre ambition que celles de Lucas. Il ne s'agit plus d'une publication limitée d'un volume de 750 pages, mais d'une œuvre de longue haleine, d'une édition critique *"comme on le fait en Allemagne"*. Si l'historien Tannery se sent *"assez ferré sur la matière"*, la collaboration scientifique de Lucas demeure cependant indispensable : *"personne que vous ne peut faire les commentaires voilà le point"*.
Nous reproduisons la réponse pertinente que Lucas, le 29 janvier 1883[35], élabore aux questions évoquées dans la troisième lettre de Tannery. Les problèmes posés par Fermat doivent conduire à la recherche de solutions entières et non à des solutions exprimées "par radicaux" :

Paris le 29 janvier 1883
Cher Monsieur Tannery,

---

[33]E. Brassinne, professeur à l'école d'artillerie de Toulouse, a publié à Toulouse, en 1853, un *Précis des oeuvres mathématiques de P. Fermat et de l'arithmétique de Diophante*, cf. [Brassinne 1853].
[34]Il s'agit probablement des recherches de Fermat sur le problème d'Adrien Romain Cf. [Fermat 1891, p. 189-194] et [Fermat 1896, p. 164-168].
[35]Cf. [Tannery 1939, p. 477-480].

J'ai passé au lit presque tout le mois de janvier. Je serais heureux de vous voir quand vous voudrez en me prévenant deux jours à l'avance. D'ailleurs je sors peu ou presque pas.
Pour la lettre, faites-en l'usage qui vous conviendra ; j'en ai publié une autre dans le journal de Bourget [36] *(janvier 1883, 1 fr. le numéro, chez Delagrave) ; c'est cette lettre qui se termine par le distique que vous avez si bien restauré et traduit.*
Pour le problème à Ste Croix, je n'avais pas vu l'énoncé quand vous m'avez envoyé votre lettre ; mais je ne suis pas du tout de votre avis pour l'interprétation. Ce serait un peu long à écrire ; il ne faut pas de radicaux, dans tous les cas. L'énoncé est un peu obscur, et il y a aussi impossibilité en le prenant d'une certaine façon.
Tout à vous

E. Lucas

Tout le reste de votre lettre est excellent ; mais venez au plus tôt.

Les séquelles de l'affaire Libri [37]

Une commission est constituée en février 1883 pour le rachat de la bibliothèque Ashburnham. Il s'agit de rechercher, parmi les manuscrits acquis auprès de Gugliemo Libri par lord Ashburnham, ceux qui sont sortis de France et *"qu'il y aurait le plus grand intérêt à faire rentrer dans nos collections"*[38]. La commission comporte en particulier l'administrateur général de la Bibliothèque Nationale, M. Delisle. Ce dernier alerte le Ministre sur le rachat possible du fond Ashburnham par le *British Museum* et demande le 16 février 1883 que les droits de la France puissent être réservés. Il insiste à nouveau, le 21 mars 1883, sur la nécessité de réunir *"une masse de travaux scientifiques, dus à nos grands mathématiciens, géomètres ou astronomes du XVIIe et XVIIIe siècle, dont plusieurs sont indispensables pour la publication des œuvres de Fermat"*. Le président du Conseil Jules Ferry intervient lui-même le 21 avril 1883 à la Chambre sur ce thème : les manuscrits peuvent prendre le chemin de l'Amérique et tout espoir de les replacer dans nos bibliothèques devrait alors être abandonné. Un projet de loi portant ouverture d'un crédit extraordinaire de 600 000F pour l'acquisition des manuscrits de la collection de lord Ashburnham est finalement adopté le 24 avril 1883.
Paul Tannery expliquera ultérieurement les retards pris par la publication des oeuvres de Fermat : *"la principale cause du retard est due à l'espérance, aujourd'hui reconnue comme illusoire, de trouver des matériaux importants dans les manuscrits de lord Ashburnham (fonds Libri), manuscrits dont il n'a pas été possible de prendre connaissance avant l'acquisition de ce fonds par la Bibliothèque Nationale."*[39]

Le retrait de Lucas

[36] *Journal de mathématiques élémentaires et spéciales*, dont Justin Bourget est le directeur. Bourget est le recteur de l'Académie d'Aix.
[37] Les documents cités se trouvent aux *Archives Nationales* (A.N. [F 17 13503]).
[38] Lettre de Jules Ferry, 28 février 1883. Jules Ferry est président du Conseil à partir du 21 février 1883 ; il cumule cette fonction avec celle de ministre de l'Instruction publique du 21 février au 20 novembre 1883.
[39] Cf. [Fermat 1891, p. XXIII].

Lucas refuse de communiquer à la Commission de publication les textes qu'il a rapportés d'Italie et semble se désintéresser peu à peu du projet, comme en témoigne la lettre de Théodule Ribot à Paul Tannery du 6 février 1883[40]:
"J'ai vu deux fois Lucas : il a l'air d'être toujours dans le statu quo. *Aucune nouvelle de Henry qui reste, je crois en Italie. Darboux prétend qu'il fait des découvertes."*

Lucas se sent-il désavoué par la Commission à laquelle il a demandé le limogeage d'Henry ? Il semble envisager une publication sous son propre nom, avec commentaires, des lettres qu'il a rapportées de son voyage en Italie, puisqu'il écrit ultérieurement dans la préface à son ouvrage de *Théorie des nombres* :
"Mais après toutes ces propositions de Fermat que l'on considère comme les dernières, il y en a d'autres encore. Nous publierons, à la suite de cet ouvrage, d'après les extraits d'une correspondance et de manuscrits inédits, les énoncés et le commentaire de vingt-deux propositions aussi difficiles, aussi inaccessibles." [41]

Ce projet constitue peut-être une autre raison de la brouille avec Henry et des refus que Lucas oppose à la Commission de publication[42]. L'édition de Fermat est alors officiellement confiée à Tannery en 1885.

Plusieurs lettres de Paul Tannery nous confirme cette passation de responsabilités.
Lettre à George J. Allman du 27 avril 1885[43] :
"Je viens d'autre part d'être nommé membre d'une commission pour la publication des oeuvres de Fermat, et j'aurai à y faire une grande partie de la besogne."
Lettre à George J. Allman du 17 novembre 1885[44]:
"On vient de me confier la publication des œuvres de Fermat dans des conditions qui me chargeront d'une forte partie de la besogne."
Lettre à Gustav Eneström du 26 novembre 1885[45]:
"Cependant j'ai entrepris un travail très considérable, la publication des oeuvres de Fermat. Cette publication, retardée par de singuliers incidents, m'a été proposée et j'avais trop travaillé Fermat pour ne pas accepter cette proposition avec joie."
La lettre de Tannery à Gustav Eneström du 8 décembre 1885 revient à nouveau sur le différent qui a opposé Lucas et la Commission de publication[46]:
"Je serai très heureux que vous vouliez bien me recommander en particulier au prince Boncompagni, avec lequel je ne suis jamais entré en relation, mais que j'irai voir certainement [...] Voici, en effet quelles circonstances me le font désirer. Le prince Boncompagni, avec sa libéralité ordinaire, a prêté, il y a trois ans, des manuscrits inédits de Fermat à un mathématicien français, Édouard Lucas, qui était chargé de la publication officielle des œuvres de Fermat. M. Lucas a pris copie de ces manuscrits et les a rendus au prince, mais, pour une raison ou pour une autre, il n'a rien fait pour la publication, et il refuse maintenant de s'en occuper. On m'a offert de m'en charger à sa

40Cf. [Tannery 1943, p. 253]. Th. Ribot est normalien (promotion 1862), agrégé de philosophie en 1866, docteur en 1875. Il enseigne à la Sorbonne et ses recherches portent sur la psychologie expérimentale. Il est nommé au Collège de France en 1888.
41Cf. [Lucas 1891a, p. XXXII].
42On peut noter qu'en 1883-1884 Lucas obtient une année de congé d'inactivité en tant qu'agrégé non employé, bénéficiant alors d'une indemnité annuelle de 600F ; A. N. [F/17/22970].
43Cf. [Tannery 1934, p. 78].
44Cf. [Tannery 1934, p. 92].
45Cf. [Tannery 1937, p. 334].
46Cf. [Tannery 1937, p. 341-342].

place, et j'ai accepté. Je puis ajouter que depuis un mois que je m'en occupe, j'ai fait plus pour l'édition que lui en trois ans.
Mais il est indispensable que nous puissions collationner les manuscrits des pièces inédites que nous possédons et qui ont été fournies par le prince à mon collaborateur M. Charles Henry pour la publication des œuvres de Fermat. Le président de la commission, M. Bertrand ou bien M. Darboux, va donc écrire au prince de lui envoyer les manuscrits qu'il possède."

Nous faisons figurer une partie de la lettre de Paul Tannery à Gustav Eneström du 30 décembre 1885 dans le volume *Documents* de notre travail[47]. Elle a trait à un voyage en Italie de Paul Tannery qui souhaite à nouveau avoir accès aux manuscrits du Prince Boncompagni pour *"donner la collation complète de leurs leçons avec celles qui seront adoptées".*

La collaboration entre Tannery et Lucas ne cesse pourtant pas totalement puisqu'une réponse de Lucas parvient encore à Tannery en 1888 (lettre datée non par son auteur mais par son destinataire)[48] :

Cher Monsieur,
Je connaissais ces énoncés sous la forme suivante (Fermat) : pour que $2^p - 1$ *soit premier, il faut et il suffit que p soit premier et de l'une des formes* $2^{2^n}+1$, $2^{2n}\pm 3$, $2^{2n+1}-1$.
La première donne p = 2, 5, 17, 257, ...
Les secondes donnent avec $2^{2n}-3$, *p = 1, 13, 61 (vérifié longuement par Seelhoff)*
avec $2^{2n}+3$, *p = 7, 19, 67, ...*
La troisième donne 3, 7, 31, 127, ...
Bien à vous

E. Lucas

Note de Paul Tannery au verso de la lettre :

"Ce billet est du courant de l'année 1888.
Il répond à la communication d'un passage des Reflectiones physico-mathematicae *de Mersenne, page 182 (1647).*
Dans les œuvres et dans la correspondance de Fermat, rien n'existe d'où l'on puisse tirer l'énoncé de Lucas. Il est au contraire aisé de le constituer avec les textes de Mersenne. Je crois qu'il appartient à Frénicle.
J'avais demandé à Lucas son opinion sur l'exactitude de cet énoncé. La question pourrait être posée dans L' Intermédiaire.

Tannery."

On trouve en effet dans l'*Intermédiaire des mathématiciens* la question suivante, qu'il nous faut rapprocher du commentaire posthume de Tannery sur l'ouvrage *Théorie des nombres* d'Édouard Lucas[49] :

---

[47]Cf. [Tannery 1937, p. 347-348].
[48]Cf. [Tannery 1939, p. 477-480].
[49]Voir *L'Intermédiaire des mathématiciens*, t. **2**, 1895, question 660, p. 317. La discussion que l'on note dans les réponses porte sur les nombres $2^{67}-1$ et $2^{127}-1$, pour lesquels Tannery pense que la question n'est pas tranchée. Voir *L'Intermédiaire des mathématiciens*, t. **3**, 1896, réponses p. 115, 188, 281.
Ceci est à rapprocher du compte-rendu de Tannery dans le *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. **16**, 1892, p. 161-165.

De deux passages de Mersenne sur les nombres parfaits (préf. des Cogitata phys.-maths. *de 1644 et page 182 des* Reflectiones *de 1647), Ed. Lucas, d'après une lettre qu'il m'a adressée, avait tirée cette proposition, qu'il attribuait à Fermat :*
Pour que 2^p *- 1 soit premier, il faut et il suffit que p soit premier et de l'une des formes* $2^{2^n}+1$, $2^{2n}\pm 3$, $2^{2n+1}-1$.
Contrairement à son opinion, je suis porté à croire que les indications de Mersenne proviennent de Frénicle et qu'elles sont plus ou moins empiriques. D'autre part, l'énoncé ci-dessus serait faux en tant que condition suffisante, si $2^{67}-1$ *est un nombre composé (voir question 266). Il n'en serait pas moins intéressant de rechercher quelle peut être la valeur de cet énoncé en tant que condition nécessaire.*

Paul Tannery

Les difficultés de la réédition

Pour Tannery aussi le travail de réédition n'est pas exempt de difficultés, ainsi qu'en témoigne sa correspondance :

Lettre de Paul Tannery à George J. Allman du 17 octobre 1887[50]:
Je suis actuellement plongé dans le Fermat qui est depuis trois mois en cours d'impression.
Lettre de Paul Tannery à Moritz Cantor du 26 juillet 1890[51]:
Hélas, cher Maître, vous ne savez pas ce que c'est que publier une édition en France sous le patronage du Ministère de l'Instruction publique. Il y a dix-huit mois que mon manuscrit pour ce premier volume était entièrement terminé, mais la Commission supérieure, qui n'est jamais intervenue que pour me contrarier et m'empêcher de faire cette publication comme je la comprenais, a décidé - ce qui en soi, au reste, n'était pas mauvais - que son président, M. Joseph Bertrand, de l'Académie des Sciences, ferait, pour ouvrir le volume, une préface consacrée à l'éloge de Fermat. Notez que cette décision avait été prise il y a deux ans et demi ; mais enfin depuis que, mon manuscrit étant terminé, j'ai demandé à M. Bertrand de penser à accomplir sa promesse, le temps passe pour lui à dire tantôt qu'il va s'en occuper, tantôt qu'il n'a pas le temps, tantôt qu'il aimerait beaucoup mieux ne rien faire. L'impression est terminée : je ne veux pas me mettre au second volume avant que le premier ne soit bouclé , et je passe mon temps à multiplier des variantes réunies à la fin du volume, d'après des collations de manuscrits qui n'offrent à peu près aucun intérêt.
Bref, je suis sur le point de perdre patience et, comme nous le disons ici, de mettre les pieds dans le plat.

Une lettre analogue est envoyée le 26 juillet 1890 à G. Eneström[52] :
La publication de Fermat ne marche pas et je commence à m'impatienter, voilà dix-huit mois que j'attends une préface de M. Bertrand promise il y a trois ans ; tout le reste est imprimé pour le premier volume et je perds mon temps à augmenter les variantes de collation sur des manuscrits sans intérêt. Je ne veux pas attaquer le second volume avant que le premier n'ait paru et j'enrage.

---

[50]Cf. [Tannery 1934, p. 116].
[51]Cf. [Tannery 1934, p. 335-336].
[52]Cf.[Tannery 1937, P. 467]. La préface promise par Bertrand ne sera jamais rédigée.

Les quatre volumes liés à la réédition des œuvres de Fermat paraissent de 1891 à 1912, par les soins de Paul Tannery (chargé de l'établissement du texte et des notes) et Charles Henry (chargé de recueillir et collationner les documents), sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique. Les apports d'Édouard Lucas à l'œuvre de Fermat figurent dans le dernier volume de cette édition[53]. Les auteurs signalent en particulier les travaux de Lucas sur l'extension du théorème de Fermat et d'Euler, sur les théorèmes de Wilson, de Staudt et Clausen, sur la théorie des nombres premiers, et sa démonstration graphique du résultat "tout nombre premier de la forme 4x+1 est une somme de deux carrés" qui utilise la théorie des satins carrés (voir chapitre 7).

Charles Henry

Charles Henry est né en 1859 à Bollwiller en Alsace et mort à Versailles en 1926. Il est tout d'abord préparateur de Claude Bernard et de Paul Bert, puis bibliothécaire à la Sorbonne. En 1892 il devient maître de conférences à l'École des Hautes Études et en 1897 directeur du laboratoire de Physiologie des sensations.
Il étudie de nombreux produits industriels, mais est surtout connu pour ses travaux de psychologie expérimentale, acoustique et optique, ses recherches en photométrie, et en histoire des sciences, notamment dans la recherche de manuscrits de Fermat.

Charles Henry apparaît à l'AFAS au congrès de Reims en 1880, où il se lie avec Darboux. Ce dernier le jugeant "très sérieux et très aimable homme" songe aussitôt à l'enrôler pour son *Bulletin*.
Lettre de Darboux à Houël du 10 septembre 1880[54] :
"Pendant que j'y suis, je vous préviens que vous êtes exposé à recevoir de Ch. Henry un mémoire inédit d'Euler qu'il destine au Bulletin *et que j'ai accepté en principe en lui disant de vous l'envoyer."*
Lettre de Darboux à Houël du 13 décembre 1880 :
"Voilà autre chose. Ces jours-ci en feuilletant un bouquin assez ignoré d'Euler, les Opera Postuma*, j'y ai trouvé le Mémoire que nous imprimons en ce moment. J'avais bien recommandé à M. Henry (j'étais alors à Nîmes) de s'assurer si le Mémoire était absolument inédit. Et je devais croire ensuite, puisque le prince Boncompagni voulait l'imprimer, qu'il était réellement inédit [...] Je suis content d'avoir fait cette découverte avant l'impression. Au moins on ne se moquera pas de nous. Et comme cela je ne désobligerai pas un collaborateur très aimable et que je désirerais vivement nous attacher. Mais cela me servira de leçon et dorénavant il faudra que nous contrôlions tout."*
Le mémoire sera imprimé, mais pour son intérêt propre et parce qu'il est le seul mémoire d'Euler qui soit à la Bibliothèque Nationale.
On trouve à ce propos un commentaire de Jules Houël à Paul Tannery (lettre du 27 janvier 1883)[55]:
"Il est vrai qu'il [Charles Henry] a fait faire à Darboux une fameuse boulette, il n'y a pas longtemps, en lui faisant réimprimer dans le Bulletin *un mémoire d'Euler qui n'était pas inédit du tout."*

---

[53]Cf. [Fermat 1912, p. 141-240].
[54]*Archives Académie des sciences*, dossier personnel Darboux (correspondance).
[55]Cf. [Tannery 1939, p. 238].

12- Édouard Lucas, les machines et instruments arithmétiques

L'histoire de la machine à calculer reste à écrire, histoire certes difficile, tant les sources sont partielles, parcellaires. Guy Thuillier[1] estime que, jusque dans les années 1880-1890, la France est à la pointe en ce domaine, étant la seule à produire des matériels fiables. Les innovations y sont le fait de petits "inventeurs", membres de sociétés savantes, de sociétés d'émulation, sur lesquels nous possédons très peu de témoignages. Les difficultés sont grandes pour évaluer les besoins des calculateurs qui effectuent les calculs à la main (banques, compagnies d'assurance, contributions indirectes, bureaux d'études des compagnies de chemins de fer, d'électrification, etc.). Les sources d'archives concernent plus volontiers l'histoire des techniques que celle des hommes qui les ont produites, commercialisées ou utilisées. Certaines machines sont produites à un seul exemplaire (comme l'*Arithmaurel* de Maurel et Jayet), d'autres comme l'*arithmomètre de Thomas* conçu en 1820 connaissent un vrai succès commercial (il est encore utilisé en 1930).

On peut signaler que la Société d'Encouragement à l'industrie nationale contribue très largement, au cours du XIXe siècle, à la promotion des machines à calculer à usage industriel et commercial, en particulier à celle de l'arithmomètre de Charles-Xavier Thomas (de Colmar), la médaille d'or de la Société étant attribuée en 1880 à M.Thomas (de Bojano) pour les perfectionnements apportés à la machine de M. Thomas (de Colmar). Entre 1802 et 1900, figurent dans le *Bulletin de la Société d'Encouragement à l'industrie nationale* , outre un rapport sur l'arithmomètre de Thomas[2], des rapports sur les machines à calculer de Roth, Maurel et Jayet, Deprez, Péraux, Didelin, Bollée. On peut noter que Lucas fait une communication à la Société d'Encouragement en mars 1884 sur "L'Arithmétique figurative et ses applications" et Maurice d'Ocagne en février 1905 sur "Le Calcul simplifié".

Le monde savant, lui, ne semble pas accorder grand intérêt à ces applications des mathématiques[3]. L'attention que porte un Lalanne, ingénieur des Ponts et Chaussées, à ce type d'innovation semble rare.

Quelques éléments d'appréciation peuvent être apportés par l'étude des rubriques "machines", "instruments" et parfois "calculateurs" (ce qui ne simplifie pas la tâche) des *Comptes-Rendus* de l'Académie des sciences, que nous comparons entre 1870 et 1900 à ceux des congrès de l'AFAS.

L'instrument de calcul à l'Académie des sciences et à l'AFAS entre 1870 et 1900

On peut remarquer que le courant instrumentaliste occupe une place assez modeste à l'Académie des Sciences. Dans les notes aux *Comptes Rendus*, de 1870 au début du XXème siècle, figurent quelques références peu nombreuses aux machines à calculer et aux machines arithmétiques. La machine analytique de Charles Babbage y est décrite

---

[1]Cf. [Thuillier 1997]. Voir aussi [Gille 1978], [Daumas 1979] [Haudricourt 1988] et [Jacomy 1990].

[2]Voir le rapport du colonel Sebert dans [Sebert 1879], ainsi que le *Bulletin de la Société d'Encouragement à l'industrie nationale* 1880, **VII**, p. 403. On peut signaler que ce *Bulletin* consacre en septembre 1920 un numéro aux machines à calculer, à l'occasion du centième anniversaire de l'arithmomètre de Thomas.

[3]Un "Rapport sur l'arithmomètre de Thomas", paraît cependant dans les notes aux *Comptes-Rendus* de l'Académie des sciences, t. **39**, 1854, p. 1117-1124. Les commissaires en sont Cauchy, Piobert et Mathieu.

sommairement par Luigi Federico Menabrea en 1884 seulement (alors qu'un mémoire sur ce sujet est publié dès 1842 à Genève par le même Menabrea) ; la machine à différences de Wiberg fait l'objet d'une description de Charles-Eugène Delaunay dans les notes aux *Comptes Rendus* en 1863. Léon Bollée présente sa multiplicatrice de conception tout à fait nouvelle en 1889: elle est à multiplication directe, alors que toutes les multiplicatrices depuis Leibniz effectuent la multiplication par “additions répétées”. Leonardo Torres y Quevedo rédige notes et mémoire, entre 1895 et 1902, sur ses machines permettant d'obtenir les racines réelles et complexes des équations algébriques. G.Meslin intervient en 1900 à propos d'une machine à résoudre les équations au moyen d'une balance hydrostatique[4].

L'attitude l'AFAS est tout autre. En tout état de cause, ses congrès apparaissent comme des lieux privilégiés ouverts à la présentation d'instruments à usage scientifique[5]. Ainsi l'Association encourage les communications sur les systèmes articulés de Peaucelier, Hart, Kempe, Bréguet. De grands noms de la science mathématiques, mêlés à d'autres moins connus, interviennent à ce propos : Sylvester et Lemoine en 1874, Saint-Loup et Liguine en 1875, Marcel Deprez en 1877 et 1892, Tchebychev en 1878, Darboux en 1879. Darboux emprunte alors à Gruey *"une série de modèles très originaux"* que ce dernier a construits sur le sujet.
On peut noter également des interventions sur le planimètre d'Amsler (en 1896), le compas trisecteur (Laisant en 1875 et de Gohierre de Longchamps en 1893), une règle pour tracer les arcs circulaires de grands diamètre (Tchebychev en 1876), les réglettes multiplicatrices basées sur le principe des bâtons de Neper (Henri Genaille[6] en 1878, 1883, 1884) dont la mécanisation est aussitôt proposée par Laisant.
C'est dans le domaine des machines à calculer que l'AFAS fait un effort financier particulier : subvention accordée à Marcel Deprez en 1873 pour une machine à équations, à Édouard Lucas en 1878 pour l'achat d'un arithmomètre permettant de poursuivre des recherches sur les nombres premiers, financement du calculateur de Genaille (multiplicatrice mécanique permettant d'éviter le report de retenues) entre 1884 et 1895.
Plusieurs calculatrices importantes, réalisées sans le soutien de l'Association, apparaissent à ses congrès. En 1878 Lucas et Payen présentent l'arithmomètre de Thomas. Lucas en propose une adaptation aux recherches d'arithmétique supérieure, c'est-à-dire au calcul des congruences (pour la vérification des grands nombres premiers, pour la décomposition des nombres en facteurs premiers et pour l'évaluation de la totalité des nombres premiers inférieurs à une limite donnée). En 1895 Leonardo Torres y Quevedo expose le principe de son étonnante machine ayant pour objet la résolution d'équations polynomiales grâce à des éléments mécaniques élémentaires (les "arithmophores").
En 1884 Édouard Lucas effectue une conférence générale devant le congrès de Blois de l'AFAS sur l'histoire du calcul et des machines à calculer, qui est reproduite dans ses *Récréations mathématiques*[7].

Nous abordons ci-dessous de manière spécifique le cas du "piano arithmétique" d'Henri Genaille et de la machine à calculer à mouvement continu de Tchebychev.

---

[4]Voir les notes aux *Comptes Rendus* suivantes : [Menabrea 1842], [Menabrea 1884], [Bollée 1889], [Torres y Quevedo 1895], [Torres y Quevedo 1900], [Torres y Quevedo 1902], [Meslin 1900].
[5]Cf. [Décaillot 1997].
[6]Henri Genaille est ingénieur civil des chemins de fer à Tours.
[7]Cf. [Lucas 1884a] et [Lucas 1893, p. 27-86].

Le "piano arithmétique" d'Henri Genaille

Édouard Lucas présente pour la première fois à Clermont-Ferrand, en 1876, le plan d'une "machine arithmétique" destinée à vérifier la primalité des nombres de Mersenne. Le plan de ce mécanisme est également annoncé en quelques phrases dans la note aux *Comptes rendus* de la même année :
"J'ai trouvé le plan d'un mécanisme assez simple, qui permettra de vérifier, automatiquement et en très peu de temps, les assertions du P. Mersenne, et de trouver de très-grands nombres premiers de 80 et même de 100 chiffres compris dans la forme $a^n \pm 1$, a *étant égal à 2, 3 ou 5. La construction de ce mécanisme permet de calculer rapidement, dans le système binaire de la numération, les résidus [...] par rapport au nombre dont on cherche la décomposition en facteurs premiers et repose, d'une part, sur les théorèmes qui précèdent, et d'autre part sur les lois mathématiques du tissage.*"[8]

"Nous allons exposer une méthode nouvelle qui permet de reconnaître les nombres premiers très-grands, et de décomposer en leurs facteurs des nombres N très-grands, lorsque l'on connaît à l'avance la décomposition en ses facteurs premiers du nombre $N \pm 1$. *Cette méthode a reçu l'approbation de MM. Genocchi et Tchebichef.[...] J'ai conçu, en suivant cette voie, le plan d'un mécanisme qui permettrait de décider du mode de composition de ces nombres, et de trouver des nombres premiers ayant mille chiffres dans le système décimal et même beaucoup plus."*[9]

Le plan de ce mécanisme apparaît à l'AFAS sous la forme de tableaux de calculs de résidus exprimés dans le système binaire. Il est réédité en 1877 aux notes aux *Comptes rendus* , dans le *Bulletino* de Boncompagni , ainsi qu'en 1878 dans l'*American Journal*[10]. Même si l'auteur ne fournit que le principe mathématique de ce mécanisme, il manifeste par ces rééditions successives un intérêt qui ne se dément pas pour l'instrumentation et les applications "pratiques" de la science.
Euler annonce en 1772 :
"Le plus grand nombre premier que nous connoissions est sans doute $2^{31} - 1 =$ *2147483647, que Fermat a déjà assuré être premier, et moi je l'ai prouvé aussi ; car[...] j'ai examiné tous les nombres premiers [...] jusqu'à 46339, dont aucun ne s'est trouvé diviseur."*
Le propos est confirmé par Legendre qui écrit encore en 1830, dans la troisième édition de son traité de *Théorie des nombres*, que *"le nombre* $2^{31} - 1$ *est un nombre premier. C'est le plus grand de ceux qui aient été vérifiés jusqu'à présent".*[11]

Lucas se propose non seulement de vérifier ces assertions mais d'aller bien au-delà, grâce aux théorèmes qui lui permettent de savoir si un nombre est premier ou composé, sans avoir recours à la table des nombres premiers. C'est ainsi qu'il peut prétendre avoir dépassé le résultat obtenu par Euler :
"C'est à l'aide de ces théorèmes que je pense avoir démontré que le nombre $2^{127} - 1$ *est premier. Ce nombre contient trente-neuf chiffres, tandis que le plus grand nombre*

---

[8]Cf. [Lucas 1876b, p. 1305].
[9]Cf. [Lucas 1876d, p. 62 et 68].
[10]Cf. Lucas [1876d, p. 67], [1877a, p. 441], [1877c, p. 158-159], [1878a, p. 306-308].
[11]Cf. [Euler 1772, p.335-337] et [Legendre 1798, 3°ed. 1830, tome **1**, p.229].

premier connu actuellement n'en contient que dix. Ce nombre est, d'après Euler, égal à $2^{31}-1$ *"*[12].
L'objectif de l'auteur est d'automatiser le calcul de la suite numérique $w_1 = 3$, $w_2 = 7$, ..., $w_k = w_{k-1}^2 - 2$ utilisée dans son test (voir chapitre 8). En numération décimale, un calcul de ce type devient rapidement "impraticable pour de grands nombres". Lucas le simplifie en effectuant les calculs dans Z_p (p désigne le nombre à tester) et en utilisant l'écriture binaire des nombres.
La méthode mêlant ces deux aspects (écriture binaire et calcul par congruences) est présentée de manière imagée dans la publication bolonaise de 1877. Pour effectuer des calculs dans Z_p avec $p = 2^7-1$, Lucas utilise un échiquier à 7 cases. Puisque l'on peut écrire $2^7 \equiv 1$, $2^8 \equiv 2$, $2^9 \equiv 2^2$ ... etc., la longueur des nombres écrits ne dépasse pas 7 chiffres.
De plus multiplier par 2 un nombre écrit dans le système binaire revient ici à permuter circulairement les sept chiffres 0 et 1 qui figurent dans ce nombre. L'écriture binaire du nombre 47 (par exemple) étant 0101111, celle de 2.47 est 1011110, celle de $2^2.47$ est 0111101, ... ces calculs étant effectués modulo (2^7-1).[13]

"Nous remarquerons d'abord que la multiplication de deux nombres écrits dans le système binaire, c'est-à-dire, avec les deux chiffres 0 et 1 seulement, se fait par le simple déplacement longitudinal du multiplicande [...]
Prenons pour l'essai de 2^7*-1, un échiquier de sept cases de côté [...] la multiplication de 47 par 47 se fera de la façon suivante"* :

	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1.47	0	1	0	1	1	1	1
2.47	1	0	1	1	1	1	0
$2^2.47$	0	1	1	1	1	0	1
$2^3.47$	1	1	1	1	0	1	0
$2^5.47$	1	1	0	1	0	1	1
47^2	0	1	1	0	0	1	0

L'addition finale, effectuée dans le système binaire, en respectant les règles d'écriture des nombres modulo $p = 2^7-1$, s'obtient également sur l'échiquier :
"On enlève ensuite deux pions de chaque colonne pour en reporter un dans la colonne à gauche, et dans la première à droite, lorsqu'on arrive à la dernière. Avec un peu d'exercice, on parvient assez rapidement à exécuter cette manoeuvre."[14]

Selon ce double principe de calcul par congruences pour le module 2^{31}-1, et d'écriture des restes dans le système binaire de la numération, Lucas vérifie la primalité du nombre 2^{31}-1. Son test consiste à montrer que le trentième terme de la suite des nombres w_k est nul , aucun autre n'étant nul avant ce rang-là. Dans son intervention au

---

[12]Cf. [Lucas 1876a, p.167].
[13]D'une manière générale, si $p = 2^n-1$, de l'écriture binaire de a dans Z_p on déduit de manière "automatique" celle de 2a, 4a,...etc. :
$a = a_{n-1}\, a_{n-2} \ldots a_1\, a_0$ $\qquad 2a = a_{n-2}\, a_{n-3} \ldots a_0\, a_{n-1}$ $\qquad 2^2 a = a_{n-3} \ldots a_0\, a_{n-1}\, a_{n-2}$
[14]Cf. [Lucas 1877c, p. 155-156].

Congrès de 1876 de l'AFAS[15] figure, sur un échiquier comportant 30 cases, le calcul de $w_{26} = v_{2^{26}}$ à partir du carré du terme précédent w_{25}, ainsi que le tableau de tous les nombres w_k, de k=0 à k =30.[16] Dans la publication américaine, apparaît la conclusion de l'auteur :*"la dernière ligne, entièrement composée de zéros, nous montre que* $2^{31}-1$ *est premier."* [17]
Dans ces tableaux, où *"les carrés noirs représentent les unités des différents ordres du système binaire, et les carrés blancs représentent les zéros"*[18], ne peut-on voir l'ébauche du *piano arithmétique* dont Genaille présente le projet en 1891 à l'AFAS ? La dernière ligne du tableau des w_k est entièrement composée de carrés blancs, les lignes antérieures présentant toutes des carrés noirs mêlés aux blancs : la primalité du nombre testé est ainsi établie.

Si un mécanisme effectuant automatiquement les opérations ci-dessus voit le jour, son réalisateur n'est en effet pas l'arithméticien mais l'ingénieur civil Henri Genaille, contemporain de Lucas et membre actif de l'AFAS. Il est connu pour ses réglettes multiplicatrices inspirées des bâtons de Neper et pour divers calculateurs financés en partie par l'Association[19]. Genaille conçoit pour le congrès de 1891 (année de la mort de l'arithméticien) un "piano arithmétique pour la vérification des grands nombres premiers" dont le fonctionnement est décrit en ces termes :
"*Le piano arithmétique permet de donner une suite pratique à la méthode formulée par M. E. Lucas , au Congrès de Clermont-Ferrand, pour la vérification des grands nombres premiers. Par la manoeuvre simple de quelques chevilles, la vérification des nombres premiers de la forme* $2^n - 1$ *se trouve réduite dans la plus grande partie des cas à un travail de quelques heures. Cette machine, qui peut arriver à faire automatiquement des calculs de la plus grande importance, réalisera un jour la solution d'une machine à calculer faisant seule les opérations arithmétiques*"[20].

On trouve dans l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* une description analogue de l'instrument dans l'article de M. d'Ocagne et R. Mehmke intitulé "Calculs numériques" :
"On doit à H.Genaille un "piano arithmétique" dont la partie essentielle est une règle à chevilles qui permet de reconnaître, parmi les nombres de la forme $2^n - 1$ *inférieurs à un nombre donné, ceux qui sont premiers"*[21].

---

[15]Cf. [Lucas 1876d, p. 67]

[16]Ces tableaux figurent également dans les "Recherches sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise" [1877c, p. 158-9] et dans l'*American Journal* [1878a, p. 306-307]. On trouve le diagramme de 2^{19}-1 dans la note de CRAS de 1877 [1877a, p.441] et dans l'*American Journal* (p. 308).

[17]Cf. [Lucas 1878a, p. 306-308]. Il ajoute : *"On pourrait ainsi construire les diagrammes des nombres premiers de la forme* $2^{4q+3}-1$. *Nous donnons aussi celui du nombre* $2^{19}-1$*; nous espérons donner ultérieurement ceux des nombres* $2^{67}-1$ *et* $2^{127}-1$ *[...] Lorsque le nombre essayé n'est pas premier, nous avons vu qu'on ne trouvera aucun résidu nul".*

[18]Cf. [Lucas 1877c, p.160].

[19]La présentation des réglettes et autres réalisations de l'ingénieur est faite par Lucas lui-même au congrès de 1884 (p.139) : "*Pour tous les calculs spéciaux, de toute nature, il vous imaginera, d'une manière tellement rapide qu'il m'est souvent difficile de le suivre, des tableaux graphiques pour la solution des calculs proposés. En un mot, il a le génie des calculs pratiques".*

[20]Cf. [AFAS *Congrès* 1891, **20**, (1), p.159].

[21]Cf. [*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* , 1906-1911, tome **I**, vol. **4**, fasc.2 et 3, p. 271]. Une mention du "piano arithmétique" de Genaille pour tester les grands nombres premiers figure également dans l'article "Numerisches Rechnen" de R. Mehmke [*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, 1901, Band **I**, Heft **6**, p. 978 note 185].

A ce jour, on n'a pas de trace de ce piano arithmétique.

La machine à calculer de Pafnuti Lvovich Tchebychev

Au cours de sa vie, Tchebychev a imaginé divers mécanismes (machine à marcher, peson, presse, fauteuil roulant, bicyclette, trieuse, systèmes articulés)[22]. Différents éléments de la machine à calculer qu'il conçoit entre 1876 et 1882 sont offerts par son auteur au Conservatoire national des Arts et Métiers de Paris.

Au congrès de Clermont-Ferrand de l'AFAS en 1876, Tchebychev expose le principe d'un nouvel arithmomètre à mouvement continu, utilisant un système de trains épicycloïdaux. Un élément essentiel de ce calculateur est réalisé en France en 1882 par l'entreprise Gautier et présenté la même année au congrès de La Rochelle de l'Association.
Nous disposons de deux commentaires de Laisant à ce propos :
"A Clermont-Ferrand, M. Tchebichef présente une machine arithmétique additive à mouvement continu. Il serait assez difficile de décrire ici le mécanisme de cet intéressant appareil, ingénieux comme toutes les découvertes de l'illustre géomètre russe, et qu'on a pu voir dans la section russe, au Champ de Mars, à l'Exposition universelle de 1878."[23]
"La partie la plus originale de cette machine arithmétique à mouvement continu consiste dans l'additionneur, où les échappements ordinairement employés sont remplacés par des trains épicycloïdaux. Le mécanisme servant à effectuer la multiplication et la division contient, lui aussi, des innovations extrêmement intéressantes."[24]

Lucas écrit pour sa part dans ses *Récréations mathématiques* sous le titre *"La machine de Tchebichef "* :
"Un savant russe, le plus illustre arithméticien de notre temps, M. Tchebichef, qui m'honore de son amitié et de ses conseils - vous me pardonnerez de vous le dire, mais j'en suis fier - s'est aperçu que, dans tous ces appareils si ingénieux, on n'avait oublié qu'une seule chose, le principe le plus important et le plus nécessaire pour le fonctionnement d'une bonne machine. Dans une machine parfaite, le mouvement doit être continu, uniforme, et vous observerez que, dans l'arithmomètre de Thomas, par exemple, les mouvements sont saccadés, discontinus : pendant un tour de manivelle, chaque pignon tourne inégalement, s'arrête pendant que d'autres sont encore en mouvement. Frappé de cet inconvénient, qui peut nuire parfois à l'exactitude des résultats, M. Tchebichef s'est alors proposé d'obtenir une machine à mouvements plus continus, plus uniformes ; il nous a présenté, au congrès de Clermont-Ferrand, le lendemain d'un pèlerinage à la maison de Pascal, une machine à additionner, qui ressemblait de loin à la cage d'un écureuil. C'était l'appareil reproducteur d'une machine beaucoup plus parfaite que ses devancières, qu'il vous a montrée au congrès de La Rochelle [...] M. Tchebichef vient de nous confier l'unique exemplaire de sa machine pour quelques mois et nous autoriser à en faire prendre des dessins qui resteront exposés dans les galeries du Conservatoire. La partie principale de sa

---

[22]Voir à ce propos [Maïstrov 1975]. Le quatrième volume des *Récréations* de Lucas consacre un chapitre (avec reproductions photographiques) à la "machine à marcher" de Tchebychev, cf. [Lucas 1894a, p. 197-204].
[23]Cf. [Laisant 1879, p. 112].
[24]Cf. [Laisant 1887a, p. 11].

machine est l' additionneur*, qui donne la seconde solution rigoureuse du problème par le côté cinématique."*[25]

Des éléments de cette machine seront en définitive offerts par leur auteur en 1893 au Conservatoire National des Arts et Métiers, dirigé alors par Aimé Laussédat : le 2 juin 1893 Laussédat fait état d'une donation par Tchebychev de l'arithmomètre et de plusieurs systèmes articulés ; le 14 juin l'additionneur est offert au CNAM. Une description détaillée de l'arithmomètre avec un commentaire figurent dans un article de Maurice d'Ocagne de 1893. Cette description aurait été effectuée grâce aux explications orales données sur le fonctionnement de l'arithmomètre par Tchebychev lui-même, lors de son passage à Paris[26].

Les expositions au Conservatoire National des Arts et Métiers

Lucas est membre de la commission des congrès et conférences de l'exposition universelle de 1889. Ses activités en ce domaine se poursuivent au Conservatoire National des Arts et Métiers dans les deux années qui suivent.
La correspondance que Lucas adresse à Tchebychev le 12 avril 1889[27] porte sur l'expédition d'une caisse contenant les collections destinées à être exposées au Conservatoire ; celle du 21 mai 1890 fait état de la vitrine spéciale où sont installés tous les appareils, ainsi que les photographies de la machine à marcher et du peson.
En juin 1890 Lucas prononce au Conservatoire une conférence sur le *diagrammomètre* du colonel V. Kozloff[28], qui y est exposé et présenté comme une machine permettant le calcul immédiat et simultané d'un très grand nombre d'intégrales. Cet appareil est actionné par la pesanteur et serait "l'instrument universel du calcul pour l'ingénieur, le physicien, le chimiste, le statisticien, le banquier et l'industriel". La lettre de Lucas à Tchebychev du 21 mai 1890 comporte les précisions suivantes :
"J'ai fait installer provisoirement le diagrammomètre du colonel Kozloff ; c'est très remarquable et fort ingénieux. Cet appareil peut rendre, après des perfectionnements indispensables, de très grands services aux sciences d'observation, pour les calculs approchés, en exceptant la Statistique, qui n'a rien de commun avec la Science ! "

La dernière lettre de Lucas à l'académicien russe (10 juin 1891) fait état des dons faits par Tchebychev au Conservatoire :
"Cher et illustre professeur,
Je vous remercie pour l'envoi des photographies ; je les remettrai comme les précédentes au Conservatoire des Arts et Métiers, où elles seront encadrées et exposées. Vous recevrez prochainement un article de La Nature*, avec les dernières photographies du propulseur pour bateaux, et des dessins des parallélogrammes que vous avez offerts au Conservatoire.*

[25]Cf. [Lucas 1893, p. 74].
[26]Cf. [Butzer et Jongmans 1989, p. 57] , [d'Ocagne 1893, p. 269-281] et [Prudnikov 1976, p. 240-241].
Le catalogue des collections du Musée des Arts et Métiers du CNAM comporte quinze objets se rapportant à Tchebichef (selon l'orthographe adoptée par le Conservatoire), parmi lesquels la machine à mouvement continu et le train épicycloïdal de l'additionneur de la machine à calculer, cinq photographies des éléments de cette machine par Nadar et Maurice d'Ocagne, et plusieurs parallélogrammes articulés.
[27]Les lettres de Lucas à Tchebychev, provenant des Archives académiques de Russie (Moscou) et communiquées aimablement par Natalia Ermolaeva, figurent au chapitre 13.
[28]Cf. [Lucas 1890b].

Je vous prierais de m'adresser une petite note sur l'emploi de l'appareil photographié contre un mur, et des explications suffisantes pour un nouvel article que je présenterai au Congrès de Marseille.
Je vous enverrai prochainement le premier volume de ma Théorie des nombres, que je vous prie d'accepter comme souvenir."

Dans un ouvrage de Prudnikov l'activité de Lucas est évoquée en ces termes :
"En 1890, le savant français Édouard Lucas a placé tous les modèles des mécanismes de Tchebychev dans une vitrine spéciale du Musée National des Arts et Métiers à Paris. Il a fait plusieurs conférences publiques sur ce sujet.
Dans son article (voir La Nature et la Science, *Paris, 1887), Édouard Lucas a donné la description de la machine à marcher de Tchebychev. Dans son ouvrage (* Récréations mathématiques, *vol. 3, 1893, p. 74) il a consacré un paragraphe à la description de l'arithmomètre de Tchebychev."*[29]

La donation Lucas au Conservatoire National des Arts et Métiers

Le *Journal Officiel* du 18 avril 1889 répertorie, parmi les dons faits au collections du Conservatoire national des Arts et Métiers pendant l'année 1888, ceux d'Édouard Lucas. Le catalogue des collections actuelles du Musée fait état de 144 articles. Certains se rapportent de près aux recherches de l'arithméticien sur l'histoire du calcul, l'étude des satins réguliers, ou la géométrie de situation. Nous les avons regroupés de la façon suivante :

Calendriers et jeux
-11 articles concernent les calendriers (arabe, juif, grégorien, grégorien automatique, universel, perpétuel) et un almanach en bâtons.
-10 articles sont liés à des jeux mathématiques (baguenaudier, tour de Hanoi, jeu de la pyramide, jeu militaire, jeu icosagonal ou des 20 forts, jeu des mages, jeu icosien, fasioulette du Mandarin N. Claus de Siam[30] ; traité mathématique de l'écarté).

Instruments de calcul
-4 bouliers ou compteurs à jetons.
-1 abaque pour le calcul des lentilles, 1 diagramme des levers et couchers de soleil, des curvi-graphiques pour calculer la marche des armées en campagne.
-13 tables ou tableaux arithmétiques concernent l'arithmétique chinoise, latine, arabe ou indienne ; des tables de Pythagore à coulisse, une table à ficelle pour l'enseignement de la multiplication ; des tables pour les tirs d'artillerie, pour les calculs de taux d'intérêt, pour les calculs financiers, pour le jaugeage des tonneaux[31].
-8 feuillets et réglettes népériens (en particulier selon le système Roussain).
-18 articles liés aux réglettes multiplicatrices (modèle de Genaille, de Laisant), aux dominos additionneurs et multiplicateurs, aux rouleaux multiplicateurs.

Tables et tableaux liés au recherches sur le tissage et à la géométrie de situation
-5 tableaux concernent les armures fondamentales des satins réguliers, les dessins d'ornements, la représentation graphique des nombres complexes appliquée au tissage.

[29][Prudnikov 1976, p. 155].
[30]Anagramme de "Lucas d'Amiens".
[31]Rappelons que le père de Lucas était tonnelier.

-2 tableaux concernent la géométrie de situation (polygraphies magiques dans le système d'Euler).

Appareils ou machines
-1 arithmomètre de Thomas
-2 machines à calculer et un petit calculateur Bardot
-2 arithmographes pour les quatre opérations
-8 appareils à coulisses, rouleaux ou réglettes pour la multiplication
-1 convertisseur de méridiens
-10 additionneurs ou additionneurs-soustracteurs
-1 cercle logarithmique et 1 triangle à calculs
-1 appareil graphomécanique pour la résolution des équations

De nombreux accessoires et notices accompagnent les machines ainsi que des planches de brevet concernant les arithmomètres et calculateurs (Barbour, Odhner, Baldwin, Wright, Webb) ; on trouve le dessin du diagrammomètre du colonel Kozloff, du peson et de la machine à marcher de Tchebychev, des photographies de systèmes articulés (parmi lesquelles celles de "parallélogrammes articulés pour bateaux" ont pour auteurs Lucas et Tchebychev).

Les jeux d'Édouard Lucas

Les constructeurs d'appareils à calculer et de jeux scientifiques Chambon et Baye éditent en 1889 une série de fascicules intitulés "jeux scientifiques pour servir à l'Histoire, à l'enseignement et à la pratique du calcul et du dessin", dont Édouard Lucas est l'auteur. Cette série de jeux scientifiques obtient une médaille d'argent à l'Exposition Universelle de Paris en 1889 (Lucas est alors membre de la commission des congrès et conférences de cette exposition).
On y trouve les titres suivants :
-la Fasioulette du mandarin N. Claus de Siam, jeu de plage et de salon, pour les dames et demoiselles
-la Pipopipette, jeu de combinaisons dédié aux élèves de l'École Polytechnique, par un Antique de la promotion de 1861
-la Tour de Hanoi, jeu tombé de Saturne et rapporté du Tonkin par N. Claus de Siam , mandarin du collège Li-Sou-Stian[32]
-l'Icosagonal ou le jeu des vingt forts, nouveau jeu des combinaisons
-l'Arithmétique diabolique ou le Calcul infernal, nouveau jeu d'addition pour les enfants et leurs parents
-les Pavés florentins du Père Sébastien, jeu de mosaïques pour les enfants, les ébénistes et les paveurs en chambre.

[32]Anagramme de "Saint-Louis".

13- Les liens d'Édouard Lucas en France et à l'étranger

Les références françaises

Dans les notes aux *Comptes-Rendus* deux auteurs français seulement se réfèrent aux travaux de Lucas : il s'agit de Théophile Pépin dans ses notes de 1877 et 1878 sur les nombres de Fermat et de Mersenne, et de Picquet en 1883 dans le débat qui s'installe autour d'une généralisation contestée du théorème de Fermat.
La situation est différente dans le *Bulletin* de Darboux où le travail de traduction, en collaboration avec Charles André, du *Traité d'astronomie sphérique et d'astronomie pratique* de Brünnow, est cité ainsi que l'un des premiers travaux de Lucas sur les sommes de puissances semblables d'entiers[1]. Ultérieurement Lucas apparaît dans la partie bibliographique du *Bulletin*.
Dans les revues destinées aux enseignants (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, *Journal de mathématiques élémentaires*) et dans les comptes-rendus de l'AFAS, le nom de Lucas apparaît par contre très fréquemment.

Les références étrangères

Édouard Lucas n'a publié aucun article dans le *Journal de Crelle* ou le *Journal de Liouville* et les références qui sont faites à ses publications par des mathématiciens étrangers demeurent rares. Nous avons pu repérer deux mentions par Angelo Genocchi:
-dans les *Actes de l'Académie des sciences de Turin* le 21 mai 1876[2]
-dans la note aux *Comptes-Rendus* de l'Académie des sciences de 1884, où les travaux antérieurs de l'auteur sont rappelés *"à l'occasion de recherches analogues de M. Édouard Lucas."* [3]
Une mention est due à Eduard Radicke qui écrit dans le *Journal de Crelle* de 1880 à propos des nombres d'Euler :
"Bei der Herleitung derselben will ich mich der symbolischen Bezeichnungs- und Rechnungsart bedienen, welche zuerst Herr Lucas in seiner interessanten Schrift "Théorie nouvelle des nombres de Bernoulli et d'Euler" mit Vortheil auf die Bernoullischen und die mit diesen verwandten Zahlen angewendet hat". [4]
En 1883 Ernesto Cesàro fait référence à Lucas dans un article de la revue *Mathesis* concernant le calcul symbolique, et en 1886 dans un article des *Nouvelles Annales de Mathématiques* concernant les nombres de Bernoulli[5].

La revue dirigée par Catalan, *Nouvelle Correspondance mathématique,* joue un rôle tout à fait spécifique dans les années qui suivent la guerre franco-prussienne. Les échanges entre les scientifiques français et allemands étant interrompus, la revue belge joue le rôle de carrefour entre les deux communautés. Lucas y publie plusieurs mémoires importants entre 1876 et 1878 dont l'écho parvient en Allemagne. La

---

[1]*Le Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques* [vol. **2**, 1871, p. 76 et p. 169-172].
[2]Cf. [Genocchi 1875-76].
[3]Cf. [Genocchi 1884].
[4]Cf. [Radicke 1880, p. 257].
[5]Cf. [Cesàro 1883, p. 12] et [Cesàro 1886b, p. 311 note 1].

Nouvelle Correspondance mathématique apparaît ainsi comme un moyen d'être lu, à défaut d'être publié, outre-Rhin. L'arithméticien affirme être saisi d'une demande de traduction allemande de ses mémoires sur les fonctions numériques simplement périodiques [1877m] et [1878g] ; cependant nous n'avons trouvé aucune trace de traduction ni de publication dans les revues allemandes des travaux de Lucas.

La correspondance étrangère d'Édouard Lucas

Les responsabilités d'Édouard Lucas à l'AFAS lui offrent l'occasion d'échanges épistolaires avec les savants étrangers. Nous avons répertoriés 17 lettres de Lucas à des savants étrangers, ainsi réparties : 3 lettres à Sylvester, 6 lettres à Cremona, 1 à Catalan, 2 à Cesàro, 5 à Tchebychev. Seules les lettres de Lucas à Cremona sont actuellement publiées. Le contenu scientifique de ces lettres est commenté dans les chapitres de notre étude que nous rappelons ci-dessous.

Les travaux d'Hélène Gispert[6] mettent en évidence une importante réorganisation des réseaux de communication en mathématiques dans le dernier tiers du XIXe siècle. Parmi ces réseaux nouveaux paraissent la Société mathématique de France et l'Association française pour l'avancement des sciences. Explicitement conçus comme nécessaires au redressement et au développement des activités scientifiques en France, ces réseaux paraissent dans le contexte spécifique qui suit la défaite française dans la guerre franco-prussienne de 1870.
Un élément important y est affirmé : celui de la dimension nationale de l'activité scientifique, dépassant les seuls échanges individuels entre savants ou l'activité de quelques sociétés savantes au recrutement élitiste, comme l'Académie des sciences ou la Société philomatique.
La mise en place de ces structures nouvelles permet le lancement de nouveaux moyens de communication, de diffusion des travaux scientifiques. La Société mathématique de France crée ainsi son *Bulletin* envoyé à chaque sociétaire. Exclusivement consacré à la publication de mémoires originaux des adhérents, le *Bulletin* de la SMF ignore l'apport bibliographique et ne contient aucune information sur la vie mathématique française ou étrangère.
L'Association française pour l'avancement des sciences affirme dès son premier congrès que le redressement de la France passe par la diffusion large des sciences dans les milieux professionnels du pays tout entier. Ses congrès annuels décentralisés dans les villes de province donnent lieu à des *Comptes rendus* qui se caractérisent par le nombre élevé des interventions (environ 1200 dans les sections 1 et 2 concernant les sciences mathématiques-astronomie-géodésie-mécanique).
La présence régulière de savants étrangers aux congrès de l'AFAS jusque dans les années 1890 est soulignée. On peut noter que, parmi la quarantaine d'intervenants étrangers dans les sections 1 et 2, beaucoup reviennent régulièrement, acceptent de figurer comme présidents d'honneur dans ses instances. Cette participation étrangère s'estompe par contre dans les toutes dernières années du XIXe siècle.

A cette analyse nous pouvons ajouter que le rôle de l'AFAS apparaît double : dans le contexte national, elle contribue à la diffusion des sciences essentiellement dans les milieux professionnels ; au niveau international, elle s'efforce de désenclaver le milieu scientifique français à l'occasion de ses congrès. Nous avons remarqué les réactions

[6]Cf. [Gispert 1998].

favorables exprimées par Gaston Darboux à ce propos dans sa correspondance citée précédemment ; commentant en particulier le congrès de Reims de 1880, où Lucas préside les sections 1 et 2, il écrit à Houël : *"on voit bien des personnes que sans cela on n'aurait jamais rencontrées."*
Les mathématiciens étrangers contribuent puissamment au rayonnement de l'AFAS. Le rôle que joue à ce propos Édouard Lucas, en tant que secrétaire puis de président des sections 1 et 2 de l'Association pendant de nombreuses années, doit être souligné : sentiment national et souci du rayonnement international de la France se conjuguent dans l'activité qu'il déploie jusqu'à sa mort au sein de l'Association.
La correspondance de Lucas avec les savants étrangers doit être appréciée dans cette perspective.

Les références à l'activité de l'Association sont présentes dans les lettres échangées avec Cremona en 1878 et 1880, avec Sylvester en 1879, et avec Tchebychev en 1878, 1890 et 1891. Lucas doit, en tant que secrétaire, régler le problème des dates des congrès et de logement des congressistes, mais aussi, comme président des sections 1 et 2, susciter les interventions des participants et veiller à l'impression de celles-ci.
La lettre du 30 avril 1878 adressée à Cremona évoque la délicate question des invitations aux savants étrangers, en particulier allemands, et la solution trouvée à l'AFAS.

Nous avons fourni précédemment des commentaires
-sur la lettre de Lucas à Catalan le 22 juin 1876 à propos de la conception et de la publication de ses thèses (au chapitre 5), et à propos de l'article [1876h] de la revue *Nouvelle correspondance mathématique* relatif aux nombres de Bernoulli (au chapitre 9)
-sur la lettre de Lucas à Cremona du 8 mai 1880 concernant la géométrie de situation (au chapitre 10) ; sur celle du 11 octobre 1882 annonçant son voyage en Italie à la recherche de manuscrits de Fermat (au chapitre 11)
-sur la lettre de Lucas à Cesàro du 4 octobre 1890 relative à la conception de son ouvrage de *Théorie des nombres* encore sous presse (au chapitre 6), en particulier sur la démonstration du résultat de Staudt et Clausen (au chapitre 9)
-sur les lettres de Lucas à Tchebychev du 12 avril 1889, du 21 mai 1890 et du 10 juin 1891 relatives à l'exposition des modèles de ce dernier au Conservatoire National des Arts et Métiers (photographies de la machine à marcher, du peson, du propulseur pour bateaux, dessins de parallélogrammes articulés) ainsi qu'à l'exposition du diagrammomètre du colonel Kozloff (au chapitre 12) ; sur celle du 16 mars 1890 relative à la loi de réciprocité trouvée "par hasard" dans le tissage (au chapitre 7).

La qualité des rapports entre Lucas et Tchebychev mérite d'être soulignée. Il s'agit, au delà des rapports de maître à disciple, de véritables relations d'amitié scientifique : *"j'ai beaucoup de choses à vous montrer"* écrit-il dans sa lettre du 16 mars 1890.
Tchebychev n'hésite pas à mentionner les recherches de Lucas devant son auditoire de Saint-Pétersbourg. Un ouvrage de Prudnikov[7] évoque en ces termes les liens scientifiques entre Lucas et Tchebychev :
En exposant l'histoire de la théorie des nombres, il [Tchebychev] *s'arrêtait aussi sur les recherches arithmétiques de Lucas :*

[7]Cf. [Prudnikov 1976, p. 79].

"Actuellement c'est un jeune mathématicien Lucas qui s'occupe du système binaire de numération. Lucas pense qu'à l'aide d'une machine ou de quelque instrument, il sera plus commode de faire l'addition avec la numération binaire."
A cette époque [1876], *Lucas avait une correspondance suivie avec Tchebychev et le tenait au courant de tous ses résultats sur la théorie des nombres avant leur publication. Sans doute est-ce par cela que l'on peut expliquer les mentions des recherches de Lucas au cours de ses conférences.*
Le sujet de la conférence du 16 novembre 1876 est la recherche, par un grand nombre de mathématiciens, d'une formule qui donne seulement des nombres premiers.
"Fermat croyait, dit Tchebychev au cours de cette conférence, qu'il avait trouvé une telle formule, mais il a fait une erreur. A présent c'est Lucas qui s'occupe de cette question.
Le nombre $2^{31}-1$ *est sans aucun doute premier. Actuellement beaucoup de personnes trouvent d'autres nombres premiers, mais on peut douter de la rigueur de leur démonstration. Lucas pense que* $2^{37}-1$ *est premier. Euler a donné une formule engendrant beaucoup de nombres premiers :* x^2+x+1. *Nous allons obtenir des nombres premiers pour x = 0, 1, 2, ... 39. mais si x = 40, nous aurons* $40^2+40+41=41^2$.*"*

Lettres de Lucas à Sylvester

Trois lettres d'Édouard Lucas à James-Joseph Sylvester figurent dans le legs Sylvester à St. John's College (Cambridge)[8] ; leur contenu est administratif : deux lettres datées du 15 septembre 1879 et du 1er octobre 1879 (Box 2) accusent réception de deux lettres de Sylvester, ainsi que du dernier numéro de l'*American Journal of Mathematics*, dans lequel se trouvent des articles de ce dernier[9]. Une troisième lettre de Paris, datée aussi du 1er octobre 1879 (Box 7) signale la nouvelle adresse d'Édouard Lucas, professeur au lycée Saint-Louis, 2 rue Du Bellay, Paris.

Lettres de Lucas à Cremona

Six lettres d'Édouard Lucas à Luigi Cremona figurent dans *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)* [10]. Nous les reproduisons dans la partie *Documents.*
La première est envoyée de Moulins, le 29 août 1876 ; elle contient des précisions sur la géométrie tricirculaire et tétrasphérique de Lucas , sur ce qui la différentie de celle de Darboux. Une ébauche de la "règle des signes" y est présentée avec des références à Möbius et Hermite.
La deuxième lettre est envoyée de Paris, le 14 avril 1878 ; il y est question de la publication de Lucas à l'Académie des Lincei et du prochain congrès de l'AFAS à Paris.

---

[8]Information aimablement communiquée par Karen H. Parshall.
[9]Il s'agit vraisemblablement des articles de Sylvester : "On the complete system of the "Grundformen" of the Binary Quantic of the Ninth Order", *American Journal of Mathematics pure and applied* , **2** (1879), p. 98-99 ; et "Tables of the generating Functions and Groundforms for the Binary Quantics of the first Ten Orders", *American Journal of Mathematics pure and applied* , **2** (1879), p. 223-251.
[10]*La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)* , vol. I, (Quaderni della Rivista di storia della scienza), Università di Roma "*La Sapienza* ", n.1 (1992).

La troisième lettre de Paris, 30 avril 1878, est entièrement consacrée à la délicate question de l'invitation de savants étrangers au congrès de l'AFAS.
Les lettres 4 (Paris, 8 mai 1880) et 5 (Paris, 1880) sont consacrées à la préparation du congrès de Reims de l'AFAS et à une demande de références italiennes sur la *géométrie de situation.*
La lettre 6 (Paris, 11 octobre 1882) fait état du deuil récent de Lucas (il vient de perdre sa femme). Il annonce sa mission en Italie ayant pour objet la publication des oeuvres de Fermat, au cours de laquelle il prévoit un passage à Florence et à Rome.

Lettres de Lucas à Catalan

On ne possède qu'une lettre d'Édouard Lucas à Eugène Catalan[11] et aucune de Catalan à Lucas, bien que des références à Lucas soient présentes dans la correspondance de Catalan.

Moulins jeudi 22 juin 1876
Mon cher Monsieur Catalan,
J'aurais voulu vous écrire depuis longtemps car j'ai effectivement reçu la lettre dont il est question dans votre petit mot que j'ai reçu hier. J'ai été fort occupé, et M. Genocchi m'a fait à l'académie de Turin le tour que vous vouliez me jouer à celle de Bruxelles. J'avais galopé une lettre à M. Genocchi, plus mal écrite que celle-ci, pour le remercier de sa bienveillance (à propos de sa dernière publication qu'il m'a envoyée). Je lui donne quelques-uns de mes théorèmes en les énonçant simplement, il les présente à l'académie et m'envoie les épreuves (Remarquez qu'il n'est pas bien difficile pour le manuscrit) ; il est vrai qu'il m'avait demandé l'autorisation, mais n'ayant pas répondu de suite, il avait passé outre. J'ai dû remanier tout cela. Je vous en enverrai un exemplaire quand cela sera prêt. M. Genocchi m'a fort approuvé ; j'en suis content car je crois qu'il a fort travaillé là-dessus ; et qu'il s'y connaît.
Je vous recommande de ne pas en faire autant pour ma géométrie tricirculaire. D'abord vous n'avez pas compris ma règle des signes, qui n'est pas rebattue du tout ; c'est la cause de tout ce que je trouve en mathématiques ; elle m'est venue après avoir digéré en boa les Regulae ad directionem ingenii de Descartes. Relisez cela. Il est singulier que Descartes n'ait pas réformé sa géométrie après cet écrit. J'en ai 2000 pages de faites sur ceci. Je vous expliquerai la raison métaphysique du succès actuel du rapport anharmonique, bien que je sois persuadé que beaucoup de gens ne s'en doutent pas. Je vous expliquerai pourquoi dans une question du premier degré, on trouve deux solutions comme pour la distance d'un point à une droite, ce qui est absurde. On retrouve dans une formule ce qu'on y a mis, mais transformé ; or on y a mis une ambiguïté dès le commencement, elle persiste. Si vous croyez à la dualité des lois de l'étendue, pourquoi ne croyez-vous pas à celle des principes des signes. Vous avez, il est vrai, une manière de trancher les choses à la Mourad-Effendi dans votre Analytique (Manuel p. 354) "Remarques : La distance d'un point à une droite est une quantité essentiellement positive ; donc on prendra etc.". C'est là une grosse faute, à mon sens. Mais laissons tout ceci.
Je vous prie seulement de garder pour l'instant cette règle et ma géométrie tricirculaire comme dépôt, et de n'en rien publier pour l'instant et voici pourquoi.
Je vous dirai entre nous que j'ai présenté ma thèse, il y a six mois (la seconde), car je vous ai raconté naguère l'histoire de la première ; j'avais changé de méthode d'envoi,

[11]Correspondance de Catalan, salle des manuscrits de l'Université de Liège, Ms 1307 C, V 457. Le texte de la lettre de Lucas à Catalan nous a été aimablement communiqué par François Jongmans.

et l'ai adressée au Ministère ; on m'a accusé réception 6 mois après. On la lira quand je serai mort, et je l'imprimerai après. Elle a pour sujet les anallagmatiques simplifiées dans leur théorie ; les mémoires de Moutard, Darboux, Laguerre, que je n'avais pas lus alors, deviennent singulièrement élucidés et transformés par cette méthode que Darboux avait presque devinée, puisqu'il avait employé 5 coordonnées au lieu de 4 ; mais dans le système orthogonal seulement.
"Le rayon du cercle radical que je vous ai envoyé et la relation entre les coordonnées est "une trouvaille heureuse ; elle a été cherchée par Hesse et Darboux mais ils ne l'ont pas "donnée.
Je l'ai trouvé carrément par la règle des signes ; cela pourra vous étonner, mais rien n'est plus vrai.
Vous seriez bien aimable de me faire composer de suite la note sur les nombres de Bernoulli. Il y a un mois que je l'avais composée, mais je l'ai remaniée.
Je vous prierais d'y ajouter après la formule

$$f(B+1) - f(B) = f'(0)$$

ceci
Si l'on fait dans cette formule $f(x) = e^{xz}$ *, on trouve*

$$e^{(B+1)z} - e^{Bz} = z$$

et par suite

$$\frac{z}{e^z - 1} = e^{Bz}$$

ce qui est la formule de Cauchy ; si l'on fait encore

$$f(x) = (x+1)(x+2)\dots(x+n),$$

on obtient la formule

$$\frac{B+2}{1}\cdot\frac{B+3}{2}\cdot\frac{B+4}{3}\cdots\frac{B+n}{n-1} = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$$

Bien à vous cordialement *E. Lucas*
Que pensez-vous de ceci. Il y a bien du Worontzoff, mais je vous donnerai une suite. D'ailleurs je ne l'ai pas encore bien compris et ce que j'ai fait est indépendant de son travail.

Lettres de Lucas à Cesàro

Deux lettres d'Édouard Lucas à Ernesto Cesàro sont répertoriées[12].
La première est très brève, non datée, fait référence à une théorie des polyèdres publiée par Cesàro dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* , théorie qui se trouverait déjà dans le traité de géométrie de Rouché.
La deuxième est envoyée de Paris, le 4 octobre 1890. Elle contient des indications importantes sur la publication en cours du traité de *Théorie des nombres* de Lucas.

Paris, 4 octobre 1890
Mon cher collègue,

[12]Presso il "Fondo Cesàro" - Dipartimento di Matematica e Applicasioni "R. Caccioppoli "- Università degli Studi di Napoli "Federico II ".

Je publie chez Gauthier-Villars un ouvrage intitulé Théorie des nombres, trois volumes sur six sont sous presse, c'est-à-dire que le manuscrit est terminé ; le premier volume paraîtra incessamment ; chaque volume de 500 pages. J'y donne une démonstration du théorème de Staudt encore plus simple, archi-plus-simple.
Mon ouvrage repose sur un plan absolument différent de tout ce qui existe ; on n'y trouve aucune notion de continuité, d'exponentielle, de logarithme, pas même $\sqrt{2}$ *. Les théorèmes se trouvent classés dans un ordre fatal, déterminé par la logique, comme les mots dans un dictionnaire. Il y a beaucoup d'exercices. Je vous adresserai quelques épreuves, de temps en temps. Il me sera très agréable d'avoir vos observations et vos remarques toujours judicieuses.*
J'en tirerai le plus grand profit soit pour les notes et additions à la fin du volume, soit pour une autre édition. Donc je vous prie de le lire avec soin et bienveillance ; je placerai, sinon dans la première, du moins dans la deuxième édition ou à la fin du volume, les remarques que vous m'adresserez, et même les exercices, etc., avec le nom de l'auteur.
Mais je suis très occupé par cela, et aussi par 4 volumes de Récréations Mathématiques et un volume Les Machines à Calcul. C'est vous dire que je n'aurai pas toujours le temps de vous répondre tout de suite, et parfois d'oublier.
Mon ouvrage est la glorification de cette trinité : Fibonacci, Fermat, Pascal ; ils avaient la vue longue ; on l'a si courte aujourd'hui.
Si vous avez quelques exemplaires de brochures qui ne vous servent pas, je vous prierais de les adresser à
1° M. Matrot, ingénieur en chef des mines, 146 Boulevard Raspail, Paris.
2° M. Delannoy, intendant militaire, à Guéret, Creuse.
Mon premier volume contient trois livres
1. les entiers 2. les nombres rationnels 3. la divisibilité.
Dans le livre 2 se trouvent le calcul symbolique, les nombres de Bernoulli, la démonstration dont je vous parle plus haut, et quelques-uns de vos théorèmes, sous votre nom.
Bien cordialement *E. Lucas*
1, rue Boutarel

Lettres de Lucas à Tchebychev

On dénombre cinq lettres d'Édouard Lucas à P.L.Tchebychev aux Archives académiques de Moscou, datées des 7 décembre 1878, 12 avril 1889, 16 mars 1890, 21 mai 1890, 10 juin 1891. Il faut mentionner que Lucas est, après Hermite et à égalité avec Massarini, celui qui a écrit le plus souvent à Tchebychev qui répondait très peu à ses correspondants, sauf parfois à Hermite et à Sophie Kowalewska.
Ces lettres ne sont pas publiées, hormis un court résumé en russe dans le tome 5 des *Oeuvres complètes* de P.L.Tchebychev [13]:
"Ces lettres ont un contenu d'affaires : publication de la note de Tchebychev dans les comptes-rendus de l'AFAS, envoi de modèles au CNAM, présentation de Lucas à l'Académie de Saint-Pétersbourg, remarque de Lucas sur la loi de réciprocité, installation de l' "intégrateur de Kozlov" dans les salles du CNAM".

Nous faisons figurer l'intégralité de ces lettres ci-dessous[14] :

[13]Cf. [Tchebychev 1951, p. 444].
[14]*Archives académiques de Russie (Moscou)* , lettres aimablement transmises par Natalia Ermolaeva.

Lettre n°1

Paris le 7 décembre 1878

Monsieur et illustre Professeur,
Je viens de recevoir à l'instant le manuscrit de votre communication Sur les Parallélogrammes articulés *et l'ai porté moi-même à l'imprimerie. Votre mémoire sera imprimé dans le volume du* Compte-rendu *de l'Association (Congrès de Paris) ; je corrigerai les épreuves et je ferai tirer à part un certain nombre d'exemplaires. Il est probable que les deux mémoires seront réunis dans ce tirage à part, à moins que vous ne teniez essentiellement à ce qu'il en soit ordonné autrement.*
En rentrant à Paris, j'ai eu le regret de constater votre départ que vous aviez effectué dès la veille ; j'aurais été très heureux de vous voir et de vous causer.
Veuillez agréer, cher et illustre Professeur, l'hommage de mes sentiments respectueux et dévoués.

Ed. Lucas
56 rue Monge, Paris

Lettre n°2

Cher et illustre Professeur,
J'ai pris les renseignements que vous m'aviez demandés ; le plus simple est d'adresser votre caisse sous l'adresse suivante
Mr le Directeur du Conservatoire des Arts et Métiers, Paris
avec la mention :
Modèles destinés au Conservatoire.
Dans ce cas, M. Laussédat obtiendra le remboursement des droits de douane, mais le Conservatoire paiera les frais de transport de l'envoi, ainsi qu'il est convenu.
Cependant, si vous le pouvez, il serait possible de diminuer les frais de transport sur les chemins russes.
Quoiqu'il en soit, adressez les collections au Conservatoire en port dû, à la suscription précédente. M. Laussédat me prie de vous remercier officieusement dès maintenant, avant la lettre officielle, que vous recevrez lors de la réception de l'envoi.
J'attends avec une vive impatience le moment de vous voir au mois d'octobre ; six mois d'attente, c'est bien long.
Avec le plus profond respect

Édouard Lucas
Paris, le 12 avril 1889

Lettre n°3

Paris, 1 rue Boutarel, le 16 mars 1890

Cher et illustre Professeur,
J'ai vu dernièrement M. Donner qui m'a donné de vos nouvelles ; j'espère bien que vous viendrez nous voir cette année, le congrès est à Limoges. J'ai beaucoup de choses à vous montrer.
Avez-vous lu ma conférence amusante dans la Revue scientifique *du 4 janvier ?*
Je vous adresse une petite note que je vous prie de présenter à l'Académie ; elle contient une démonstration très simple de la loi de réciprocité. Je l'ai trouvée par hasard, dans le tissage.

Avec le plus profond respect *Ed. Lucas*

Lettre n°4

Pour Mr. Tchebychef

Cher et illustre Professeur,
Je viens d'installer définitivement au Conservatoire, dans une vitrine spéciale, tous vos appareils, j'ai fait encadrer vos photographies de la machine à marcher *et du* peson *et je vais faire quelques conférences publiques là dessus.*
J'ai fait installer provisoirement le diagrammomètre *du colonel Kozloff ; c'est très remarquable et fort ingénieux. Cet appareil peut rendre, après des perfectionnements indispensables, de très grands services aux sciences d'observation, pour les calculs approchés, en exceptant la* Statistique, *qui n'a rien de commun avec la Science !*
En résumé, cet appareil peut donner en même temps, une dizaine d'intégrations, parmi lesquelles

$$\int f(x)dx, \quad \int \sqrt{1+y'^2}\,dx, \quad \int xf(x)dx, \quad \int (f(x))^2 dx, \quad \int x(f(x))^2 dx$$

en désignant par f(x) une ordonnée quelconque que l'on place sur le diagramme.
Il reste à savoir sur quelle approximation l'on pourra compter.
Un autre détail très ingénieux est celui qui mesure l'écart entre les ordonnées et leur moyenne arithmétique, ou la moyenne arithmétique de leurs carrés.
La question des moyennes de carrés est résolue très simplement par Kozloff ; il remplace une chaîne formée de maillons suivant la série des nombres impairs dont la somme fait les carrés.
En un mot, c'est très remarquable, et il serait bon d'encourager à tous les points de vue, des recherches aussi originales.
D'ailleurs je compte faire un rapport là-dessus aussitôt que mes occupations me le permettront.
Viendrez-vous au congrès de Limoges ?
Je viens de trouver la solution du problème d'Euler et de Paoli sur le nombre exact des solutions de $ax + by = c$ *concernant le développement de*

$$\frac{1}{(1-z^a)(1-z^b)}\ ;$$

la désirez-vous pour le bulletin de l'Académie ?
Avec le plus profond respect

Ed. Lucas
1 rue Boutarel
Paris, le 21 mai 1890.

Lettre n°5

Cher et illustre Professeur,
Je vous remercie pour l'envoi des photographies ; je les remettrai comme les précédentes au Conservatoire des Arts et Métiers, où elles seront encadrées et exposées. Vous recevrez prochainement un article de La Nature, *avec les dernières photographies du propulseur pour bateaux, et des dessins des parallélogrammes que vous avez offerts au Conservatoire.*

Je vous prierais de m'adresser une petite note sur l'emploi de l'appareil photographié contre un mur, et des explications suffisantes pour un nouvel article que je présenterai au Congrès de Marseille.
Je vous enverrai prochainement le premier volume de ma Théorie des nombres, *que je vous prie d'accepter comme souvenir.*
En m'adressant la note sur votre dernier parallélogramme, je vous prierais de me dire où je pourrais me procurer les deux volumes d'Euler publiés autrefois par l'Académie impériale de Saint-Pétersbourg, sur les Écrits arithmétiques, *et à quel prix.*
Viendrez-vous au Congrès de Marseille le 17 septembre ?
Avec le plus profond respect

Ed. Lucas
1 rue Boutarel
Paris, le 10 juin 1891.

14-La République de Venise

Ce chapitre est constitué à partir de pièces issues des Archives de l'académie des sciences, des Archives nationales et des *Annales de la Chambre des députés* à l'Assemblée Nationale. Il met face à face deux conceptions scientifiques opposées.
Le mathématicien Charles-Ange Laisant, député depuis 1876, défend devant la Chambre l'idée que la France se doit de donner à son enseignement supérieur toute l'extension possible, pour répondre aux besoins de la jeune génération et pour que la France ne se trouve pas en état d'infériorité dans l'Europe scientifique.
Nous rencontrons une conception beaucoup moins ouverte dans la section de géométrie de l'Académie des sciences, où Joseph Bertrand fait échouer la création d'une chaire au Collège de France consacrée à la théorie des nombres, chaire pour laquelle le nom de Lucas est avancé.
Le Collège de France comporte alors trois chaires relevant des sciences mathématiques. La chaire de mathématique est occupée par Joseph Liouville qui l'emporte sur Augustin Cauchy en 1851. Liouville y demeure jusqu'à sa mort en 1882 où il est remplacé par Camille Jordan. En physique générale et mathématiques, Joseph Bertrand occupe, lui aussi jusqu'à sa disparition en 1900, la chaire laissée vacante par Jean-Baptiste Biot en 1862. La chaire de mécanique céleste est occupée par Joseph Serret de 1861 à 1885, puis par Maurice Lévy de 1885 à 1908.
Si la théorie des nombres est développée et enseignée en Allemagne au cours du XIXe siècle, Gauss l'ayant proclamée reine des mathématiques, on n'y trouve pas de chaire ayant cet intitulé. Les plus importantes chaires allemandes comportent des intitulés généraux comme "Mathematik" ou "Höhere Mathematik", des chaires de "Geometrie" ou "Darstellende Geometrie" se trouvant dans les Grandes Écoles Techniques[1].

Les arguments de Laisant, que nous exposons ci-dessous, se trouvent donc justifiés par le peu d'attention porté en France à la théorie des nombres, à son enseignement et à sa diffusion. La comparaison avec l'Allemagne est pertinente sur ce point, mais non sur l'intitulé de la chaire elle-même. On peut néanmoins s'interroger sur le sort réservé à cette science dans les décennies qui vont suivre la prise de position de Bertrand et de l'Académie, et sur le retard qui a pu en résulter pour la France en ce domaine.

La théorie des nombres au Collège de France : une affaire d'État

La demande de création d'une chaire de théorie des nombres au Collège de France est faite par Charles-Ange Laisant devant la Chambre des députés à deux reprises en 1887 et 1888[2]. Elle est accompagnée d'une campagne en faveur de cette création, au cours de laquelle la candidature d'Édouard Lucas est avancée : lettres de soutien de Gaston Gohierre de Longchamps et de deux autres députés Wilson et Vergoin ; prise de position de l'AFAS ; pétition à la Chambre à l'initiative de Laisant ; intervention du député Germain Lefèvre-Pontalis[3]. La proposition est combattue par Joseph Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences.

---

[1]Cf. [Scharlau 1990].

[2]Le ministre de l'Instruction publique est Goblet depuis le 6 avril 1885, Berthelot depuis le 11 décembre 1886, et Spuller depuis le 30 mai 1887 ; Léopold Faye devient à son tour ministre le 12 décembre 1887, Lockroy le 3 avril 1888 jusqu'au 22 février 1889.

[3]Germain Lefèvre-Pontalis, né en 1830, est député du centre droit de 1869 à 1871, où il soutient la politique de Thiers. Il échoue aux élections de 1876 et 1877, avant d'être réélu député du Nord en 1885. Il est membre de l'Académie des sciences morales en 1888, et auteur de plusieurs ouvrages historiques.

Gohierre de Longchamps, Laisant, l'AFAS utilisent l'argument de la concurrence internationale : les scientifiques anglais et allemands ne négligent pas la théorie des nombres et sont en train de nous dépasser en ce domaine. Le refus imposé par l'académie des sciences est la preuve de notre décadence nationale.
Pour Bertrand la théorie des nombres est un domaine mineur des mathématiques ; le candidat dont le nom est avancé est loin de faire l'unanimité de la communauté scientifique ; enfin si l'on crée une chaire, mieux vaut la consacrer au calcul intégral.
Une pétition lancée par Laisant recueille dix-neuf noms de députés.

Trois lettres de soutien à Édouard Lucas

La lettre de Gaston Gohierre de Longchamps du 15 juillet 1886 au directeur de l'enseignement fait état du rayonnement à l'étranger des travaux d'Édouard Lucas et de l'opposition à la théorie des nombres dans les rangs de l'Institut :
"Un de mes collègues du lycée St Louis, M. Édouard Lucas, est proposé, autant que la chose est possible, par la Commission du budget pour occuper une chaire d'arithmétique supérieure au Collège de France. D'après ce que m'a dit Lucas, le ministre est très bien disposé pour lui et sa nomination, dans ces conditions, si tu émets un avis favorable, peut être considérée comme assurée.
Mais il paraît redouter que, ne le connaissant pas ou peu, tu ne sois pas bien disposé à son endroit. Il m'a donc prié de faire auprès de toi une démarche et je n'ai pas cru devoir lui refuser ce très léger secours car je puis t'assurer, avec la foi la plus sincère, 1° que la création d'une chaire de théorie des nombres au Collège de France est une chose très désirable, 2° que Lucas est l'homme de France le plus érudit et le plus compétent en ces matières. Son nom est universellement connu partout où les mathématiques sont en honneur et ses travaux sont estimés à un degré dont tu ne peux te faire une idée. J'ai des relations mathématiques personelles assez étendues et dans lesquelles j'ai pu constater l'unanimité de cette appréciation élogieuse, du moins à l'étranger.
Il est vrai qu'en France la théorie des nombres compte, à l'Institut, des contradicteurs ou pour dire plus exactement la chose des opposants. Cette science admirable, la partie la plus délicate et la plus difficile du domaine mathématique, a été négligée pendant longtemps ; elle n'est plus connue des hommes de notre génération et ce n'est, je crois, que pour ce motif qu'elle est traitée par eux avec dédain. Quand elle aura été professée au Collège de France pendant quelques années, elle retrouvera ses partisans et ses admirateurs.
En te tenant ce langage, mon cher ami, je pense beaucoup moins à Lucas, qui n'est au fond pour moi qu'un camarade d'école, auquel je ne suis pas autrement lié, qu'à la science même. Il n'y a pas de chose, si utile qu'elle soit, qui ne trouve ses ennemis ; celle dont je me permets de t'entretenir ici a les siens et je suis sûr que tu entendras des opinions absolument inverses de celles que je te communique. Mais si, après avoir entendu le pour et le contre, tu te décides pour la création de la chaire en question, je t'assure que tu auras fait une chose excellente et qui (sur ce point scientifique) nous remettra bien vite au niveau de nos voisins anglais, allemands, etc..." [4]

Les députés Wilson et Vergoin interviennent en août 1886 par deux lettres en faveur de cette création et de la candidature de Lucas[5].

[4]Archives nationales A. N. [F /17/ 13 554].
[5]Archives nationales A. N. [F /17/ 13 554].

L'AFAS renouvelle son voeu

Le voeu de l'AFAS de1887 renouvelle celui de 1880 "pour la création d'une chaire de théorie des nombres dans l'un de nos grands établissements, cette branche de la science mathématique se trouvant aujourd'hui en France dans un état de délaissement regrettable relativement aux autres nations"[6]. Ce voeu est à nouveau formulé au Congrès de 1888.

Laisant l'emporte à la Chambre le 25 janvier 1887

Ce jour-là a lieu le vote du budget du ministère de l'Instruction publique et des Beaux-arts, le ministre étant alors Berthelot.
Sur le chapitre 12 (Collège de France) Laisant défend un amendement, accepté par la commission du budget, portant le budget du Collège de France à 509 000F, en augmentation de 10 000F par la création d'une nouvelle chaire de théorie des nombres ; la contradiction est portée par Germain Lefèvre-Pontalis qui propose de revenir à l'enveloppe initiale.
Dans la discussion Lefèvre-Pontalis signale que l'assemblée des professeurs du Collège n'est pas consultée, contrairement à l'usage, et que la nouvelle chaire proposée par M. Laisant , *"dans la pensée de qui elle a probablement son destinataire [...] comme si l'affaire se passait en famille"*, ferait double emploi avec la chaire de mathématiques déjà existante. Un trop grand nombre de chaires risque de déprécier l'établissement.

Pour Laisant, la théorie des nombres, *"portée à son plus haut degré de perfection par un homme dont aujourd'hui tout le monde connaît le nom glorieux, par Pierre Fermat"*, a été à une certaine époque *"une science éminemment française"*.
Elle est cultivée par les nations étrangères, Russie, Italie, Angleterre et surtout Allemagne, et abandonnée en France où aucune chaire ne lui est consacrée. S'agit-il de trouver un candidat pour l'enseigner ? *"Il y a un homme, qui est sorti second de l'école normale, qui est aujourd'hui professeur de spéciales dans un de nos plus célèbres lycées de Paris, le lycée Saint-Louis, qui a fait de cette branche l'objet des études de toute sa vie, qui y a gagné une notoriété considérable et justement méritée"*.
L'amendement de Laisant est adopté, face à celui de Lefèvre-Pontalis[7].

Peu après, le Sénat supprime le crédit prévu pour la création de la chaire de théorie des nombres du Collège de France et l'amendement Laisant revient devant la Chambre.

La pétition du 26 février 1887

Une pétition rédigée de la main de Laisant circule alors auprès des députés. On peut y remarquer une référence comparative entre la France et "toute l'Europe scientifique" :

"Chambre des Députés, Commission du budget *Paris, le 26 février 1887*

Monsieur le Ministre,

[6]Archives nationales A. N. [F /17/ 13 554].
[7]*Annales de la Chambre des Députés*, séance du 25 janvier 1887.

Le Sénat a repoussé la création, votée par la Chambre, d'une chaire de théorie des nombres au Collège de France, création qui avait été introduite au budget de 1887. Nous attachons la plus grande importance à la création de cette chaire, pour les raisons qui ont été données à la tribune de la Chambre, et surtout afin de ne pas laisser notre pays dans un état d'infériorité regrettable vis à vis de toute l'Europe scientifique, en ce qui concerne cette branche des mathématiques.
Dans les circonstances actuelles, nous ne voudrions pas entraver, pour cette seule cause, le vote définitif du budget, et le faire renvoyer au Sénat, ce qui entraînerait l'obligation d'un nouveau douzième provisoire[8]*. Afin de concilier ce désir avec celui que nous avons rappelé plus haut, nous venons vous demander de vouloir bien, à bref délai, déposer un projet de loi spécial, qui pourrait être discuté en temps utile par les deux Chambres, afin de permettre l'ouverture du nouveau cours lors de la rentrée de 1887.*
Veuillez agréer, Monsieur le Ministre, l'assurance de notre haute considération." [9]

Le texte est signé par 19 députés. Sur quinze signatures déchiffrées, on peut repérer un républicain de tendance conservatrice (Casimir-Périer), des républicains opportunistes proches de Gambetta ou de Jules Ferry (Etienne, Rouvier, Saint-Prix, Sans-Leroy, Thompson, Wilson), des élus de la gauche radicale "hésitante" ou proche de Clémenceau (Bizarelli, Guyot, Hérédia, Gerville-Réache, Simyan), et de l'extrême gauche (Maret, Salis, Laisant). Quatre signatures sont illisibles.

Les députés signataires

Louis Bizarelli : député de la Drôme depuis 1879 (gauche radicale).
Jean Casimir-Périer : député de 1876 à 1889, parmi les républicains conservateurs ; sous-secrétaire d'État à l'Instruction publique avec le ministre Bardoux en 1877, puis à la Guerre ; soutient la politique opportuniste en 1885. Il devient président de la République en 1894.
Eugène Étienne : soutient la candidature de Gambetta à Marseille en 1869. Élu en 1881 député d'Oran, il prend place dans la majorité opportuniste, dont il devient l'un des membres les plus actifs. Secrétaire de la Chambre de 1882 à 1887. Il devient sous-secrétaire d'État aux Colonies dans les cabinets Rouvier et Tirard.
Gaston Gerville-Réache : député républicain de gauche de la Guadeloupe depuis 1881.
Yves Guyot : participe à la fondation de journaux comme l'*Indépendant du Midi*, les *Droits de l'Homme* (journal radical de Montpellier); collabore au journal *la Lanterne* où il se fait remarquer par une série d'articles à sensation. Il est élu député en 1885 sur une liste dressée par la presse radicale et patronnée par Clémenceau. En 1886 il est membre de la Commission du budget.
Severiano de Heredia : né à la Havane, il est député de 1881 à 1889, ses choix le rapprochant tantôt des républicains opportunistes tantôt des radicaux. Il intervient sur plusieurs questions concernant l'enseignement populaire, le travail des enfants, et devient ministre des Travaux publics en 1887 (cabinet Rouvier).
Henry Maret : collabore depuis la fin du second Empire à plusieurs journaux républicains. Rédacteur du *Mot d'ordre* en 1878, il s'en prend à Gambetta et à la politique opportuniste. Il fonde le journal radical *la Vérité* et est élu député d'extrême

[8]Procédure qui, si le budget n'est pas voté le 31 décembre, autorise l'engagement des dépenses et recettes de l'année suivante, à hauteur du douzième du budget de l'année précédente.
[9]Archives nationales A. N. [F /17 /13 554].

gauche en 1881. Adversaire de la politique de colonisation et du boulangisme, il est aussi écrivain et auteur de théâtre.
Maurice Rouvier : soutient Gambetta à Marseille en 1867, fonde le journal *le Peuple* en 1870, est élu à partir de 1871 député des Bouches-du-Rhône. Il soutient la politique coloniale et scolaire des républicains et fait partie constamment de la commission du budget. En 1881, ministre du Commerce et des Colonies dans le gouvernement dirigé par Gambetta, puis à nouveau en 1884 dans le cabinet Jules Ferry. En février 1886, préside la commission du budget et, en mai 1887, à la chute du cabinet Goblet, devient président du Conseil avec le portefeuille des Finances. Il tente de couvrir Jules Grévy à la suite de l'affaire Wilson et démissionne après l'élection de Carnot. Il redevient ministre des Finances en 1889.
Oscar Saint-Prix : député de l'Ardèche de 1881 à 1885, il soutient les ministères Gambetta et Jules Ferry. Réélu de 1886 à 1889, il défend la politique opportuniste.
Jacques Salis : député de 1881 à 1889 (Montpellier), il siège à l'extrême gauche, vote contre la politique opportuniste de Gambetta et Ferry, combat les ministères Rouvier et Tirard. Il est rapporteur en novembre 1887 de la commission d'enquête sur Daniel Wilson (affaire des décorations).
Charles Sans-Leroy : élu de 1885 à 1889 sur la liste républicaine opportuniste de l'Ariège.
Julien Simyan : directeur des journaux *La Tribune Républicaine* et *le Radical* (de Saône et Loire), il est élu en 1885, prend place dans la gauche radicale et combat les ministères Rouvier et Tirard. Directeur du journal *Le Rhône*, il se rend acquéreur du *Petit Lyonnais* en 1889.
Gaston Thomson : journaliste, rédacteur parlementaire à la *République Française*. Il est élu de 1877 à 1889 député de Constantine, il soutient Gambetta, Jules Ferry et la politique opportuniste (cabinets Rouvier et Tirard).
Daniel Wilson : député de 1869 à 1870 puis de 1876 à 1889 (Indre), il est sous-secrétaire d'État aux Finances dans les ministères Freycinet et Ferry. Il devient en 1881 gendre du président de la République Jules Grévy et est compromis en 1887 pour des faits "de trafic de fonctions publiques et de décorations". Cette affaire entraîne la chute de Jules Grévy.

Laisant à nouveau à la Chambre le 26 février 1887

La proposition de Laisant est à nouveau discutée à la Chambre le 26 février 1887. Constatant que le Sénat ne trouve aucun argument à l'appui de la suppression du crédit qu'il propose, Laisant demande à la Chambre de persister dans sa précédente résolution:

"On avait semblé me faire une sorte de reproche de présenter implicitement un candidat [...] mais c'est un devoir, en ce qui concerne le Collège de France, de ne jamais demander la création d'une chaire nouvelle sans avoir la conviction qu'il y a un homme apte à remplir les fonctions dont on demande la création. J'ai indiqué et je persiste à indiquer un homme éminent, un savant considérable par ses travaux qui, à mon avis, est tout à fait apte à remplir l'emploi dont il s'agit, et à s'acquitter admirablement de ses fonctions d'enseignement.
Mais je m'empresse d'ajouter que le droit de nomination des professeurs du Collège de France appartient à M. le ministre de l'instruction publique sous sa responsabilité ; que le seul intérêt qu'il doive avoir à coeur, c'est l'intérêt de l'enseignement, l'intérêt de la science elle-même, et non celui de telle personne. Par conséquent, le droit du ministre, et aussi son devoir, avant de procéder à une nomination, sera, à mon avis de s'entourer

de toutes les lumières, de consulter tous les hommes compétents qu'il peut avoir autour de lui, et de procéder ensuite à cette nomination".

Le ministre de l'Instruction publique Berthelot n'a aucune objection à faire à la création demandée, dans les conditions que vient de préciser Laisant, et s'en remet à la décision de la Chambre. Un scrutin est demandé et la proposition de Laisant est repoussée (239 pour, 261 contre)[10].

Joseph Bertrand et la République de Venise

L'Académie des sciences est néanmoins consultée le 8 octobre 1887 par le ministre[11] sur le projet de création. Le secrétaire perpétuel, Joseph Bertrand, renvoie au 13 octobre l'examen de cette question à la section de géométrie.

Comité secret du 17 octobre 1887[12] :
Le secrétaire perpétuel informe l'Académie que la section de géométrie, chargée d'examiner le projet de création, au Collège de France, d'une chaire consacrée à la théorie des nombres, a émis à l'unanimité, un avis défavorable[13]. Il expose les raisons qui rendent inopportunes la création de cette chaire. L'Académie décide qu'il sera répondu à la lettre de M. le Ministre de l'Instruction publique dans le sens indiqué par le Secrétaire perpétuel.

Pochette de séance du 24 octobre 1887[14] :
Elle contient la minute de la réponse au Ministre relativement au projet de création d'une chaire consacrée à la théorie des nombres au Collège de France. Cette minute, non signée, datée du 20 octobre 1887, est de l'écriture du secrétaire perpétuel Joseph Bertrand.
La réponse au ministre, signée de Louis Pasteur et de Joseph Bertrand, figure aux Archives nationales[15] :

Institut de France
Académie des Sciences *Paris, le 20 octobre 1887*

Les Secrétaires perpétuels de l'Académie à Monsieur le Ministre de l'Instruction publique, des cultes et des Beaux-arts.

Monsieur le Ministre,

Par une lettre, en date du 8 octobre courant, vous avez bien voulu consulter l'Académie des Sciences sur l'opportunité de la création, au Collège de France, d'une chaire consacrée à la Théorie des nombres.

---

[10]*Annales de la Chambre des Députés*, séance du 26 février 1887.
[11]Spuller a remplacé Berthelot.
[12]Archives de l'Académie des sciences.
[13]Les membres de la section de géométrie de l'Académie des sciences sont, au 1er janvier 1887 : Charles Hermite, Pierre- Ossian Bonnet, Camille Jordan, Gaston Darboux, Georges Halphen. Edmond Laguerre décédé en août 1886 est remplacé par Henri Poincaré.
[14]Archives de l'Académie des sciences.
[15]A. N. [F/17/13 554]. Les deux textes de l'Académie des sciences et des Archives nationales sont presque identiques. Le texte initial de la minute, corrigé de la main de Bertrand, est mentionné en notes.

La création d'une chaire nouvelle dans le haut enseignement est un avantage pour les étudiants et pour les savants un bienfait. Si elle est jugée possible, l'Académie des sciences ne peut manquer de s'en réjouir.

Cette réponse générale, par son évidence même, ne pourrait rien apprendre à la commission du budget. Il s'agit du Collège de France et de la Théorie des nombres, et l'Académie [16]*devait examiner ces deux éléments de la question.*

L'inscription permanente d'une théorie aussi spéciale que la théorie des nombres sur les programmes du Collège de France y semblerait une anomalie difficile à justifier.

Le Collège de France embrasse, dans son enseignement, toutes les études. Docet omnia*: c'est sa devise. Il ne peut la justifier qu'en* [17]*laissant une grande généralité à chacune des divisions adoptées.*

Une seule chaire est consacrée à l'histoire. Chaque année, le professeur choisit, entre tous les peuples et toutes les époques, le sujet [18]*qu'il veut approfondir.*

Un seul professeur [19]*doit tenir un auditoire d'élite au courant de tous les progrès de la science médicale.*

Toutes les études de droit sont représentées par un seul maître.

Il n'est pas une seule chaire qui ne puisse être doublée, triplée, décuplée même avec avantage ; et[20]*le Collège de France, si on le faisait, deviendrait pour ainsi dire une réunion des diverses facultés.*

Les mathématiques pures, jusqu'ici, ont été soumises à la loi commune. Elles sont représentées au Collège de France par une seule chaire.

L'Académie des sciences verrait avec grand plaisir qu'un savant éminent fût appelé à partager la tâche si bien remplie jusqu'ici par les titulaires illustres[21] *de la chaire*[22] *fondée par Roberval. Mais le partage du vaste champ des études mathématiques en deux portions, dont l'une serait la Théorie des nombres, ne nous semblerait nullement justifié. Ce serait à peu près - la comparaison n'est pas exagérée - comme si, voulant dédoubler la chaire d'histoire, on consacrait l'enseignement nouveau à l'étude, très intéressante assurément, de la République de Venise, en laissant au professeur actuel le soin d'étudier tous les autres peuples anciens et modernes.*

Les mathématiques donnent le témoignage, tant en France qu'à l'étranger, d'une activité que l'Académie des sciences aurait pour devoir de seconder en sollicitant, dès que les circonstances le permettront, la création d'une seconde chaire de mathématiques consacrée au Calcul intégral.

Ne croyez pas, Monsieur le Ministre, que la haute importance de la Théorie des nombres soit méconnue [23]*au Collège de France.*

M. Liouville, pendant les trente années qu'a duré son enseignement, a pris plus d'une fois pour sujet l'étude de la Théorie des nombres.

L'année dernière encore, l'éminent successeur de M. Liouville, M. Camille Jordan, avait inscrit sur son programme[24] *une partie importante de la Théorie des nombres, et*

[16]*[pour répondre à la question qui lui est adressée]*
[17]*[traitant de très haut]*
[18]*[de son enseignement spécial]*
[19]*[de médecine]*
[20]*[Rien ne distinguerait plus]*
[21]*[qui s'y sont succédés]*
[22]*[occupée jadis]*
[23]*[à l'académie des sciences ou négligée]*
[24]*[l'étude de]*

le titre même de la chaire, dont la création est demandée[25]*, se lisait, il y a moins d'une année, sur les affiches du Collège de France.*
La création d'une chaire nouvelle n'est pas toujours décidée, nous le savons, par le désir de mieux [26]*diviser le cercle des études. Il est arrivé plus d'une fois, et l'administration doit en être fière, que, pour récompenser des travaux qui honorent le pays, une chaire ait été créée. L'éclat d'un nom illustre grandit alors l'établissement qu'on en a doté.*
C'est ainsi qu'à la Sorbonne des chaires ont été créées pour Poncelet, Chasles, Le Verrier, Claude Bernard, Wurtz et pour le savant helléniste M. Hase ; à l'École de droit pour Rossi, à l'École de médecine pour Rayer, au Collège de France pour MM. Léon Renier, Oppert et Berthelot.
A l'intérêt de la science s'ajoutait alors celui d'un homme de premier ordre, et l'opinion publique saluait avec reconnaissance cette récompense exceptionnelle accordée à un savant que les juges compétents en trouvaient digne.
La voie cependant est dangereuse.
Quel que soit le titre donné à la chaire nouvelle, elle serait créée - personne ne le met en doute - dans l'intérêt surtout du premier titulaire ; et si, comme la tradition le permet, les corps compétents ne sont pas appelés à le choisir, il serait très important au moins [27] *que leur haute estime*[28] *justifiât la faveur accordée.*
Il ne suffirait pas que l'on pût dire du candidat élu : il n'est pas sans mérite et semble capable de remplir les fonctions qu'on lui confie.
Veuillez agréer, Monsieur le Ministre, l'assurance de notre haute et respectueuse considération.
L. Pasteur *J. Bertrand* [29]

Laisant à la Chambre le 9 mars 1888 : proposition repoussée

Laisant présente à nouveau en 1888 l'amendement consistant à augmenter le budget du Collège de France de 10 000F, en vue de créer une chaire de théorie des nombres. Il interprète la position précédente de la Chambre par le souci de ne pas provoquer un conflit financier avec le Sénat.
Des éléments nouveaux sont intervenus depuis lors. Dans son intervention, Laisant cite tout d'abord le rapport que M. Burdeau a effectué au nom de la commission du budget et qui contient l'avis de l'académie des sciences :
"La théorie des nombres n'est qu'un canton restreint dans le domaine des sciences mathématiques ; or il n'existe, au Collège de France, pour l'ensemble de ces sciences, que deux chaires (trois au plus si on y joint la chaire de physique mathématique); créer à côté de ces trois chaires une chaire spéciale de théorie des nombres, ce serait faire la même chose que si, dans un établissement où l'histoire ancienne et la moderne seraient enseignées par deux professeurs, on créait un professeur d'histoire de la République de Venise."

Laisant poursuit alors :

---

[25]*[était inscrit l'année dernière pour l'année 1886]*
[26]*[compléter le cercle des études]*
[27]*[que le candidat]*
[28]*[opinion]*
[29]Deux références figurent en conclusion de la minute : *"1886-87 Théorie arithmétique des formes quadratiques" ; "1883-84 Division du cercle".*

"Prétendre que la théorie des nombres, dans le domaine des sciences mathématiques, ne joue qu'un rôle secondaire, affirmer qu'elle est à l'ensemble de la science ce qu'est, par exemple, l'histoire de la république de Venise à l'étude générale de l'histoire générale du monde, c'est là une affirmation qui n'aurait pas pu se produire à l'académie des sciences, si l'académie des sciences comptait encore parmi ses membres les hommes qui s'appelaient, par exemple, Lamé et Liouville.
Il y a vingt ans, l'académie des sciences n'aurait pu mettre en avant une pareille affirmation, parce que le monde scientifique tout entier aurait protesté. L'avis qu'elle donne actuellement est le résultat de la décadence même que je signalais, c'est le résultat du délaissement dans lequel se trouve cette partie de nos hautes études, depuis quelques années, après la disparition des deux hommes dont je viens de citer les noms et de bien d'autres encore [...]
Non, messieurs, quoi qu'on puisse affirmer, je répète ce que je disais l'année dernière, c'est qu'il n'y a pas en France une seule chaire où soit enseignée cette partie de la science ; et il n'y a pas un livre où l'on puisse l'étudier. Et il y a cependant un grand nombre de jeunes géomètres, je puis vous l'affirmer, qui auraient grand désir de suivre les progrès qui se sont produits dans cette science ; mais beaucoup d'entre eux ne connaissent pas les langues étrangères, et il leur faudrait lire des mémoires écrits dans toutes les langues de l'Europe. Ils ne peuvent s'instruire dans cette science qui -je le répéterai dix fois plutôt qu'une- a compté parmi ses adeptes les hommes les plus illustres et dont notre pays s'honore à juste titre. "

Enfin, à propos d'Édouard Lucas, Laisant n'hésite pas à préciser :
"On n'a pas craint d'essayer de répandre le bruit qu'il y avait une question de favoritisme et que pour pousser une personne on essayait d'introduire une dépense de plus dans le budget ; on n'a pas craint de dire qu'il y avait un lien de parenté entre l'auteur de la proposition et le futur titulaire de la chaire, s'il plaisait au ministre de désigner celui pour lequel il faisait des voeux ; et cependant il n'y a aucun lien de parenté ni d'alliance entre l'auteur de la proposition et la personne en question[30] *; s'il y a entre eux des liens d'amitié, cette amitié a pris sa source dans les relations scientifiques dont il y a plutôt lieu de s'honorer, bien loin de les répudier[...]*
Et lorsque le candidat dont il s'agit, comme M. Édouard Lucas, est un homme qui a consacré son existence presque tout entière -ses condisciples le savent à merveille- à cultiver plus spécialement cette branche des sciences mathématiques ; lorsque ce candidat est connu de l'Europe entière pour ses travaux, lorsqu'il remplit avec éclat, dans l'enseignement secondaire, les fonctions de professeur de mathématiques spéciales ; lorsque -je puis le dire sans commettre d'indiscrétion- cet homme, il y a quelques années, a été en butte, de la part de savants étrangers, à des sollicitations pour aller enseigner la théorie des nombres ailleurs qu'en France ; lorsque cet homme a refusé en disant : Je suis Français, je suis un universitaire, je préfère les fonctions que je remplis dans mon pays ; quand cet homme a fait tout cela, quand il a les titres que vous savez [...] alors, je le répète, ne doit-on pas, au contraire se féliciter d'avoir un tel candidat à offrir pour remplir un emploi comme celui de professeur de théorie des nombres au Collège de France ?"[31]

Laisant justifie le fait que, pour une nomination au Collège de France, le choix puisse en appartenir au pouvoir exécutif *"qui, au préalable, bien entendu, se serait entouré de*

[30]Cette déclaration peut signifier que Lucas ne fait pas partie de la franc-maçonnerie, qui comprend Laisant dans ses rangs.
[31]Extraits de l'intervention de Laisant, *Annales de la Chambre des députés,* séance du 9 mars 1888.

tous les renseignements désirables". Son intervention se termine par la présentation de son amendement *"signé de 88 de nos collègues"* :
"Nous avons ici des adhésions et des sympathies qui proviennent un peu de tous les côtés de la Chambre et qui se produisent même en dehors de la Chambre. Nous avons le renouvellement d'un voeu émis l'année dernière par l'Association française pour l'avancement des sciences [...] Nous avons des déclarations provenant de toutes les nuances de l'opinion publique. Par exemple voici un article de La République Française *de l'année dernière, s'exprimant exactement dans le même sens."*

Le soutien à la pétition de Laisant s'est élargi, mais nous n'avons pas trouvé trace des nouveaux signataires.
Cependant la commission du budget s'est fixée pour règle de ne pas demander une seule création de dépense qui n'ait été proposée par l'initiative du Gouvernement ; en conséquence elle ne soutient pas l'amendement Laisant qui est repoussé (213 pour, 305 contre)[32].

Charles-Ange Laisant (1841-1920)

Charles-Ange Laisant est né en 1841 à la Basse-Indre (Loire inférieure). Élève de l'École Polytechnique en 1859, il en sort officier du génie deux ans plus tard. Il prend part avec le titre de capitaine à la guerre de 1870. Pendant le siège de Paris, il est chargé des travaux de défense du fort d'Issy et sa conduite brillante lui vaut la croix de Chevalier de la Légion d'honneur.
Laisant est envoyé en Corse puis en Algérie. Désirant se consacrer à la politique, il démissionne de l'armée en 1875 (il sera révoqué en 1888 par M. de Freycinet pour son soutien à la campagne boulangiste).
En février 1876, Laisant est élu député de Nantes et siège au groupe de l'Union Républicaine et à l'extrême gauche. Il vote en particulier l'amnistie en faveur des condamnés de la Commune et s'oppose à l'expédition du Tonkin. Il propose en juin 1876 une loi, repoussée à plusieurs reprises, tendant à la réduction à 3 ans du service militaire et à la suppression du volontariat.
Opposant au ministère de Broglie, il est réélu en octobre 1877, se prononce pour la séparation de l'Église et de l'État (deux duels l'opposent à des députés adverses).

Le 29 novembre 1877, Laisant devient docteur ès sciences devant un jury composé de Briot, Ossian Bonnet et Darboux. La première de ses thèses porte sur les applications mécaniques du calcul des quaternions, à propos de la rotation des corps solides autour d'un point fixe. La méthode des quaternions imaginée par le géomètre anglais Hamilton est encore peu connue en France souligne le rapport de Briot[33].
Lors de cette soutenance, l'un des rapporteurs, remarquant le grand nombre de personnes qui ont dû rester dans les couloirs et dans l'escalier faute de place, souhaite des locaux plus spacieux pour répondre à l'affluence croissante du public aux épreuves du doctorat.

De 1879 à 1881, Laisant est directeur du *Petit Parisien* où il est condamné pour diffamation envers le ministre de la guerre, le général de Cissey. Réélu député en 1881, il fonde *La République Radicale* dont il est directeur jusqu'en 1886.

---

[32]La liste des députés, classés selon leur vote sur cette question , figure aux *Annales de la Chambre des députés*, séance du 9 mars 1888.
[33]A. N. [F/17/13113].

En 1885 il devient député de la Seine, et, en 1889, est élu dans le XVIIIe arrondissement de Paris. Lié avec le général Boulanger, Laisant est membre du comité directeur de la Ligue des Patriotes et impliqué dans le procès qui lui est intenté.
L'échec du mouvement boulangiste le décourage et, après 18 années de vie parlementaire, il ne se représente pas en 1893. Au moment de l'affaire Dreyfus, il se prononce pour la révision du procès.

Entré dans la vie civile, Laisant devient alors répétiteur de mécanique (en 1895) puis examinateur d'admission (en 1899) à l'École Polytechnique, professeur à l'École Sainte-Barbe, examinateur à l'Institut d'agronomie.
Il dirige les *Nouvelles Annales de mathématiques* en 1896, fonde avec Émile Lemoine *L'Intermédiaire des mathématiciens* en 1894, et avec H. Fehr en 1899 la revue genevoise *L'Enseignement mathématique*.
Il préside la *Société mathématique de France* en 1888, est membre et président de la *Société Philomatique* de Paris, membre de l'AFAS qu'il préside en 1904.
Il est enfin secrétaire de la commission permanente du *Répertoire des sciences mathématiques*, que préside H. Poincaré, et dirige la partie mathématique de la *Grande Encyclopédie.*
L' appartenance de Laisant à la franc-maçonnerie est notoire : depuis 1869, il fréquente les loges de Brest, Nantes et Paris. Après son adhésion au mouvement boulangiste, il est considéré comme démissionnaire en 1889[34].

Laisant publie de nombreux articles au *Bulletin de la Société mathématique de France*, au *Bulletin de la Société Philomatique* , des notes aux *Comptes-rendus* de l'Académie des sciences, et aux congrès de l'AFAS. Nous retiendrons deux ouvrages : *Introduction à la méthode des quaternions*, Paris, Gauthier-Villars, 1881 et *Traité et application des équipollences*, Paris, Gauthier-Villars, 1887.

L'activité de Laisant en faveur de l'avancement des sciences se traduit à la Chambre:

-le 16 février 1882, par le vote du projet de loi et du crédit de 25 000F pour la publication des oeuvres de Fermat (présenté par Paul Bert, Hervé Mangon et Laisant ; voir chapitre 11)

-le 2 décembre 1882, par un amendement pour l'obtention d'une deuxième chaire de calcul infinitésimal à la faculté des sciences de Paris (présenté par Bert, Mangon et Laisant).
"Nous voyons dans les universités étrangères, en Allemagne particulièrement, l'enseignement des hautes sciences mathématiques prendre une importance qui croît de jour en jour ; nous voyons qu'on y enseigne les méthodes dues aux nations étrangères [...] Il est évident que jamais un très grand nombre d'auditeurs ne suivront le cours de calcul infinitésimal [...] Prétendez-vous d'ailleurs mesurer l'utilité de la science à ses résultats immédiats ? [...] Ce qui est certain, c'est que la France se doit à elle-même de donner à son enseignement supérieur toute l'extension possible dans toutes les branches

---

[34]Laisant est initié à Brest le 17 février 1869, dans la loge "Les amis de Sully" (obédience Grand Orient); il se trouve en 1870 dans la loge "La libre conscience" de Nantes (obédience Grande Loge) ; et à Paris en à partir de 1876 dans la loge "Les disciples du progrès" (obédience Grand Orient). Il démissionne, ne se considérant plus comme frère, en mars 1889 et est définitivement exclu pour boulangisme en août 1892.
Source : Bibliothèque Nationale [Rés. FM^2 10].

des connaissances humaines. Eh bien, messieurs, je crois que ce n'est pas dépasser la limite des efforts que la France peut faire que de demander que la faculté des sciences de Paris soit mise au même niveau que les facultés scientifiques étrangères. Je sais bien que les grandes universités allemandes sont organisées dans des conditions différentes, mais elles permettent au moins d'arriver à ce résultat, qu'on n'ignore pas chez nos voisins ce qui se passe dans les pays étrangers, au point de vue scientifique. Eh bien, dans nos universités françaises, les méthodes étrangères ne sont pas enseignées en général. Il y a là une lacune ; je persiste à demander qu'on la comble." (extraits de l'intervention de Laisant à la chambre le 2 décembre 1882).
Le rapporteur estime que la chaire de calcul infinitésimal de la Sorbonne comporte, en y comprenant les élèves de l'École Normale, soixante étudiants et ne voit pas de justification au dédoublement demandé. L'amendement est repoussé.

-le 25 janvier 1887, le 26 février 1887, le 9 mars 1988, par une proposition conduisant à la création d'une nouvelle chaire au Collège de France en théorie des nombres, qui est repoussée (voir chapitre 14).

La lettre de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler du 22 décembre 1882 fait état de la proposition de Laisant du 2 décembre :

"Je vous apprendrai qu'il a été question du calcul intégral à la Chambre des Députés, et que, de la tribune d'où part la foudre qui anéantit la tyrannie et les vieilles superstitions, l'assemblée émerveillée a entendu retentir les noms de Riemann et de Cauchy ! Le gouvernement demandait les fonds nécessaires à la création d'une seconde chaire de calcul infinitésimal à la Faculté, et sa proposition a été appuyée par M. Laisant et M. Bischoffsheim, pour les mêmes motifs. Tous deux, de leur science certaine et avec une compétence proclamée par le Président M. Brisson, ont déclaré qu'à la Sorbonne on n'enseignait point les méthodes analytiques de l'étranger, ni la théorie des fonctions elliptiques, ni les quaternions ! Leur éloquence n'a point prévalu et la Chambre a jugé la dépense inutile ; mais que pensez-vous du jugement porté sur le cours de M. Bouquet et le mien ? M. Lipschitz m'a écrit qu'il avait lu, avec le plus vif étonnement, les débats du parlement français sur l'enseignement supérieur de l'Analyse [...] Si vous pouvez vous procurer le Journal Officiel à Stockholm, c'est dans le n° du dimanche 3 décembre que se trouve le compte-rendu de cette intéressante séance."[35]

[35]Cf. [Hermite 1984, p. 189].

Quelques pistes en guise de conclusion

La vie d'Édouard Lucas est ponctuée de relations difficiles avec le monde académique, que son caractère entier ne suffit pas à expliquer. Le long conflit avec Le Verrier marque ses années de jeunesse. De premières publications aux notes aux *Comptes-Rendus*, favorisées par Bertrand, s'interrompent pour l'essentiel en 1877, et les thèses acceptées ne sont pas soutenues. Hermite se prétend tout d'abord incompétent en ce qui concerne les travaux arithmétiques de Lucas, puis signe un rapport favorable à sa thèse. Des tensions entre ce dernier et la Commission de publication des oeuvres de Fermat pimentent l'année 1883. Le débat suscité par la proposition parlementaire de Laisant en 1886 et 1887 se conclut par l'appréciation péremptoire de Bertrand sur la théorie des nombres et un jugement du bout des lèvres sur l'homme ("il n'est pas sans mérite").

Peu encouragé par le milieu académique français (Darboux n'aime pas ses "drôleries"), Édouard Lucas a cependant ses partisans : Pasteur qui repère le premier son inventivité, Catalan qui aime ses "feux d'artifices" mathématiques, Cesàro qui suit et bientôt dépasse ses traces, Genocchi qui cite ses travaux, Tchebychev qui fait retentir son nom à Saint-Pétersbourg. Genocchi, Cremona, Catalan, Sylvester et Tchebychev le publient.
Dans le monde des enseignants des lycées, dans l'entourage de la SMF ou de l'AFAS, il a ses émules comme Radicke en Allemagne et ses soutiens tels Gohierre de Longchamps, Lemoine, Delannoy et bien sûr Laisant. Ses *Récréations*, ses conférences, ses articles de vulgarisation dans *La Nature* réjouissent les amateurs de science.
A la fin du XIXe siècle, ces divers mondes ne se rencontrent guère, l'AFAS étant sans doute le lieu le plus propice aux mélanges. Lucas est exemplaire à ce titre. Son oeuvre peut être lue avec le souci des "hautes mathématiques" et appréciée à sa grande valeur. Elle peut aussi bien être découverte par l'amateur de science récréative, de jeux et drôleries mathématiques où Lucas excelle.

De nos jours, nous constatons que le nom d'Édouard Lucas revient dans l'actualité scientifique. Son test, très facile à mettre en oeuvre sur ordinateur, permet de montrer que des nombres gigantesques sont premiers; les plus grands nombres premiers que nous connaissons à l'heure actuelle sont ainsi presque tous des nombres de Mersenne. De plus le test de Lucas-Lehmer est utilisé systématiquement pour éprouver la fiabilité des superordinateurs[1].

---

[1]Cf. [Cohen 1999].

Un autre théorème de Lucas connaît une application inattendue : il concerne la détermination de la parité des coefficients binomiaux C_n^k, qui peut être effectuée en comparant les écritures binaires des entiers n et k[2]. Ce résultat utilisé par les mathématiciens James P. Jones et Yuri V. Matijasevitch a permis d'apporter une réponse au dixième problème de Hilbert sur les équations diophantiennes (peut-on savoir si une équation algébrique possède ou non une solution entière ?)[3]. Une extension aléatoire du problème de Hilbert, fondée sur le résultat de Lucas, est envisagée par Gregory J. Chaitin. Il faut aussi remarquer que le *Cours d'algèbre* de Michel Demazure[4] fait une place aux théorèmes et aux tests de Lucas-Lehmer.

La modernité d'Édouard Lucas illustre la thèse d'une mathématique non académique de grande valeur, qu'il convient d'étudier aujourd'hui avec un regard historique plus systématique, en particulier à la lumière du développement des sciences de l'informatique.
Pour cela des recherches devraient être poursuivies sur les mathématiques de la fin du XIXe siècle. Il serait utile également d'approfondir le rôle de Gaston Darboux, et, après la "génération Lucas", d'étudier une promotion de normaliens relevant de la direction de Jules Tannery, ce qui pourrait permettre de mieux cerner le redressement de la France dans le domaine mathématique à la fin du siècle dernier.

---

[2]Les restes des coefficients binomiaux, modulo un nombre premier, sont étudiés dans [Lucas 1891a, p. 417-420 et p. 503-505].
[3]Cf. [Chaitin 1999].
[4]Cf. [Demazure 1997].

Notices biographiques

Charles André (1842-1912)
Documentation : A.N. [F/17/23178] et notice nécrologique de l'*Association des Anciens élèves de l'ENS*).

Charles André est né le 14 mars 1842 à Chauny (Aisne), dans une famille modeste . Ses premières études sont faites à l'institution Saint-Charles où le directeur (l'abbé Gilquin) lui fournit les ressources nécessaires pour les poursuivre à Paris. Il est reçu en 1861 à la fois à l'École Polytechnique et à l'ENS et opte pour cette dernière.
Il en sort en 1864 agrégé de sciences physiques et devient professeur au lycée de Nevers.
En 1865, il entre comme astronome-adjoint à l'Observatoire de Paris, où il travaille sous la responsabilité de Wolf au service des équatoriaux. Le rapport de Le Verrier de décembre 1869 sur l'Observatoire de Paris (*Archives de l'Observatoire*, [2183]) contient un texte de Wolf sur le service des équatoriaux dans lequel on peut lire (p. 15) : *"En terminant ce rapport, je dois signaler à M. le Directeur le zèle avec lequel M. André m'a aidé dans tous les essais, souvent longs et pénibles, qui nous ont conduits à l'organisation actuelle de notre service, dans les observations et relevés très-fatigants de ces observations. Il ne faut pas oublier non plus le service qu'il vient de rendre aux Elèves-Astronomes en publiant, avec la collaboration de M. Lucas, une traduction de l'ouvrage très-estimé l'* Astronomie Sphérique *de Brünnow. Les traducteurs ont en outre fait à l'ouvrage étranger de nombreuses et importantes additions".*
Les carnets d'observations de Charles André (d'octobre 1865 à mai 1872) sont aux archives de l'Observatoire de Paris ([F 14]).
Charles André participe à la mission scientifique à Nouméa destinée à observer le passage de Vénus sur le Soleil en 1874. Sa thèse passée en 1876 a pour titre : *Étude sur la diffraction dans les instruments d'optique ; son influence sur les observations astronomiques.* Il est envoyé en mission à Ogden (Utah) pour observer le passage de Mercure sur le soleil en 1878.
Chargé de cours d'astronomie-physique à la Faculté des sciences de Lyon à partir de novembre 1876, il devient professeur en décembre 1877. Il choisit Saint-Genis Laval pour lieu d'implantation d'un nouvel observatoire de météorologie et d'astronomie et en est nommé directeur à partir de 1879 jusqu'à 1912, année de sa mort.
Il publie de nombreux travaux d'astronomie : *Traité d'astronomie stellaire* (2 vol 1899 et 1900), *Les planètes et leur origine* (1909), des travaux de physique du globe, de météo ; il effectue des ascensions en ballons pour étudier l'électricité atmosphérique (il est victime d'un accident en 1892).
André obtient trois prix de l'Institut (Prix Lalande en 1874, Prix Frémont en 1876, Prix Valz en 1901). Il est membre correspondant de l'Institut en 1902, du Bureau des Longitudes en 1904.

-Lettre de candidature de Charles André à la chaire d'astrophysique de la Faculté de Lyon (au Ministre, 4 juillet 1876) : *"Il doit être créé à Lyon un observatoire. Il semble que le professeur d'astronomie à la Faculté soit, comme à Toulouse et à Marseille, naturellement indiqué pour remplir les fonctions de Directeur. La connaissance que j'ai* *de toutes les méthodes d'observation, et les travaux que j'ai déjà faits à l'observatoire de Paris, me permettraient d'ailleurs d'y rendre d'utiles services".*

-Lettres au Directeur de l'Enseignement (contenant une demande de congé pour participer au congrès de l'AFAS de Clermont-Ferrand et faisant état de relations difficiles avec Le Verrier ; 12 août 1876) : *"Depuis longtemps croyant, d'après ce qui avait été convenu entre nous, que vous pourriez avoir ma nomination dans les premiers jours du mois d'août, je m'étais engagé avec Monsieur Dumas pour aller faire une communication au Congrès de Clermont relative à mes travaux, communication importante par la notoriété qu'elle leur donne [...] Je lutte depuis mon retour de Nouméa, vous le savez Monsieur le Directeur ; et je crains pour ma santé si je ne prends pas quelques jours de repos. Vous m'avez montré depuis lors tant de bienveillance que je prends encore la liberté de m'adresser à vous pour vous prier de m'accorder la permission que je ne puis demander à Monsieur le Directeur de l'observatoire".* La lettre porte la mention de la réponse suivante : *"Je ne pense pas que le Ministre puisse résoudre la question de la chaire de Lyon avant le mois de septembre. Quant au congé, il appartient à M. Le Verrier d'apprécier et je ne puis rien. Si nous nous entremettons entre le Directeur de l'Obs. et un de ses subordonnés, nous risquons de compliquer encore une situation suffisamment tendue".*

-Lettre de Charles André à Henri Sainte-Claire Deville (Lyon, 23 avril 77) :
"Mon bien cher Maître et Directeur
Suivant ce qui a été convenu entre nous, je me suis occupé dès mon arrivée de préparer tout pour commencer mon cours le plus tôt possible et j'espère être en mesure de le faire dans une dizaine de jours. Voilà donc une question réglée, mais c'est la seule.
Pour l'observatoire, pour Châlon , il n'y a, quoiqu'en ait dit M. Du Mesnil, rien de fait et je dirai plus, les résistances sont toujours aussi vives. Si l'observatoire de Lyon est fait avant dix ans, c'est que le Ministre donnera lui-même le signal. Ici on ne fera rien, ou je me trompe fort. Je ne suis pourtant point encore découragé, ne le croyez pas. J'ai pris mon parti, je resterai ici le temps nécessaire pour obtenir quelque chose; après quoi, si l'insuccès couronne mes efforts, je retourne à Paris per fas *aut* per nefas*. Sans occupation régulière, sans autre chose à faire que de lire et relire un livre d'astronomie classique, car les autres manquent ici, il n'y a pas moyen de tenir longtemps dans cette ville".*
Cette lettre fait également allusion à une demande de congé de quatre mois pour participer à une expédition de San Francisco (mars à juillet 1877) et au difficulté de construction d'un nouvel observatoire : *"Vous savez combien l'expédition projetée est importante pour la science et pour Anyot* [Angot ?] *et moi. Depuis que je suis ici, j'ai plus encore qu'à Paris réfléchi à cette question ; et sa nécessité m'apparaît de plus en plus évidente, si l'on ne veut pas retomber en 1882 dans les mêmes fautes, et si l'on veut se débarrasser des faiseurs qui nous ont tout gâté en 1874.*
Maintenant reparlons un peu de Lyon. M. le Préfet Welche a relégué la construction de l'observatoire parmi les travaux à faire après 1882. Une partie (la majorité) du Conseil municipal se laisserait aller à faire une proposition pour avancer cette époque; mais à la condition qu'elle ait entre les mains une proposition formelle de l'administration supérieure, c'est-à-dire de M. le Recteur.
Le Recteur est en ce moment à Paris et je n'ai pu le voir depuis que je suis ici. Il faudrait donc que M. Du Mesnil, s'il désire voir son observatoire avancer, donne des instructions conformes à M. le Recteur".

Émile Barbier (1839-1889)
A. N. [F/17/21941b, Wolf], [AJ/61/9] , [AJ/61/227]. Archives de l'Académie des Sciences, dossier personnel Darboux.

Émile Barbier est né le 19 mars 1839 à Saint-Hilaire Cottes (Pas-de-Calais), d'un père cultivateur mort en 1844 et d'une mère "marchande". Il habite le lycée de Saint-Omer depuis l'âge de 14 ans, jusqu'au mois d'août 1856, où il est admis au lycée impérial de Douai. Après un semestre de classe préparatoire à Douai , puis au lycée Napoléon de Paris (lycée Henri IV), il est admis à l'ENS en 1857, dont il sort agrégé de mathématiques.
Barbier, élève à l'ENS, suit le cours de Lamé à la Faculté des sciences de Paris de 1860, à la suite duquel il rédige une note sur le problème de l'aiguille (de Buffon) et le jeu du joint couvert [*Journal de Maths pures et appliquées* , 1860, p. 273-286]. Lamé traite le cas d'une pièce ronde, elliptique, polygonale régulière, jetée sur un plan divisé en lignes parallèles et équidistantes. Lamé trouve une probabilité de 1 / pa de rencontrer une des lignes, l désignant la longueur du contour de la pièce. Barbier résout le problème suivant : la probabilité qu'un disque convexe quelconque coupe une des lignes est 1 / pa où l est la longueur du contour. Il utilise un résultat de Cauchy [*Comptes Rendus*, tome **13**, 1841], aborde le cas d'un disque non convexe et fournit des généralisations.
Professeur au lycée de Nice, il est distingué par Le Verrier qui le nomme astronome-adjoint à l'Observatoire de Paris en 1862, où il devient un calculateur habile et un observateur excellent. Les carnets d'observations d'Émile Barbier (de novembre 1862 à juin 1865) sont aux archives de l'Observatoire de Paris ([F 14]).
Dans une lettre adressée au ministre le 10 février 1865, Le Verrier écrit:
"M. Barbier, astronome-adjoint, vient d'être arrêté par une grave maladie dans la mission qu'il accomplissait à Lyon. Des difficultés matérielles contre lesquelles il ne pouvait rien ont entravé ses opérations pendant longtemps ; lorsqu'il aurait pu les terminer, la saison était fort avancée, et la température bien rude pour un travail qui se fait la nuit et en plein air. A la suite d'un refroidissement, M. Barbier est tombé très dangereusement malade... Après avoir été pendant quinze jours dans un état alarmant, M. Barbier est entré en convalescence."
Barbier quitte l'observatoire en août 1865, tente d'entrer chez les jésuites à Angers et rompt tout contact avec ses collègues.

On le retrouve en 1880 à l'asile de Charenton-St-Maurice où il est interné depuis dix ans. Son exaltation religieuse avait déterminé sa famille à le faire interner. Joseph Bertrand lui rend visite plusieurs fois, lui fait accepter une chambre séparée et l'encourage à se remettre au travail scientifique. A sa sortie il produit de nouveaux travaux de 1882 à 1887, bénéficie du prix Francoeur de 1882 (année de la première attribution du prix) jusqu'à l'année 1888. Le montant en est de 1000F, sauf en 1888 où il est porté à 2500F.
Barbier se retire à Saint-Genest-Lerpt (Loire) où il meurt en janvier 1889.

-*Comptes-Rendus*, tome **96**, 2 avril 1883, p. 883 : *"La Commission à l'unanimité décerne le prix Francoeur pour l'année 1882 à M. Émile Barbier, également digne par ses talents, par son caractère et par les difficultés de sa situation, de l'estime et de la sympathie de l'Académie."*

Correspondance Darboux-Houël
-lettre de Darboux à Houël, 1 juin 1882 : "*Je ne sais pas si vous vous rappelez Émile Barbier qui a fait divers travaux. Le pauvre garçon est à Charenton. Il a un peu*

d'exaltation religieuse, mais c'est tout. Il m'a remis de jolies choses, mais elles ne sont pas préparées pour l'impression. En particulier une très jolie démonstration de l'équation $1^3+2^3+\ldots+n^3=(1+2+\ldots+n)^2$ *"*
-lettre de Darboux à Houël, 20 avril 1883 : *"Barbier m'a dit que vous lui aviez écrit. Il est très content d'avoir un prix et on lui permet de sortir quelques fois. Ce pauvre garçon est dans une situation bien intéressante [...] Ce pauvre Barbier se contente, lui, d'être religieux à l'excès."*

Pierre-Ossian Bonnet (1819-1892)
Il entre à l'École Polytechnique en 1838. Préférant l'enseignement et la recherche, il devient répétiteur à Polytechnique en 1844. Membre de l'Académie des sciences en 1862. Il supplée Chasles à l'École Polytechnique en 1868 pour son cours de géométrie et devient directeur des études en 1871. Il enseigne aussi à l'ENS et obtient une chaire à la Sorbonne en 1878, succédant à Le Verrier. Ses travaux portent sur la géométrie différentielle (il généralise en particulier un théorème de Gauss sur la courbure géodésique).

Charles Briot (1817-1882)
ENS promotion 1838, il est agrégé de mathématiques et docteur ès sciences en 1842. Il devient professeur au lycée d'Orléans, puis à la faculté des sciences de Lyon. En 1851 il est nommé professeur en mathématiques spéciales à Paris (lycée Bonaparte). Il supplée des cours de mécanique, de calcul et d'astronomie à la faculté des sciences de Paris. Il devient professeur à l'ENS, puis à la Sorbonne en 1864, où il est chargé d'un cours de thermodynamique et mécanique rationnelle. Ses travaux concernent la physique mathématique, la théorie mathématique de la lumière, la théorie des fonctions doublement périodiques, elliptiques, abéliennes. Prix Poncelet en 1882.

Thomas Clausen (1801-1885)
Né au Danemark, Clausen est fils d'un pasteur pauvre. Il devient assistant à l'observatoire d'Altona en 1824, puis en 1828 travaille à l'Institut d'optique de Munich et approfondit ses connaissances en mathématiques et en physique. Ses travaux sont remarqués en particulier par Gauss et Arago. De retour à Altona en 1840, il devient directeur de l'observatoire de Dorpat et professeur d'astronomie à l'université. Il est membre correspondant de l'Académie de Göttingen et de celle de Saint-Pétersbourg. Ses talents mathématiques sont reconnus aussi bien en mathématiques pures, en mathématiques appliquées, en astronomie, en physique et géophysique.
En 1840 il énonce le théorème qui porte son nom sur les nombres de Bernoulli ; en 1854, il factorise le sixième nombre de Fermat par des méthodes originales mais qui ne nous sont pas parvenues [*Journal de Crelle*, **216**, 1964, p. 185].

Charles-Eugène Delaunay (1816-1872)
Polytechnicien en 1834, il s'intéresse tôt à la mécanique céleste. Il devient professeur dans diverses écoles d'ingénieurs et à l'université de Paris, où il enseigne la mécanique, les mathématiques et l'astronomie. Ses premières recherches sur la théorie de la lune datent de 1840. La méthode de construction terme à terme de la solution d'un système d'équations canoniques qui porte son nom constitue une contribution majeure à la mécanique analytique. Appliqués à la lune, ses résultats sont publiés en 1860 et 1867. Ils contiennent une hypothèse, jugée exacte de nos jours, sur les écarts entre les valeurs observées et les valeurs calculées de l'accélération séculaire de la lune.

Une longue rivalité l'oppose à Le Verrier qu'il remplace en 1870 à la tête de l'Observatoire de Paris. Membre de l'Académie des sciences en 1855, du Bureau des Longitudes en 1862.

Hervé Faye (1814-1902)
Hervé Faye entre à l'École Polytechnique en 1832. L'année 1834 est marquée par l'agitation républicaine, la répression de la troupe et le massacre de la rue Transnonain (le 14 avril). Faye est radié de l'École Polytechnique pour n'y être pas rentré le 13 avril au soir.
Il s'occupe alors de la fixation des dunes dans les Landes et entre à l'Observatoire de Paris en 1842, où il travaille sous la direction d'Arago. Il découvre la comète périodique de 1843, qui porte son nom, et calcule son orbite. Il démissionne de l'Observatoire en 1852. Il est maître de conférence de géodésie à l'École Polytechnique de 1848 à 1854, professeur d'astronomie à Nancy, puis à l'École Polytechnique à partir de 1873.
Il est l'un des premiers à utiliser la photographie pour l'observation des astres. Il est membre du Bureau des Longitudes, qu'il préside pendant plus de vingt ans, et de l'Académie des sciences.

Émile Fron (1836-1911)
Émile Fron est né à Clamecy . Il est admis à l'ENS en 1856, passe cinq années dans l'enseignement secondaire (Rodez, Agen, Marseille, Moulins). En 1864 il est nommé physicien-adjoint à l'Observatoire, où il travaille au service météorologique et où il collabore avec Marié-Davy (en particulier au service des avertissements pour les ports et l'agriculture). Il soutient en 1868 une thèse sur "les mouvements généraux de l'atmosphère dans leurs rapports avec les orages". Pendant la guerre de 1870, Fron et Sonrel sont chargés des *Avertissements* et du *Bulletin météorologique*. Fron est membre du Comité de Défense nationale et participe à la fondation du Bureau central météorologique en 1878, où il devient chef du service des avertissements pour les ports et l'agriculture.

Jules Houël (1823-1886)
Jules Houël est élève à Caen avant d'entrer à l'ENS en 1843. Il devient docteur ès sciences en 1855 pour ses travaux de mécanique céleste et occupe, de 1859 à sa mort, une chaire à la faculté des sciences de Bordeaux. Ses dons pour les langues en font un traducteur d'importants textes mathématiques étrangers. Dans sa *Théorie élémentaire des nombres complexes* (Paris 1874), il introduit aux recherches de William R. Hamilton, Hermann Grassmann, Giusto Bellavitis, Bernhard Riemann. Ses recherches sur le postulat des parallèles, sur l'oeuvre de Lobachevski, ses traductions de la correspondance de Gauss avec Schumacher ainsi que de nombreux autres travaux étrangers (Bolyai, Beltrami, Helmholtz) en font un collaborateur précieux de Gaston Darboux pour la rédaction du *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques.* Ses débats avec Darboux sur les fonctions continues qui n'admettent pas de dérivées sont connus (voir les lettres de Darboux à Houël, dossier personnel Darboux, Archives de l'Académie des sciences, et [Gispert 1983]).

Maurice Loewy (1833-1907)
Né en territoire tchèque, Maurice Loewy est très frappé par les persécutions qui frappent les familles juives vivant en Hongrie. Sa famille s'installe à Vienne où il devient astronome et se fait remarquer par ses travaux de mécanique céleste, mais il ne peut accéder à l'enseignement supérieur, interdit aux juifs dans l'empire austro-hongrois. Il

est appelé à l'Observatoire Paris en 1860, probablement sur recommandation du directeur de l'observatoire de Vienne, où il devient astronome titulaire en 1866 (il est naturalisé en 1864).
Il se spécialise dans les travaux d'astrométrie et sa réalisation la plus connue est un nouvel instrument, l'équatorial "coudé". Ses conflits avec Le Verrier sont fréquents. Après un éloignement de six mois dû à des expéditions en 1874 , il se trouve à son retour privé de son service et de ses instruments et Le Verrier s'empare de tous ses documents et manuscrits d'observation.
Loewy entre en 1872 au Bureau des Longitudes, en 1878 à l'Académie des sciences. Il devient sous-directeur de l'Observatoire en 1878, et le dirige en 1896 à la mort de Tisserand.

Félix Lucas (1836-?)
Félix Lucas, né en 1836, est un ancien élève de l'École Polytechnique de la promotion 1855. Il en sort ingénieur des Ponts et Chaussées et devient Directeur des Phares et Administrateur des chemins de fer.
Ses travaux scientifiques ont trait à la physique mathématique : mouvement vibratoire, études de l'étincelle électrique, de la propagation du son dans l'eau, vibration calorifique des corps solides. Dans plusieurs lettres de Félix Lucas à Barré de Saint-Venant [Archives de l'École Polytechnique, fond Barré de Saint-Venant], il met en avant ses travaux théoriques en mathématiques, et se défend de n'être qu'un simple expérimentateur. Il cherche en effet à relier la théorie de Fourier à la science de la chaleur.
"J'ai consacré à la science non seulement beaucoup de mon temps , mais aussi beaucoup de mon argent [...] Jusqu'ici, je ne puis vous le cacher, mes travaux scientifiques m'ont fait plus d'ennuis et m'ont rapporté plus de déboires que je ne saurais dire. N'ayant jamais eu d'autres ambition que celle, très légitime, je crois, d'acquérir d'honorables sympathies en retour de mes efforts pour apporter ma modeste pierre dans l'édifice de la science, je ne me suis heurté jusqu'à présent qu'à des coteries peu bienveillantes, qui s'attribuent, pour ainsi dire, le monopole de la science et trouvent très osé et très téméraire qu'un homme isolé, n'appartenant à aucune d'elles, fasse quelques pas sur leur terrain." [Archives de l'École Polytechnique, fond Barré de Saint-Venant, lettre de Félix Lucas du 26 octobre 1873].
Membre de la Société Philomatique de Paris, il échoue à l'Académie des sciences, malgré l'appui de Résal et Barré de Saint-Venant. Il obtient en 1873 le prix Montyon en statistique, et le prix Dalmont en 1885 pour ses recherches expérimentales sur la durée de l'étincelle électrique.
L'article de Félix Lucas intitulé "Sur une application de la mécanique rationnelle à la théorie des équations" figure dans les *Comptes Rendus* [1879, vol. **89**, p. 224-226]. Il contient en particulier le "théorème de Lucas" :
Tout contour fermé convexe entourant les points z racines complexes de l'équation algébrique F(z) = 0 entoure aussi les points racines de l'équation F ' (z) = 0.

Hippolyte Marié-Davy (1820-1893)
Hippolyte Marié-Davy est né à Clamecy, d'un père cordonnier. Il entre à l'ENS en 1840, en sort agrégé de physique, qu'il enseigne à Saint-Étienne et Rouen. Il devient professeur à la faculté des sciences de Montpellier en 1844, docteur en sciences physiques en 1845, et docteur en médecine en 1852. Il enseigne au lycée Bonaparte à Paris de 1854 à 1862 , année où il est nommé astronome titulaire à l'Observatoire de Paris. Il est placé à la tête du service météorologique.

Le Verrier commence alors à le persécuter sous prétexte qu'il refuse d'être nuit et jour à la disposition du directeur. Il est privé de ses fonctions en 1864, puis en 1865, les portes de son cabinet de travail sont scellées ; il est privé de feu pendant deux hivers.
Il participe comme météorologue à la guerre de 1870 (il s'agit de signaler la marche des dépressions, des bourrasques, notamment aux aéronautes pendant le siège de Paris). Il a comme collaborateurs Fron et Sonrel. En 1873, il devient directeur de l'Observatoire météorologique de Montsouris jusqu'en 1887. Ses travaux sur le magnétisme terrestre, les mouvements de l'atmosphère, les applications de la météorologie à l'hygiène et l'agriculture sont considérés de premier plan.

Gösta Mittag-Leffler (1846-1927)
Fils d'un parlementaire suédois, Mittag-Leffler étudie à l'Université d'Uppsala et obtient un doctorat en 1872. Il rencontre Charles Hermite à Paris en 1873, et sur ses conseils devient l'étudiant de Weierstrass à Berlin. En 1877 il soutient une habilitation sur la théorie des fonctions elliptiques et devient professeur de mathématiques à l'université d'Helsinki, puis de Stockholm en 1881. Il fonde la revue influente *Acta mathematica* et, en tant que rédacteur en chef, publie d'importantes contributions de Borel, Cantor, Hadamard, Hilbert, Jensen, Volterra, et Poincaré. Il est l'un des organisateurs du premier congrès international de mathématiques.

Louis-Félix Painvin (1826-1875)
Docteur ès sciences en 1854, Painvin est professeur de mathématiques au lycée de Douai, de Lyon, puis au lycée Louis-le-Grand à Paris où il remplace Gaston Darboux en 1872. Il devient corédacteur avec Gaston Darboux et Jules Houël du *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*. Dans une lettre (non datée) destinée à Houël, Darboux reconnaît que le *Bulletin* ne repose que sur Painvin, Houël et lui-même. A propos de l'arrivée de Painvin à Louis-le-Grand, il ironise : *"C'est décidément Painvin qui me remplace à Louis-le-Grand. Espérons qu'il ne fera pas pleuvoir sur mes ex-élèves une avalanche de points à l'infini surtout imaginaires".* [Dossier Darboux, *Correspondance*, Archives de l'Académie des sciences].

Victor-Alexandre Puiseux (1820-1883)
Victor Puiseux entre à l'ENS en 1837. Il devient professeur à Rennes, puis à la faculté des sciences de Besançon, maître de conférences en mathématiques à l'ENS de 1849 à 1855, puis de 1862 à 1868. Il est à la tête du Bureau des Calculs de l'Observatoire de Paris de 1855 à 1859. Il le quitte pour devenir professeur à la faculté des sciences de Paris, revient au Bureau des Longitudes en 1868 et dirige pendant 4 ans la publication de *Connaissance des temps*. En 1871 il devient membre de l'Académie des sciences, où il succède à Gabriel Lamé.

Georges Rayet (1839-1906)
Georges Rayet entre à l'ENS en 1859. Physicien, il enseigne un an à Orléans. Il entre à l'Observatoire de Paris en 1863 au service météorologique où il travaille avec Marié-Davy et Sonrel, et avec Wolf en spectroscopie. Après 1874, il est en conflit avec Le Verrier sur la réorganisation du service météorologique. Il devient professeur à la faculté des sciences de Marseille, puis de Bordeaux en 1876. Il dirige l'observatoire de Floirac en 1878. Membre correspondant Académie des sciences en 1892.

Correspondance Darboux- Houël (lettre de Darboux à Houël, 20 avril 1883) :
"Rayet est venu ici ; mais je ne l'ai pas vu, j'étais absent. J'espère qu'il est heureux dans son palais que vous m'avez montré. Stéphan au contraire n'a qu'un hectare au lieu de

11, et il est exposé à voir la nouvelle Faculté de Marseille lui prendre encore du terrain et faire du tort à ses instruments. Il est venu ici pour tâcher d'écarter cette fâcheuse éventualité. Les mathématiciens sont plus tranquilles ; ils n'ont besoin que d'une feuille de papier ; mais ils n'ont pas de jardin."

Henri Sainte-Claire Deville (1818-1881)
Après un doctorat en médecine à Paris en 1843, Henri Sainte-Claire Deville est attiré par la chimie et soutient un doctorat ès sciences. En 1845 grâce à l'appui de Thénard, il devient professeur de chimie à la nouvelle faculté des sciences de Besançon. Sa réputation est si grande qu'il est appelé comme professeur de chimie à l'École Normale Supérieure en 1851 ; il y développe un enseignement de qualité ainsi que le laboratoire de recherche et donne des conférences de chimie à la Sorbonne de 1853 à 1866. Après des travaux de chimie organique, ses recherches concernent les métaux (extraction de l'aluminium pur par exemple), et aboutissent à une meilleure connaissance du mécanisme de la réaction chimique.

André Sainte-Lagüe (1882-1950)
André Sainte-Lagüe est reçu à l'École Polytechnique et à l'École Normale Supérieure en 1902. Il choisit l'ENS dont il sort agrégé de Mathématiques en 1906.
Professeur au lycée d'Evreux, de Douai, de Besançon, il effectue des recherches sur les graphes et la topologie. Blessé à Verdun, il obtient la croix de guerre.
Il retrouve l'enseignement au lycée Pasteur et Carnot en 1919, puis il prépare à l'École Centrale les élèves du lycée Jeanson de Sailly en 1920.
Il devient docteur ès sciences mathématiques en 1924 avec une thèse sur les "réseaux" (on parle aujourd'hui de graphes).
Il entre comme maître de conférences au Conservatoire National des Arts et Métiers en 1927, où il étudie des problèmes d'aéronautique. En 1933, il devient directeur-adjoint à l'École des Hautes Études ; la chaire de mathématiques du CNAM devenant vacante, il y est nommé en 1938 et ses cours connaissent un succès considérable. Résistant pendant la dernière guerre, il est médaillé de la Résistance.

Joseph Serret (1819-1885)
Joseph Serret est élève de l'École Polytechnique en 1840. Il en devient examinateur en 1848, professeur de mécanique céleste en 1861 au Collège de France, professeur de calcul différentiel et intégral à la Sorbonne en 1863, entre au Bureau des Longitudes en 1873. Il est connu pour son *Cours d'algèbre supérieure* (1849) et son *Cours de calcul différentiel et intégral* (1867-68). En 1860 il est élu à l'Académie des sciences.

Léon Sonrel (1839-1870)
Il entre à l'ENS en 1859. Physicien, il enseigne au lycée de Bastia. Il entre en 1864 à l'Observatoire de Paris comme physicien-adjoint et devient le collaborateur de Marié-Davy. Il s'adonne à la physique du globe (recherches sur le climat du bassin méditerranéen, sur la théorie des bourrasques, les taches solaires). Vice-président de la Société météorologique, il meurt pendant le siège de Paris.

Édouard Stéphan (1837-1923)
Édouard Stéphan entre à l' ENS en 1859. Il est nommé en 1862, dès sa sortie de l'ENS, astronome à l'Observatoire de Paris (carnets d'observations de novembre 1862 à mai 1866, Archives de l'Observatoire, [F 14]). Il est chargé des observations méridiennes, puis en 1866 de l'installation du nouvel observatoire de Marseille, qu'il dirige à partir de

1873. Professeur à la faculté des sciences de Marseille en 1879, il est correspondant de l'Académie des sciences la même année.

Thorvald Thiele (1838-1910)
Né à Copenhague, Thiele est professeur d'astronomie à l'université et dirige l'observatoire de cette ville où il développe de nouvelles méthodes de détermination des orbites. Ses travaux portent sur les erreurs systématiques et accidentelles en astronomie. Il recherche des solutions numériques du problème des trois corps. Par ailleurs il dirige une compagnie d'assurances.

François -Félix Tisserand (1845-1896)
Né le 13 janvier 1845 à Nuits-Saint-Georges, d'une famille modeste (son père est tonnelier comme celui de Lucas), Félix Tisserand fréquente le collège de Beaune, puis le lycée de Dijon où il fait des études classiques (grec, latin, calcul, histoire). Son intelligence est qualifiée de générale (notice nécrologique par C. Wolf, *Annuaire de l'Association des anciens élèves de l'ENS,* 1897, p.93-99):
"A cette époque, malgré l'invention de la bifurcation, les sciences étaient encore le couronnement des études sérieuses dont la littérature formait la base." (p. 94).
Il faut noter que de 1858 à 1862, Cournot est recteur de l'académie de Dijon et on connaît son manque d'enthousiasme envers la réforme Fortoul et la"bifurcation". Tisserand n'a pas été soumis à celle-ci, ce qui explique sa carrière classique pendant une partie de sa scolarité.

Il est reçu à la fois à l'École Polytechnique et à l'ENS en 1863, et opte pour cette dernière malgré un rang médiocre à l'entrée (15eme sur 17). Peu distingué en mathématiques à l'entrée, il termine premier agrégé.
Le Verrier l'enrôle en septembre 1866 (lui évitant l'enseignement dans un lycée) comme astronome-adjoint à l'Observatoire de Paris. Il passe dans tous les services : à la salle méridienne (avec Le Verrier), au service géodésique (avec Villarceau), aux Équatoriaux (avec Loewy) ; il se montre un excellent calculateur.

Le Verrier s'interroge sur la validité de la théorie des mouvements de la lune développée par Delaunay. Il confie l'examen de cette théorie à Tisserand dont la thèse est soutenue en juin 1868, sur le thème suivant :*"Exposition, d'après les principes de Jacobi, de la méthode suivie par M. Delaunay dans sa théorie du mouvement de la lune autour de la terre ; extension de la méthode".* Le jury est composé de Delaunay, Serret, Briot. Tisserand expose la méthode de Delaunay d'une nouvelle manière :
"La méthode de variation des constantes arbitraires, si importante dans la Mécanique céleste, peut être présentée avec une extrême simplicité et une grande élégance, quand on part de la théorie d'Hamilton, perfectionnée par Jacobi" Cf. [Tisserand 1868, p. 3-4].
Cette méthode confirme le travail d'intégration de Delaunay concernant la détermination du mouvement de la Lune autour de la Terre. Elle peut être généralisée et appliquée à la détermination des perturbations réciproques de deux planètes, particulièrement de Jupiter et Saturne.
Dix ans plus tard Tisserand publie une nouvelle extension de la méthode de Delaunay dans les *Annales scientifiques de l'ENS* [tome 7, 1878, p. 261-274] : "Sur un point important de la théorie des perturbations planétaires".

Tisserand participe à l'expédition scientifique de Malacca en août 1868, avec Stéphan et Rayet, pour y observer l'éclipse du soleil.

En 1873, il est envoyé à Toulouse pour réorganiser et diriger l'observatoire et devient professeur d'astronomie à la faculté des sciences de cette ville ; il y demeure cinq ans et est élu correspondant de l'Académie des sciences en 1874. En 1874, il participe à la mission en Extrême-Orient chargée d'observer le passage de Vénus sur le soleil.
Il est nommé en 1878 professeur de mécanique rationnelle à la Faculté des sciences de Paris où il supplée Liouville, puis en 1883 professeur de mécanique céleste où il remplace Puiseux. En 1885 il obtient un résultat concernant le problème des trois corps (*Annales de l'Observatoire de Paris*, **18**, 1885, G1-G19). Son ouvrage le plus important est le *Traité de mécanique céleste*, 4 vol., Paris 1889-1896. Il étudie la stabilité d'un système de planètes, donne le "critère de Tisserand" pour établir l'identité d'une comète, et présente les théories de mécanique céleste de Le Verrier, jusqu'aux récents travaux de Poincaré.
Élu membre de l'Académie des sciences en 1878, où il succède à Le Verrier, du Bureau des Longitudes en 1879, il devient directeur de l'Observatoire de Paris en 1892: *"A ce moment[...] tous les Observatoires français étaient entre les mains d'anciens élèves de l'École Normale"* (Notice nécrologique de Tisserand, écrite par Wolf, *op.cit.*, p.96). Il meurt en 1896.

Émile Verdet (1824-1866)
Voir *Annales Scientifiques de l'ENS*, **3**, 1866, p. 343-351.
Il est élève à l'ENS, qu'il choisit en 1842 plutôt que l'École Polytechnique. Agrégé en 1845, docteur ès sciences en 1848, il est chargé d'une suppléance au collège Henry IV. Il devient rapidement maître de conférences de physique à l'ENS, poste qu'il garde toute sa vie. Il est aussi examinateur d'admission en 1852 puis professeur de physique en 1862 à l'École Polytechnique. Il obtient la chaire de physique mathématiques en 1863 à la Sorbonne. Il initie le public français aux travaux des savants allemands et anglais tels que Joule, Clausius, Thompson, Tyndall, Helmholtz. Ses expériences portent sur les phénomènes d'induction, sur la polarisation magnétique, "l'effet Faraday"; les notes de son cours de *Théorie mécanique de la chaleur* sont publiées.

Charles Wolf (1827-1918)
Charles Wolf entre à l' ENS en 1848. A sa sortie il devient professeur au lycée de Nîmes, de Metz, puis à la faculté des sciences de Montpellier après 1856. Il devient astronome à l'Observatoire de Paris en 1862, au Service Méridien, puis chef des services des Équatoriaux (où il travaille avec Stéphan, Barbier, Rayet). Professeur à la faculté des sciences de Paris en 1875, il est élu à l' Académie des Sciences en 1883.

Charles-Adolphe Wurtz (1817-1884)
Né près de Strasbourg dans une famille luthérienne (le père est pasteur), Wurtz est docteur en médecine de l'université de Strasbourg. Très vite attiré par la chimie, il étudie et commence des recherches à Giessen avec le chimiste allemand Liebig. Il traduit en français les travaux de Liebig pour les *Annales de chimie*. En 1844 il rejoint Jean-Baptiste Dumas à Paris au laboratoire de la faculté de médecine. Il y devient maître de conférences, puis professeur de chimie organique (1853), et doyen (1866). Une chaire de chimie organique est créée pour lui à la Sorbonne en 1874.
Défenseur actif de la théorie atomique, contre la position de Berthelot. Il fait campagne pour l'admission des femmes à la faculté de médecine. D'un patriotisme intense, il est très affecté par la perte de l'Alsace pendant la guerre franco-prussienne. Il participe à la création de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences en 1872. Membre de l'Académie des sciences en 1867, où il préside la section de chimie en 1881.

ŒUVRES DE LUCAS

LUCAS E.
[1867] *Application de l'arithmétique à la construction de l'armure des satins réguliers*, G.Retaux, Paris nov.1867 (16 p.).
[1870] Note sur les sommes des puissances semblables des n premiers nombres entiers, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, tome **9**, 1870, p. 49-53.
[1873] *Recherches sur l'analyse indéterminée et l'arithmétique de Diophante*, Bulletin de la Société d'émulation du département de l'Allier, 1873 ; réédition Blanchard, Paris 1961.
[1875a] Sur la décomposition des nombres en facteurs premiers, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série,1875, **14**, p.523-525.
[1875b] De quelques nouvelles formules de sommation, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, **14**, 1875, p. 487-494.
[1875c] De la trisection de l'angle à l'aide du compas, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1875, **81**, p. 368-369.
[1875-6] Sur la théorie des Nombres Premiers, *Atti della reale Accademia delle Science di Torino*, 1875-6, **11**, p. 928-937, Turin.
[1876a] Note sur l'application des séries récurrentes à la recherche de la loi de distribution des nombres premiers, *Comptes Rendus*, p. 158-159], [18786, **82**, p. 165-167.
[1876b] Sur les rapports qui existent entre la théorie des nombres et le Calcul intégral, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1876, **82**, p. 1303-1305.
[1876c] Nouveaux théorèmes d'Arithmétique supérieure, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1876, **83**, p.1286-1288.
[1876d] Sur la recherche des grands nombres premiers, AFAS, *Congrès* 1876, **5,** p. 61-68.
[1876e] Principes de géométrie tricirculaire et tétrasphérique, *Nouvelle correspondance mathématique*, **2**, 1876, p. 225-232, 257-265, 289-295.
[1876f] Lois géométriques du tissage, *Congrès AFAS*, 1876, p. 114.
[1876g] Théorie nouvelle des nombres de Bernoulli et d'Euler, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1876, **83**, p. 539-541.
[1876h] Sur le calcul symbolique des nombres de Bernoulli, *Nouvelle Correspondance Mathématique*, 1876, **2**, p. 328-338.
[1876i] Sur les rapports qui existent entre le triangle arithmétique de Pascal et les nombres de Bernoulli, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, tome **15**, 1876, p. 497-499.
[1877a] Sur l'extension du théorème de Fermat généralisé, et du *Canon arithmeticus*, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1877, **84**, p. 439-442.
[1877b] Sur la division de la circonférence en parties égales, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1877, **85**, p. 136-139.
[1877c] Recherches sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise et sur diverses questions d'Arithmétique supérieure, *Bull. Bibl. Storia Sc. Mat. e Fis.*, **10**, p.129-193 et p. 239-293 , Bologne 1877.
[1877d] Théorie nouvelle des nombres de Bernoulli et d'Euler, *Annali di Matematica pura e applicata*, 2e série, **8**, 1877, p.56-79.
[1877e] Formules fondamentales de géométrie tricirculaire et tétrasphérique, *Annali di Matematica pura e applicata*, (2), **8**, p.187-192, Rome 1877.

[1877f] "Considérations nouvelles sur la théorie des nombres premiers et de la division géométrique de la circonférence en parties égales", AFAS, *Congrès* 1877, **6**, p.159-167.
[1877g] "Formules fondamentales de géométrie tricirculaire et tétrasphérique", *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **5**, 1877, p. 135-143 ; *Annali di Matematica pura ed applicata*, 2e série, **8**, 1877, p. 187-193.
[1877h] "De l'application des systèmes de coordonnées tricirculaires et tétrasphériques à l'étude des figures anallagmatiques", *Nouvelle correspondance mathématique*, **3**, 1877, p. 225-230, 257-263.
[1877i] "Sur l'échiquier anallagmatique de M. Sylvester",*Congrès AFAS*, 1877, p. 213-214.
[1877j] Sur les sommes des puissances semblables des nombres entiers, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, tome **16**, 1877, p. 18-26.
[1877k] Sur les théorèmes de Binet et Staudt concernant les nombres de Bernoulli, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, tome **16**, 1877, p. 157-160.
[1877l] Problèmes sur la géométrie des quinconces, *Nouvelle Correspondance mathématique*, t. **3**, 1877, p. 412-413.
[1877m] Sur la théorie des fonctions numériques simplement périodiques, *Nouvelle Correspondance mathématique*, t. **3**, 1877, p. 369-376, 401-407.
[1877-8] "Théorèmes d'arithmétique", *Atti della reale Accademia delle Science di Torino*, **13**, 1877-8, p. 271-284.
[1878a] "Théorie des fonctions numériques simplement périodiques", *American Journal of Mathematics pure and applied*, **1**, 1878, p.184-240 et p. 289-321.
[1878b] "Sur la série récurrente de Fermat", *Bull. bibl. storia Sc. Mat. e Fis.*, **11**, p. 783-798, Bologne 1878.
[1878c] "Sur l'emploi de l'Arithmomètre de Thomas dans l'Arithmétique Supérieure", AFAS, *Congrès* 1878, **7**, p. 94-95.
[1878d] "Sur la géométrie du tissage", *Congrès AFAS*, 1878, p. 155.
[1878e] Sur les congruences des nombres eulériens et des coefficients différentiels des fonctions trigonométriques, suivant un module premier, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, t .**6**, 1878, p. 49-54.
[1878f] Théorème sur la géométrie des quinconces, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, t .**6**, 1878, p. 9-10.
[1878g] Sur la théorie des fonctions numériques simplement périodiques, *Nouvelle Correspondance mathématique*, t. **4**, 1878, p. 1-8, 33-40, 65-71, 97-102, 129-134, 225-228.
[1879] "Sur l'Analyse indéterminée du troisième degré. Démonstration de plusieurs théorèmes de M. Sylvester", *American Journal of Mathematics pure and applied*, 1879, **2**, p. 178-185.
[1880a] "Sur les fonctions cyclotomiques", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1880, **90**, p.855-856.
[1880b] "Sur les nouvelles formules de MM. Seidel et Stern concernant les nombres de Bernoulli", *Bulletin de la Société Mathématique de France*, t .**8**, 1880, p. 169-172.
[1882a] *Récréations Mathématiques*, **1**, Gauthier-Villars, Paris, 1882 ; 2e édit. 1891.
[1882b] Le jeu des labyrinthes, *Récréations mathématiques*, vol. **1**, Gauthier-Villars, Paris, 1882, p. 39-55.
[1883a] *Récréations Mathématiques*, **2**, Gauthier-Villars, Paris, 1883 ; 2e édit. 1893.
[1883b] Démonstration du théorème de Clausen et de Staudt sur les nombres de Bernoulli, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, t .**11**, 1883, p. 69-71.

[1883c] Les jeux de demoiselles, *Récréations mathématiques*, vol. **2**, Gauthier-Villars, Paris, 1883, p. 161-197.
[1883d] "Sur la généralisation du théorème de Fermat", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1883, **96**, p. 1300-1301.
[1883e] Démonstration du théorème de Clausen et de Staudt concernant les nombres de Bernoulli, *Mathesis*, **3**, 1883, p. 25-28.
[1884a] "Le calcul et les machines à calculer", AFAS, *Congrès* 1884, **13**, p. 111-141.
[1884b] "L'Arithmétique figurative et ses applications", *Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale*, mars 1884, **XI**, 3ème série, p. 210.
[1886] "Sur l'emploi des critériums cubiques, biquadratiques et octiques suivant un module premier", AFAS, *Congrès* 1886, **15**, (2), p.101-103.
[1888] "Sur un théorème de Cauchy", AFAS, *Congrès* 1888, **17**, (2), p.29-31.
[1890a] "Sur la loi de réciprocité des résidus quadratiques", *Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg*, vol. **33**, 1890, p. 495-496.
[1890b] *Conférences sur le diagrammomètre du colonel Kozloff*, faites au Conservatoire des Arts et Métiers par Edouard Lucas, Paris, A. Reiff, Juin 1890.
[1891a] *Théorie des nombres*, *Tome premier*, Paris Gauthier-Villars, 1891 ; rééditions Blanchard 1961 et Gabay 1991.
[1891b] "Questions proposées à la discussion des première et deuxième sections", AFAS, *Congrès* 1891, **20**, (1), p.149-152.
[1893] *Récréations Mathématiques*, **3**, Gauthier-Villars, Paris, 1893.
[1894a] *Récréations Mathématiques*, **4**, Gauthier-Villars, Paris, 1894.
[1894b] La géométrie des réseaux et le problème des dominos, *Récréations mathématiques*, vol. **4**, Gauthier-Villars, Paris, 1894, p. 125-151.
[1894c] La géométrie des régions. Le problème géographique des quatre couleurs et les réseaux à points triples, *Récréations mathématiques*, vol. **4**, Gauthier-Villars, Paris, 1894, p. 155-194.
[1895] *L'Arithmétique amusante*, Gauthier-Villars, Paris 1895.
[1911] "Les principes fondamentaux de la géométrie des tissus", AFAS, *Congrès* 1911, **40**, (2), p.72-88 (mémoire extrait de l'*Ingeniere Civile* (1880, Turin) et traduit de l'italien par A.Aubry et A.Gérardin).

BIBLIOGRAPHIE GENERALE

AFAS [1872-1914], *Congrès,* **1** à **43**, 1872-1914.

AGULHON M.
[1973] *1848 ou l'apprentissage de la République*, tome **8** de la *Nouvelle histoire de la France contemporaine*, Paris, Seuil, 1973, réd.1992.
[1990] *La République de 1880 à nos jours*, Hachette, coll. "Histoire de France", t. **5**, 1990.

ANDLER M. [1994] "Les mathématiques à l'Ecole normale supérieure au XXe siècle : une esquisse", *Ecole Normale Supérieure, le livre du Bicentenaire,* Jean-François Sirinelli (dir.), 1892, p. 57-59.

AUBRY A. [1913], “Sur divers procédés de factorisation”, *L’Enseignement mathématique*, **15**, 1913, p. 202-230, Edit. Institut Maths. Univ Genève.

BACHMANN P.
[1900], “Niedere Zahlentheorie”, *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, ntheorie”, *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, Band **I**, Heft 5, p.555-581.
[1902] *Niedere Zahlentheorie* (erster Teil), Teubner, Leipzig, 1902. BACHMANN P. MAILLET E. [1906], “Propositions élémentaires de la théorie des nombres”, *Encyclopédie des Sciences mathématiques pures et appliquées* , vol.**3**, fasc.1, p. 1-75.

BAILLAUD B. et BOURGET H. [1905] *Correspondance d'Hermite et de Stieltjes*, 2 vol., Paris, Gauthier-Villars, 1905.

BARBIER E.
[1860] Note sur le problème de l'aiguille et le jeu du joint couvert, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 2e série, t. **5**, 1860, p. 273-286.
[1882a] Deux moyens d'avoir π au jeu de pile ou face, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1882, **94**, p. 1461-1462.
[1882b] Description du dodécaèdre régulier complet, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1882, **95**, p. 560-562.
[1883a] Sur une formule de Lagrange déjà généralisée par Cauchy, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1883, **96**, p. 1845-1849.
[1883b] Une correction des formules stéréotypées de la préface de Callet, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1883, **96**, p. 1648.
[1883c] Généralisation du théorème de Jacobi sur les déterminants partiels du système adjoint, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1883, **97**, p. 82-85.
[1884a] Sur une généralisation de la théorie des réduites, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1884, **98**, p. 1531-1534.
[1884b] Sur l'équilibre d'un segment homogène de paraboloïde de révolution flottant sur un liquide , *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1884, **99**, p. 703.
[1884c] Comparabilité du thermomètre à poids et du thermomètre à tige , *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1884, **99**, p. 752-753.
[1885a] Observations à propos d'une Note récente de M. E. Hénard sur les seize réseaux des plans de l'icosaèdre régulier convexe , *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1885, **101**, p. 304.
[1885b] Tableau des principaux éléments des dix figures polyèdriques, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1885, **101**, p. 562-564.
[1887a] Généralisation du problème résolu par M.J. Bertrand, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1887, **105**, p. 407.
[1887b] Sur une généralisation de l'indicatrice de Ch. Dupin, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1887, **105**, p. 516-518.
[1887c] On suppose écrite la suite naturelle des nombres; quel est le (10^{1000})ème chiffre écrit ?, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1887, **105**, p. 795-798.

BELHOSTE B.
[1991] *Augustin-Louis Cauchy. A biography*, New-York, Springer, 1991.
[1995] *Les sciences dans l'enseignement secondaire français. Textes officiels 1789-1914*, tome I, INRP- Economica, 1995.

[1996] Autour d'un mémoire inédit : la contribution d'Hermite au développement de la théorie des fonctions elliptiques, *Revue d'Histoire des Mathématiques*, **2**, 1996, p. 1-66.

BELHOSTE B. et LÜTZEN J. [1984] Joseph Liouville et le Collège de France, *Revue d'histoire des sciences*, **37**, 1984, p. 255-304.

BIGOURDAN G. [1928-1933] *Le Bureau des Longitudes, son histoire et ses travaux de l'origine (1795) à nos jours*, Annuaire du Bureau des Longitudes, Observatoire de Paris, 1928-1933.

BREZINSKI C. [1990] *Charles Hermite, père de l'analyse moderne*, Paris, SFHST, Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences n° **32**, 1990.

BEN DAVID J. [1970] "The rise and decline of France as a scientific center", *Minerva*, **8**, 1970, p. 160-179.

BERGE C.
[1958] *Théorie des graphes et ses applications* , Dunod, Paris, 1958.
[1968] *Principes de combinatoire*, Paris, Dunod, 1968.

BERTRAND J. [1845], "Mémoire sur le nombre de valeurs que peut prendre une fonction quand on permute les lettres qu'elle renferme", *Journal de l'Ecole Royale Polytechnique*, cahier **30**, tome **XVIII**, Paris 1845, p. 123-140.

BIGGS N.L., LLOYD E.K., WILSON R.J. [1976] *Graph theory 1736-1936*, Clarendon Press, Oxford, 1976.
BOLLEE L. [1889] "Sur une nouvelle machine à calculer", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1889, **109**, p.737-739.

BOREL E. [1958], *Les Nombres premiers*, Presse Universitaires de France, Que-sais-je ?, 1958.

BRASSINNE E. [1853] *Précis des œuvres mathématiques de Pierre de Fermat et de l'arithmétique de Diophante*, Toulouse, Douladoure, 1853.

BROCH O.-J. [1874] Sur la représentation graphique des nombres complexes, AFAS *Congrès* 1874, **3**, p. 1174-1176 et Tableaux III p. XII-XIII.

BRU B. [1981] "Poisson, le calcul des probabilités et l'instruction publique", *Siméon-Denis Poisson et la science de son temps*, (Métivier, Costabel, Dugac rédacteurs), publication de l'Ecole Polytechnique, 1981, p. 51-94.

BRU M.-F., BRU B., BIENAYME O. [1997] La statistique critiquée par le calcul des probabilités : deux manuscrits inédits d'Irenée Jules Bienaymé, *Revue d'histoire des mathématiques*, 1997 (3), p. 137-239.

Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale, Numéro spécial sur les machines à calculer, septembre-octobre 1920.

BUTZER P.L., JONGMANS F.
[1989] "P. L. Chebyshev (1821-1894) and his contacts with western european scientists", *Historia Mathematica* , **16**, 1989, p. 46-68.
[1999] "P. L. Chebyshev (1821-1894). A guide to his life and work", *Journal of Approximation Theory*, **96**, 1999, p. 111-138.

CAHEN E. [1900] *Eléments de la Théorie des Nombres*, Paris Gauthier-Villars 1900.

CARMICHAEL R.D. [1913], "On the numerical factors of the arithmetic forms $\alpha^n \pm \beta^n$ ", *Annals of Mathematics*, (2), **15**, p. 30-79, Princeton 1913.

CARNOT L. [1803] *Géométrie de position*, Crapelet, Paris, An XI (1803).

CATALAN E.
[1859] Sur les différences de 1^p, et sur le calcul des nombres de Bernoulli, *Annali di Matematica pura ed applicata*, série 1, tome **2**, 1859, p. 239-243.
[1861] Communication de Théorie des nombres, 6 avril 1861, *Société Philomathique de Paris, Extraits des procès-verbaux des séances pendant l'année 1861*, Paris, Cosson, 1861, p. 49.
[1862] Sur les nombres de Bernoulli et sur quelques formules qui en dépendent, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **54**, 1862, p. 1030-1033 et p. 1059-1062.
[1864] Sur le calcul des nombres de Bernoulli, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **58**, 1864, p. 1105-1108.
[1867a] Mémoire sur la transformation des séries et sur quelques intégrales définies, *Mémoires des savants étrangers publiés par l'Académie Royale des sciences, des lettres et des Beaux-Arts de Belgique*, t. **33**, 1867, p. 1-50.
[1867b] "Sur les nombres de Bernoulli et d'Euler et sur quelques intégrales définies", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique*, t. **37**, 6 avril 1867 (publié 1869), p. 1-19.
[1868] Sur les nombres d'Euler, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **66**, 1868, p. 415-416.
[1875] Note sur les nombres de Bernoulli, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **81**, 1875, p. 441-443.
[1882] Mémoire sur une suite de polynômes entiers et sur quelques intégrales définies, *Mémoires des membres de l'Académie Royale des sciences, des lettres et des Beaux-Arts de Belgique*, t. **43** (2e partie), 1882, p. 1-40.
[1883] Recherches sur la constante G, et sur les intégrales eulériennes, *Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de Saint-Pétersbourg*, VIIe série, t. **31**, 1883, p.1-51.

CAUCHY A. [1813] Recherches sur les polyèdres, *Journal de l'Ecole Polytechnique*, 16e cahier, t. **9**, 1813, p. 68-86.

CAYLEY A.
[1873] On Listing's theorem, *Messenger of Mathematics*, vol. **2** (new serie), 1873, p. 81-89.
[1889] *The Collected Mathematical Papers*, vol. **II**, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1889.

CESÀRO E.

[1880] "Quelques formules", *Nouvelle correspondance mathématique*, **6**, 1880, p. 450-451.
[1882a] Extrait d'une première lettre à M. Catalan (20 mai 1882), *Opere scelte*, vol **I** (1), p. 217-241.
[1882b] Extrait d'une deuxième lettre à M. Catalan (1er juin 1882), *Opere scelte*, vol **I** (1), p. 242-262.
[1883] Principes du calcul symbolique, *Mathesis*, **3**, 1883, p. 10-17; *Opere scelte*, vol **I** (1), p. 1-9.
[1886a] Sur un théorème de M.Lipschitz, et sur la partie fractionnaire des nombres de Bernoulli, *Annali di Matematica pura ed applicata*, série 2, tome **14**, 1886, p. 221-226.
[1886b] Sur les nombres de Bernoulli et d'Euler, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 3e série, tome **5**, 1886, p.305-327.
[1964-1965] *Opere scelte*, 2 vol., Roma, Cremonese, vol.**1** 1964, vol. **2** 1965.

CHABERT J.L. (Dir.) [1994], *Histoire d'algorithmes, du caillou à la puce*, Belin 1994.

CHAITIN G. J. [1999] Hasard et imprévisibilité des nombres, *La Recherche*, hors série l'Univers des nombres, 2 août 1999, p. 60-65.

CHARLE Ch. [1994] *La République des Universitaires , 1870-1940*, Paris, Seuil, 1994.

CHEMLA K. [1998] Lazare Carnot et la généralité en géométrie. Variations sur le théorème dit de Menelaus, *Revue d'histoire des mathématiques*, 1998 (4), p. 163-190.

CHOBOT M. et COLLOMB B. [1970] *On cutting cloth by P.L.Chebyshev* (engl. transl.), Research Report, Center for Cybernetics Studies, Univ. of Texas, Austin, 1970.

CLAUSEN T.
[1840] Lehrsatz aus einer Abhandlung über die Bernouillischen Zahlen, *Astronomische Nachrichten*, n° **17**, 1840, p. 351-352.
[1844] De linearum tertii ordinis proprietatibus, *Astronomische Nachrichten*, n° **494**, 18 janvier 1844, p. 209- 216.

COHEN H. [1999] L'intrigue des nombres premiers, *La Recherche*, hors série l'Univers des nombres, 2 août 1999, p. 46-52.

COMBETTE E. [1892], Notice nécrologique d'Edouard Lucas, *Annuaire de L'Association des Anciens Elèves de L'Ecole Normale*, 1892, p.57-59.

COMTET L. [1970] *Analyse combinatoire*, 2 vol., Paris, Presses Universitaires de France, 1970.

COURNOT A.A. [1864], *Des Institutions d'instruction publique en France*, Paris, Hachette, 1864.

CROSLAND M. [1976] "Science and the franco-prussian war", *Social studies of science*, **6** (2), 1976, p. 185-214.

CUNNINGHAM A.
[1894], “On Mersenne’s Numbers”, *British Assoc.Reports*, 1894, p.563-564.
[1895-6], Note by the Lieut. Col. Allan Cunningham, R.E., *Proceedings of the London Mathematical Society* , 1895-6, **27**, p.53- 54.
[1899], “On Fermat’s Numbers”, *British Assoc. Reports*, 1899, p.653-654.
[1912-3], “On Mersenne’s Numbers”, *British Assoc. Reports*, 1912-3, p.406.

DARBOUX G.
[1866] *Sur les surfaces orthogonales*, thèse soutenue le 14 juillet 1866 à la Faculté des sciences de Paris, Paris, Gauthier-Villars, 1866.
[1905] *Notice historique sur Charles Hermite lue dans la séance publique annuelle du lundi 18 décembre 1905*, Paris, Gauthier-Villars, 1905.
[1906] "La vie et l'oeuvre de Charles Hermite", *Revue du mois*, **1**, 1906, p. 37-58.
[1912] "Notice historique sur Charles Hermite", *Eloges académiques et discours*, Paris, Hermann, 1912, p. 116-172.

DAUMAS M. [1962-1979] *Histoire générale des techniques*, 5 vol., Paris PUF, 1962-1969.
[1979] La filiation des machines à calculer contemporaines, in *Histoire générale des techniques*, t. **5**, 1979, p. 434-473.

DECAILLOT A-M.
[1997] L’AFAS : la promotion de l’instrument, in *GHDSO* (ed.) 1997, p. 63-72.
[1998] L'arithméticien Edouard Lucas (1842-1891) : théorie et instrumentation, *Revue d'Histoire des Mathématiques*, **4**, 1998, p. 191-236.

DEHN M. et HEEGAARD P. [1907] Analysis situs, *Encyklopädie der mathematischen Wissenscaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, Band III 1, 1907, p. 153-220.

DEMAZURE M. [1997], *Cours d’algèbre. Primalité, divisibilité, codes.* Cassini 1997.

DELANNOY H. [1894] Sur les arbres géométriques et leur emploi dans la théorie des combinaisons chimiques, *Congrès AFAS*, **23**, 1894, p. 102-116.

DICKSON L.E. [1919-1923], *History of the Theory of Numbers*, 3 volumes, Carnegie Institut of Washington, Washington 1919-23 (rééd. Chelsea, New York, 1952).

DIGEON C. [1959] *La crise allemande de la pensée française (1870-1914)*, Paris, PUF, 1959.

DUGAC P. (éd.)
[1984] Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1874-1883),*Cahiers du Séminaire d'Histoire des mathématiques*, vol. **5**, 1984, p. 49-285.
[1985] Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1884-1891),*Cahiers du Séminaire d'Histoire des mathématiques*, vol. **6**, 1985, p. 79-217.
[1988] Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1892-1900),*Cahiers du Séminaire d'Histoire des mathématiques* , vol. **10**, 1988, p. 1-82.
DUGOWSON S. [1994] *Les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de dérivation*, thèse soutenue le 16 décembre 1994, Université de Paris Nord.

ECHEVERRIA J.
[1992] "Observations, Problems and Conjectures in Number Theory- The History of the Prime Number Theorem", in Echeverria, Iberra & Mormann (éds.), *The Space of Mathematics*, Gruyter, Berlin & New-York, 1992, p. 230-252.
[1996] "Empirical methods in mathematics- A case study : Goldbach's conjecture", in G. Munevar (éd.), *Spanish Studies in the Philosophy of Science*, Kluwer, Dordrecht, 1996, p.19-55.

EISENSTEIN G.
[1844a] "La loi de réciprocité tirée des formules de Mr. Gauss, sans avoir déterminé préalablement le signe du radical", *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **28**, 1844, p. 41-43.
[1844b] "Geometrischer Beweis des Fundamentaltheorems für die quadratischen Reste", *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **28**, 1844, p. 246-248.
[1845] "Applications de l'algèbre à l'arithmétique transcendante", *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **29**, 1845, p. 177-184.

ENCYCLOPEDIES
La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts par une société de savants et de gens de lettres, sous la dir. de M. Berthelot etc, Paris, Lamirault et Cie.
Encyclopédie des Sciences mathématiques pures et appliquées [1904-1916], édition française rédigée et publiée d'après l'édition allemande, tomes **I-VII**, Paris Gauthier-Villars 1904-1916 ; réédition Gabay 1991.
Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen [1898-1907], volumes **I -VII**, Leipzig 1898-1907.

EPPLE M. [1998] Topology, matter, and space I : topological notions in 19th-century natural philosophy, *Archives for History of exact sciences*, **52**, 1998, p. 297-392.

EULER L.
[1736] Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis, *Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*, **8**, (1736), 1741, p.128-140 ; *Opera Omnia*, vol. **7**, p. 1-10.
[1748] "De seriebus ex evolutione factorum ortis", *Introduction in Analysin Infinitorum,* Tome **1**, ch.XV, éd. Bousquet, Lausanne 1748; rééd.F.Rudio, Leipzig-Berlin 1922, p. 284-312.
[1750] "Theoremata circa divisores numerorum", *Novi commentarii academia scientiarum petropolitanae*, **1**, 1750, (1747-8), p. 20-48 ; réédité in *Commentationes Arithmeticae*, vol **I**, F.Rudio, Leipzig-Berlin 1915, p.62-85.
[1752-53] Elementa doctrinae solidorum, *Novi Commentarii Academiae Scientiarum imperialis Petropolitanae*, t. **IV**, 1752-53 (paru en 1758), Saint-Pétersbourg, p. 109-140; *Opera Omnia,* vol **26**, p. 71- 93.
[1759] Solution d'une question curieuse qui ne paraît soumise à aucune analyse, *Mémoires de l'académie des sciences de Berlin* , **15**, (1759), 1766, p. 310-337; *Opera Omnia*, vol. **7**, p. 26-56.
[1769] "Quomodo numeri praemagni sint explorandi utrum sint primi necne", *Novi commentarii academia scientiarum petropolitanae*, **13**, (1768), 1769, p. 67-88 ; réédité in *Commentationes Arithmeticae*, vol **II**, F.Rudio, Leipzig-Berlin 1917, p.112-133.

[1772] "Extrait d'une lettre de M.Euler père à M.Bernoulli concernant le Mémoire imprimé parmi ceux de 1771", *Nouveau mémoire de l'académie des sciences de Berlin 1772, 1774, Histoire* (p.35-36) ; in *Commentationes Arithmeticae*, vol **II**, F. Rudio, Leipzig-Berlin 1917, p.335-337.
[1774] "Demonstrationes circa residua ex divisiones potestatum per numeros primos resultantia", *Novi commentarii academia scientiarum petropolitanae*, **18**, (1773), 1774, p.85-135 ; in *Commentationes Arithmeticae*, vol **II**, F.Rudio, Leipzig-Berlin 1917, p.240-290.
[1782] Recherche sur une nouvelle espèce de quarrés magiques,*Verhandelingen uitgegeven door het zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen te Vlissingen* **9**, Middelburg, 1782, p.85-239 ; *Opera Omnia*, vol. **7**, p. 291-392.
[1783] "Miscellana analytica. Theorema a Cl.*Waring* sine demonstrationes propositum", *Opuscula Analytica*, Tome **I**, Petropoli (Saint-Pétersbourg) 1783, p. 329-344.
[1785] "De summa serii ex numeris primis formatae...",*Opuscula Analytica*, Tome **II**, Petropoli (Saint-Pétersbourg) 1785 (1775), p. 240-256.
[1851] Solution d'un problème appartenant à la géométrie de situation, par Euler ; traduit du latin par E. Coupy, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, tome **10**, 1851, p. 106- 119.
[1923] *Opera Omnia, Commentationes algebricae*, vol. **7**, B.G. Teubner, Leipzig-Berlin, 1923.
[1953] *Opera Omnia, Commentationes geometricae*, vol. **26**, A. Speiser, Lausanne, 1953.

FENSTER D.D. [1998], "Leonard Eugene Dickson and his work in the Arithmetics of Algebras", *Archive for History of Exact Sciences*, **52** (1998), p.119-159, Springer-Verlag.

de FERMAT P.
[1679] *Varia opera mathematica*, Toulouse, J. Pech, 1679 ; réimprimé à Berlin par Friedlaender et Filius, 1861.
[1891] *Oeuvres de Fermat*, par Paul Tannery et Charles Henry, tome **I**, Paris Gauthier-Villars, 1891.
[1894] *Oeuvres de Fermat*, ibid., tome **II**, 1894.
[1896] *Oeuvres de Fermat*, ibid., tome **III**, 1896.
[1912] *Oeuvres de Fermat*, ibid., tome **IV**, 1912.

FERRARO G. [1999] The first modern definition of the sum of a divergent series : an aspect of the rise of 20th century mathematics, *Archive for History of Exact Sciences*, **54**, 1999, p. 101-135.

FLAMENT D.
[1990] *Contributions à l'étude historique des nombres complexes* (thèse), Université Paris Nord, 1990.
[1996] Quelques étapes de la constitution du nombre complexe, in *Géométrie complexe*, F. Norguet, S. Ofman et J.-J. Szczeciniarz (eds.), Hermann, Paris, 1996, p. 241-269.
[1997] *Le nombre, une hydre à n visages ; entre nombres complexes et vecteurs*, Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1997.

FLYE SAINTE MARIE C. [1876] Note sur un problème relatif à la marche du cavalier sur l'échiquier, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **5**, 1876, p. 144-150.

FONTANON Cl. et GRELON A. (dir.) [1994] *Les professeurs du Conservatoire National des Arts et Métiers. Dictionnaire biographique 1794-1955*, Paris, INRP-CNAM, 1994.

FOX R. and WEISZ G. [1980] *The organisation of science and technology in France 1808-1914*, Cambridge University Press, Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1980.

GAND Ed.
[1867a] Nouvelles méthodes de construction des satins réguliers, pairs et impairs. Théorie des nombres premiers appliquée aux pointés de ces armures, *Bulletin de la Société industrielle d'Amiens* , janvier 1867, p. 57-88.
[1867b] Nouvelles méthodes de construction des satins réguliers, pairs et impairs. Armures (tissu), armures (dessin), mosaïques, *Bulletin de la Société industrielle d'Amiens* , juillet 1867, p. 257-300.
[1868] *Cours de tissage*, Paris, Eugène Lacroix, 1868.
[1871] *Le transpositeur ou l'improvisateur de tissus*, Paris, J. Baudry, 1871.
[1876-1878] *Cours de tissage* , 3 vol., dans *Archives industrielles*, Paris, J. Baudry, vol. 1 et 2 1876, vol. 3 1878.

GAND Ed. et SEE Ed. [1865] *Traité de la coupe des velours de coton d'Amiens*, dans *Archives Industrielles*, t. **2** ; Amiens, Jeunet, 1865 ; Paris, E. Delacroix, 1865.

GAUSS C.F.
[1801] *Disquisitiones Arithmeticoe*, Leipzig 1801, trad. fr. *Recherches Arithmétiques*, Poullet-Delisle Paris 1807, rééditions Blanchard 1953 et Gabay 1989.
[1867] Handschriftlicher Nachlass. Zur mathematischen Theorie der electrodynamischen Wirkungen, *Carl Friedrich Gauss Werke*, Band **5**, Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, 1867, p. 601-636.
[1900] Nachlass (I) Zur Geometria Situs, *Carl Friedrich Gauss Werke*, Band **8**, Teubner, Leipzig, 1900, p. 271-281 ; (II) Zur Geometrie der Lage, *ibid.* p. 282-285.

GENAILLE H.
[1891] Piano arithmétique pour la vérification des grands nombres premiers, AFAS *Congrès* , 1891, **20** (1), p. 159.
[1894] Le calculateur Henri Genaille, AFAS *Congrès* , 1894, **23** (2), p. 272-276.

GENOCCHI A.
[1852] Sulla formola sommatoria di Eulero, e sulla teoria de residui quadratici, *Annali di matematica* , Bd. **3**, 1852, p. 406-436.
[1868-9], “Intorno ad alcune forme di numeri primi”, *Annali di Matematica pura e applicata.*, (2), **2**, Rome 1868-9, p. 256-267.
[1875-6], “Intorno a tre problemi aritmetici di Pietro Fermat”, *Atti della Royale Accademia delle Science di Torino*, **11**, Turin 1875-6, p.811-829 ; “Cennidi ricerce interno ai numeri primi”, *ibid.* p.924-927.

[1884], “Sur les diviseurs de certains polynômes et l’existence de certains nombres premiers”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1884, **98**, p. 411-413.

GERARDIN A.
[1909a], “Résolution en entiers positifs de $x^n+y^n+z^n=u^n+v^n$”, AFAS, *Congrès* 1909, **38**, (2), p.143-145.
[1909b] “Décomposition des grands nombres”, AFAS, *Congrès* 1909, **38**, (2), p. 145-156.
[1912] “Rapport sur diverses méthodes de solutions employées en théorie pour la décomposition des nombres en facteurs”, AFAS, *Congrès* 1912 , **41**, (2), p. 54-57.
[1912-3] “Sur une nouvelle machine algébrique”, *British Assoc.Reports*, 1912-3, p.405-406.
[1913] “Sur quelques nouvelles machines algébriques”, *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians,* **II,** p.572-573, Cambridge 1913 .
[1914] “Arithmétique supérieure, machines à calculs entiers, applications inédites”, AFAS, *Congrès* 1914, **43**, (2), p.26-28.
[1916] “Solutions de questions proposées” (n°2121), *Nouvelles Annales de Mathématiques*, (4), **16**, p.361-7, Gauthiers-Villars 1916 .
[1932] “Factorisations quadratiques et primalité”, *Sphinx-Oedipe*, Nancy, août 1932 , p.3-95.

GHDSO
[1997] “Une entreprise de diffusion des sciences sous la IIIème république: l’Association française pour l’avancement des sciences (AFAS) (1872-1914)”, in Actes du Colloque CIEEIST, *Nécessité et pièges de la vulgarisation,* Orsay, Paris Onze-Edition 1997.
[1998] *L'Association française pour l'avancement des sciences (AFAS). Diffuser et promouvoir les savoirs (1872-1914), Rapport d'étape*, GHDSO, Orsay, Paris Onze-Edition 1998.

GILLE B. [1978] *Histoire des techniques*, Paris, Gallimard "La Pléiade", 1978.

GISPERT H.
[1983] "Sur les fondements de l'analyse en France (à partir de lettres inédites de Gaston Darboux et de l'étude du Cours d'analyse de Camille Jordan)", *Archive for History of Exact Sciences*, **28**, 1983, p. 37-106.
[1984] "Image des mathématiques italiennes en 1870 dans le *Bulletin des sciences mathématiques"*, *Rivista di storia delle scienze*, **1**(2), 1984, p. 257-278.
[1985] "Sur la production mathématique en France en 1870 dans le *Bulletin des sciences mathématiques"*, *Archives internationales d'Histoire des Sciences*, 1985, p. 380-399.
[1987] "La correspondance de G. Darboux avec J. Houël. Chronique d'un rédacteur (décembre 1869-novembre 1871)", *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques*, **8**, 1987, p. 67-202.
[1991] La France Mathématique, La Société Mathématique de France (1872-1914), *Cahiers d’Histoire et de Philosophie des Sciences* 1991, **34**, Société française d’Histoire des sciences et des techniques, Société mathématique de France .

[1994] De Bertrand à Hadamard, quel enseignement d'analyse pour les polytechniciens ?, dans B. Belhoste, A. Dahan-Dalmedico et A. Picon (éd), *La Formation polytechnicienne, 1794-1994*, Paris, Dunod, 1994, p.181-196.
[1998] L'AFAS et la Société mathématique de France, deux réseaux mathématiques dans les débuts de la Troisième République, in [GHDSO 1998], p. 79-99.

GOHIERRE de LONGCHAMPS G. [1877] "Sur la décomposition en facteurs premiers des nombres $2^n \pm 1$", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1877, **85**, p. 950-952.

GOLDSTEIN C.
[1991] Le métier des nombres, in [Serres M. (dir.) 1991], p. 275-295.
[1994] "La théorie des nombres dans les *Notes aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (1870-1914)* : un premier examen", *Rivista di Storia della Scienza* 1994, (S.II), **2** (2), p.137-160.

GOLDSTEIN C., GRAY J., RITTER J. (dir.) [1992] *L'Europe mathématique*, Paris, colloque-satellite du Congrès européen de mathématiques tenu à Paris en avril 1992, Editions de la Maison des sciences de l'Homme, 1996.

GRAY J. [1992] Cauchy, elliptic and abelian integrals, *Rev. hist. sci.*, **45**, 1992, p. 69-81.

GRUEY L.-J.
[1868] *Sur le calcul numérique des perturbations des petites planètes au moyen des quadratures*, Thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris, Paris, Gauthier-Villars, 1868.
[1885] *Leçons d'astronomie* , Paris, Hermann, 1885.
HADAMARD J.
[1896] "Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ et ses conséquences arithmétiques", *Bulletin de la Société mathématique de France*, 1896, p.199-220.
[1907] Réponse 2855 "Erreurs des mathématiciens", *L'Intermédiaire des mathématiciens*, **14**, 1907, p. 31 ; [1908] *L'Intermédiaire des mathématiciens*, **15** , 1908, p. 222.
[1909a] La géométrie de situation et son rôle en mathématiques, *Revue du mois*, **8**, 1909; *Oeuvres de Jacques Hadamard*, t. **2**, Editions du CNRS, 1968, p. 805-829.
[1909b] Notions élémentaires sur la géométrie de situation, *Nouvelles annales mathématiques*, (4) **9**, 1909, p. 193-235 ;*Oeuvres de Jacques Hadamard*, t. **2**, Editions du CNRS, 1968, p. 829-871.

HARDY G.H., WRIGHT E.M. [1938] *An introduction to the theory of numbers* , Oxford, 1938.

HARKIN D. [1957] "On the mathematical work of François-Edouard-Anatole Lucas", *L'Enseignement Mathématique*, 1957, 2ème série, tome **3**, p.276-288, Edit. Institut de Maths. Univ. Genève.

HAUDRICOURT A. G. [1988] *La technologie science humaine, recherche d'histoire et d'etnologie des techniques* , Paris, Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, 1988.

HEAWOOD P.J. [1890] Map-colour theorem, *Quaterly Journal of pure and applied Mathematics*, **24**, 1890, p. 332-338.

HENRY Ch.
[1879] "Recherches sur les manuscrits de Pierre de Fermat", *Bulletino di bibliografica e di storia delle Scienze mathematiche e fisiche*, tome **XII**, 1879, p. 477-568 et 619-740.
[1880a] "Supplément au travail intitulé "Recherches...", *Bulletino* , tome **XIII**, 1880, p. 437-470.
[1880b] "Sur divers points de la théorie des nombres. Remarques historiques", *Congrès AFAS*, 1880, p. 201-207.

HERMITE C.
[1876] Extrait d'une lettre de M. Hermite à M. Borchardt, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **81**, 1876, p. 93-95.
[1890] Discours prononcé à l'inauguration de la nouvelle Sorbonne le 5 août 1890, *Bulletin des sciences mathématiques*, (II) **14** , 1890, p. 6-36 ; *Oeuvres de Charles Hermite*, t. **4**, p. 283-313.
[1897] Notice sur Monsieur Weierstrass, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **124**, 1897, p. 430-433 ; *Oeuvres de Charles Hermite*, t. **4**, p. 463-466.
[1905-1917] *Oeuvres de Charles Hermite* , publiées par Emile Picard, 4 vol., Paris, Gauthier-Villars, 1905-1917.
[1905a] Lettres de M.Hermite à M.Jacobi sur différents objets de la Théorie des nombres, *Oeuvres de Charles Hermite*, t. **1**, Paris, Gauthier-Villars, 1905, p. 100-163.
[1905b] *Correspondance d'Hermite et de Stieltjes*, Baillaud B. et Bourget H. (éd.), 2 vol., Paris, Gauthier-Villars, 1905.
[1984] Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1874-1883), Dugac P. (éd.),*Cahiers du Séminaire d'Histoire des mathématiques*, vol. **5**, 1984, p. 49-285.
[1985] Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1884-1891), Dugac P. (éd.), *Cahiers du Séminaire d'Histoire des mathématiques*, vol. **6**, 1985, p. 79-217.
[1988] Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1892-1900), Dugac P. (éd.), *Cahiers du Séminaire d'Histoire des mathématiques* , vol. **10**, 1988,p. 1-82.
HOUZEL C. [1978] *Fonctions elliptiques et intégrales abéliennes*, dans *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700-1900* (J. Dieudonné dir.), Paris, Hermann, 1978, t. **2**, p. 1-113.

HULIN N.
[1986] "La rivalité Ecole Normale - Ecole Polytechnique. Un antécédent : l'action de Pasteur sous le Second Empire", *Histoire de l'Education*, **36**, 1986, p. 71-81.
[1989] *L'organisation de l'enseignement des sciences : la voie ouverte par le Second Empire*, Paris, CTHS, 1989.
[1994] "Un pôle scientifique, la section des sciences de l'ENS : quelques jalons de son histoire", *Ecole Normale Supérieure, le livre du Bicentenaire,* Jean-François Sirinelli (dir.), PUF, Paris, 1994, p. 321-349.

L' Intermédiaire des mathématiciens
[1894], Question 51 de Mansion (le problème des quatre couleurs), **1**, 1894, p.20 ; réponse de Delannoy, **1**, 1894, p. 192.
[1895], Réponses de Goursat et Brocard, **2**, 1895, p. 232-235.

[1896], Réponse de la Vallée Poussin, **3**, 1896, p. 179-180 ; réponse de Delannoy, **3**, 1896, p. 225.

ITARD J.
[1967] *Arithmétique et Théorie des nombres* , Presse Universitaires de France, Que-sais-je ?, 1967.
[1969] *Les nombres premiers* , Presse Universitaires de France, Que-sais-je ?, 1969.

JACOB L. [1911] *Le calcul mécanique. Appareils arithmétiques et algébriques. Intégrateurs* , Octave Douin Paris 1911.

JACOMY B. [1990] *Une histoire des techniques*, Paris, Seuil, 1990.

JONGMANS F. [1996] *Eugène Catalan, Géomètre sans patrie, Républicain sans république*, Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française, Mons (Belgique), 1996.

JORDAN C.
[1860] *Sur le nombre des valeurs des fonctions*, thèse soutenue le 14 janvier 1861 à la Faculté des sciences de Paris, Paris, Gauthier-Villars, 1860.
[1866a] Recherches sur les polyèdres, *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences, **62**, 1866, p. 1339-1341.
[1866b] Recherches sur les polyèdres, *Journal für die reine und angewandte Mathematic*, Band **66**, 1866, p. 22-85.
[1866c] Résumé de recherches sur la symétrie des polyèdres non eulériens, *ibid.* Band **66**, 1866, p. 86-91.
[1866d] Sur la déformation des surfaces, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 2e s., t. **11**, 1866, p. 105-109.
[1866e] Des contours tracés sur les surfaces, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 2e s., t. **11**, 1866, p. 110-130.
[1868] Recherches sur les polyèdres (second mémoire), *Journal für die reine und angewandte Mathematic*, Band **68**, 1868, p. 297-349.
[1869] Sur les assemblages de lignes, *ibid.* Band **70**, 1869, p. 185-190.

KEMPE A.B. [1879] On the geographical problem of the four colours, *American Journal of Mathematics*, **2**, 1879, p. 193-200.

KOBLITZ Neal [1987] *A Course in Number Theory and Cryptography*, New York, Berlin, Paris, Springer, 1987.

LACROIX S. F. [1800] *Traité des différences et des séries* , Paris, Duprat, 1800.

LAGRANGE J.L.
[*Œuvres*] *Œuvres de Lagrange*, J.-A. Serret et G. Darboux éd., 14 vol., Paris, Gauthier-Villars, 1867-1892.
[1766-1769] Solution d'un problème d'arithmétique, *Miscellanea Taurinensia*, t. **IV**, 1766-1769 ; *Oeuvres* , vol. **I**, p. 671-731.

[1771] Démonstration d'un théorème nouveau concernant les nombres premiers, *Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Berlin*, **2**, 1771, p. 125-137 ;*Oeuvres* , vol.**III**, p. 425-438.
[1775] Recherches d'arithmétique. Seconde partie, *Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Berlin*, 1775 ;*Oeuvres*, vol.**III**, p. 695-795.

LAISANT C.A.
[1878] Note sur la géométrie des quinconces, *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. **6**, 1878, p. 156-158.
[1879] Discours d'ouverture- Notice historique sur les travaux des première et deuxième sections jusqu'en 1878 inclusivement , AFAS, *Congrès* 1879, **8**, p.61-116.
[1881] *Introduction à la méthode des quaternions*, Paris, Gauthier-Villars, 1881.
[1887a] Notice historique sur les travaux des première et deuxième sections de 1879 à 1886 inclusivement, AFAS, *Congrès* 1887, **16**, (1), p.163 et (2) p. 3- 83.
[1887b] Quelques applications arithmétiques de la géométrie des quinconces, AFAS, *Congrès* 1887, **16**, (2), p.218-235.
[1887c] *Traité et application des équipollences*, Paris, Gauthier-Villars, 1887.
[1891] Note Bibliographique relative à l'ouvrage *Théorie des Nombres* d'Edouard Lucas, *Journal de Mathématiques Spéciales*, 1891, 3ème série, tome **5**, p. 278-280.
[1904] Le rôle social de la science, AFAS, *Congrès* 1904, **33**, (1), p.160-179.

LAMBERT J.H. [1769] "Adnotata quaedam de numeris eorumque anatomia", *Nova acta eruditorum,* 1769, p.107-128 ; réédité in *Opera Mathematica* , vol.**II**, *Commentationes arithmeticae, algebricae et analyticae pars altera*, Speiser-Füssli Verlag Zürich 1948, p. 198-213.

LAME G. [1844] "Note sur la limite du nombre des divisions dans la recherche du plus grand commun diviseur entre deux nombres entiers", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1844, **19**, p. 867-870.

LAQUIERE E.
[1879] "Note sur la géométrie des quinconces", *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. **7**, 1879, p. 85-92.
[1880] Solutions régulières du problème d'Euler sur la marche du cavalier, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **8**, 1880, p. 82-102 et p. 132-158.
[1881] Note sur le nombre de marches rentrantes que l'on peut obtenir en remplissant successivement deux demi-échiquiers rectangulaires ayant pour frontière commune l'une des médianes de l'échiquier total, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **9**, 1881, p. 11-17.

LE BESGUE V.A. [1864] Note sur les nombres de Bernoulli, *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences, **58**, 1864, p. 853-856 ; Addition à la note sur les nombres de Bernoulli, ibid., p. 937-938.

LEBESGUE H.
[1909] Démonstration complète du théorème de Cauchy sur l'égalité des polyèdres convexes, *L'Intermédiaires des mathématiciens*, **16**, 1909, p. 113-120 ; *Oeuvres Scientifiques*, vol.**V**, p. 13-20.

[1924] Remarques sur les deux premières démonstrations du théorème d'Euler relatif aux polyèdres, *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. **52**, 1924, p. 315-336 ; *Oeuvres Scientifiques*, vol.**IV**, p. 211-232.
[1958] *Notices d'histoire des mathématiques*, Monographie de l'Enseignement Mathématique N°4, Genève, 1958.
[1972-1973] *Oeuvres Scientifiques*, l'Enseignement Mathématique, Genève, 1972-1973.
[1991] Lettres d'Henri Lebesgue à Emile Borel, *Cahier du séminaire d'Histoire des Mathématiques*, vol. **12**, 1991.

LEGENDRE A.M.
[1785] “Recherches d’analyse indéterminée”, *Mémoire de l’Académie Royale des Sciences* , 1785, p. 465-559, Paris.
[1798] *Théorie des nombres* , (1° édition sous le titre : *Essai sur la théorie des nombres*, Paris an VI ; 2° éd.1808 ; 3° éd.1830, en deux tomes), Paris Firmin Didot ; rééditions Blanchard 1955 et Gabay (à paraître).

LEHMER D. H.
[1927], “Test for primality by the converse of Fermat’s theoreme”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1927, **33**, p.327-340.
[1930], “An extended theory of Lucas’s functions”, *Annals of Mathematics,* 1930, **31**, p. 419-448.
[1935], “On Lucas’s test for the primality of Mersenne’s numbers”, *Journal of London Mathematical Society*, 1935, **10**, p. 162-5.
[1981], *Selected papers of D.H.Lehmer*, 3 volumes, Ch. Babbage Research Center, Winnipeg, Canada 1981.

LEJEUNE-DIRICHLET P.G.
[1837], “Jede arithmetische Progression...”, *Bericht über die zur Bekanntmachung geeigneten Verhandlungen der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin,* 27 Juli 1837, p.108-111.
[1863] *Vorlesungen über Zahlentheorie* , publié par R. Dedekind, Braunschweig, Viweg und Sohn, 1863 ; rééd. 1881.

LEMOINE E. [1881] Quelques questions de géométrie de position sur les figures qui peuvent se tracer d'un seul trait, *Congrès AFAS*, **10**, 1881, p. 175-180.

LE PAIGE C. [1875] Note sur les nombres de Bernoulli, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **81**, 1875, p. 966-967.

LIPSCHITZ R.
[1884] Beiträge zu der Kenntniss der Bernoullischen Zahlen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **96**, 1884, p. 1-16.
[1886] Sur la représentation asymptotique de la valeur numérique ou de la partie entière des nombres de Bernoulli, *Bulletin des sciences mathématiques*, (2) **10**, 1886, p. 135-144.

LISTING J. B.
[1847] Vorstudien zur Topologie, *Göttinger Studien*, **1**, 1847, p. 811- 875.

[1861] Der Census räumlicher Complexe oder Verallgemeinerung des Euler'schen Satzes von den Polyëdern, *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen,* Math. Kl. **10**, 1861, p. 97-182.

LUCAS F.
[1864] *Etudes analytiques sur la théorie générale des courbes planes* , Paris, Mallet-Bachelier, 1864.
[1874] Propriétés géométriques des fractions rationnelles, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1874, **78**, p. 140-144, 180-183, 271- 274.
[1879] Sur une application de la mécanique rationnelle à la théorie des équations, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1879, **89**, p. 224-226.

LÜTZEN J. [1990] *Joseph Liouville, 1809-1882 : master of pure and applied mathematics*, New-York, Springer, 1990.
MAÏSTROV L. E.
[1961] Le premier arithmomètre de Tchebychev, *Istorico-mathematitcheskije issledovania*, **14**, 1961, p. 349-354.
[1973] Sur l'appréciation de l'arithmomètre de Tchebychev, *Istorico-mathematitcheskije issledovania*, **18**, 1973, p. 295-300.
[1975] Sur les mécanismes de Tchebychev qui ont été conservés, *Istorico-mathematitcheskije issledovania*, **20**, 1975, p. 309-318.

MANDELBAUM J. [1980] *La Société philomathique de Paris de 1788 à 1835. Essai d'histoire institutionnelle et de biographie collective d'une société scientifique parisienne*, thèse, Paris, EHESS, 1980.

MANSION P. et JORDAN C. [1901] Charles Hermite (1822-1901), *Revue des questions scientifiques*, (II) **19**, 1901, p. 353-396.

MAXWELL J.C.
[1873] *A treatise on electricity and magnetism* , 2 vol., Oxford, Clarendon Press, 1873 (1e édit), 1891 (3e édit.) ; réédition Dover , New York, 1954.
[1885] *Traité d'électricité et de magnétisme,* t. **1**, Gauthier-Villars, Paris, 1885.
[1889] *Traité d'électricité et de magnétisme,* t. **2**, ibid., 1889.

MAYEUR J.-M.
[1973] *Les débuts de la Troisième République 1871-1898*, Paris, Seuil, 1973.
[1984] *La vie politique sous la Troisième République 1870-1940* , Paris, Seuil, 1984.

MENABREA L.F.
[1842] "Notions sur la machine analytique de M. Charles Babbage", *Bibliothèque Universelle de Genève*, t. **41**, sept.1842, p. 352-376.
[1884] "Sur la machine analytique de Charles Babbage", *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences* , 1884, **99**, p.179-182.

MESLIN G. [1900] "Sur une machine à résoudre les équations", *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences* , 1900, **130**, p.888-890.

METIVIER, COSTABEL, DUGAC (rédacteurs), [1981] , *Siméon-Denis Poisson et la science de son temps*, publication de l'Ecole Polytechnique, 1981.

MÖBIUS A.F.
[1865] Über die Bestimmung des Inhaltes eines Polyëders, *Berichte über die Verhandlungen der König. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, maths-phys. Kl.* **17**, 1865, p. 31-68 ; in *GesammelteWerke*, vol. **2**, p. 473-512.
[1886a] Zur Theorie der Polyëder und der Elementarverwandschaft, *Gesammelte Werke*, vol. **2**, p. 515-559.
[1886b] *August Ferdinand Möbius Gesammelte Werke*, vol. **2**, Hirzel, Leipzig, 1886.

NICOLAS J.L. [1984] "Tests de primalité", *Expositiones Mathematicae* 1984, **2**, (3), p.223-234.

NIELSEN N.
[1906] *Handbuch der Theorie der Gammafunction*, B.G. Teubner, Leipzig, 1906.
[1923] *Traité élémentaire des nombres de Bernoulli*, Gauthier-Villars, Paris, 1923.

NOETHER M. [1902] Charles Hermite, *Mathematische Annalen*, **55**, 1902, p. 337-385.

NOGUES R. [1932] *Théorème de Fermat, son histoire*, Paris Vuibert 1932, rééd. Blanchard 1966.

d'OCAGNE M.
[1893] Le calcul simplifié par les procédés mécaniques et graphiques, *Annales du Conservatoire National des Arts et métiers*, **5** (2), 1893, p. 231-281.
[1905] *Le calcul simplifié par les procédés mécaniques et graphiques,* Paris, Gauthier-Villars, 2e édit., 1905.
[1922] *Vue d'ensemble sur les machines à calculer*, Paris, Gauthier-Villars, 1922.

PARSHALL K.
[1994] The emergence of the american mathematical research community (1876-1900) : J.J. Sylvester, Felix Klein, and E.H. Moore, *History of Mathematics*, **8**, American mathematical Society, Providence ; London Mathematical Society, London, 1994.
[1997] Building an international reputation : the case of J.J. Sylvester (1814-1897), *Amer. Math. Monthly*, **104**, 1997 (n°3), p. 210-222.
[1998] *James Joseph Sylvester. Life and Work in letters*, The Clarendon Press, Oxford Univ. Press, New-York, 1998.

PASTEUR L.
[1860] Nouvelles expériences relatives aux générations dites spontanées, *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences* , **51**, 1860, p. 348-352 ; *Oeuvres de Pasteur*, t. **2**, 1922, p. 197-201.
[1871] Pourquoi la France n'a pas trouvé d'hommes supérieurs au moment du péril, *Le Salut Public*, Lyon, mars 1871 ; *Revue scientifique*, 22 juillet 1871, p. 73-76 ; *Oeuvres de Pasteur*, t. **7**, 1939, p. 211-221.
[1922] *Oeuvres de Pasteur*, réunies par Pasteur Vallery-Radot (7 vol.), t. **2**, Paris, Masson, 1922.
[1939] *Oeuvres de Pasteur*, réunies par Pasteur Vallery-Radot (7 vol.), t. **7**, Paris, Masson, 1939.
[1940] *Correspondance*, réunie et annotée par Pasteur Vallery-Radot, vol **1**, Paris, Flammarion, 1940.

[1951a] *Correspondance*, vol **2**, Paris, Flammarion, 1951.
[1951b] *Correspondance*, vol **3**, Paris, Flammarion, 1951.

PAUL H.W.
[1972] *The Sorcerer's Apprentice, The French Scientist's Image of German Science, 1840-1919*, Univ. of Florida Press, Social Sciences Monograph n°44, Gainesville, 1972.
[1985] *From knowledge to power* , Cambridge University Press, 1985.

PEIFFER J.
[1978] *Les premiers exposés globaux de la théorie des fonctions de Cauchy, 1840-1860*, Thèse de doctorat, Paris, EHESS, 1978.
[1983] Joseph Liouville (1809-1882) : ses contributions à la théorie des fonctions d'une variable complexe, *Rev. hist. sci.*, **36**, 1983, p. 209-248.

PELLET A.
[1883] Sur une généralisation du théorème de Fermat, *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences* , 1883, **96**, p.1031-1032.
[1916] Réponse à une question de C.A.Laisant (n°4452), *L'intermédiaire des mathématiciens*, 1916, **23**, p. 64-67.

PEPIN TH.
[1874] Théorèmes d'analyse indéterminée, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1874, **78**, p.144-148.
[1877] Sur la formule $2^{2^n}+1$, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1877, **85**, p.329-331.
[1878] Sur la formule $2^n - 1$, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1878, **86**, p.307-310.

PICARD E. [1901] L'oeuvre scientifique de Charles Hermite, *Annales scientifiques de l'Ecole normale supérieure*, (III) **18**, 1901, p. 9-34 ; *Acta mathematica*, **25**, 1901, p. 87-111 ; préface des *Oeuvres de Charles Hermite* , t. **1**, 1905, p. VII-XL.

PIERCE T.A. [1916-7], "The Numerical Factors of the arithmetic forms $\prod_{i=1}^{m}(1\pm\alpha_i^m)$ *Annals of Mathematics,* 1916-7, (2), **18**, p.53-64.

PINCHERLE S. [1912] Equations et opérations fonctionelles, *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées* , tome **II** (5e volume), *Développements en séries*, Paris Gauthier-Villars, 1912, p. 1-81.

PLESSIS A. [1979] *De la fête impériale au mur des fédérés (1852-1871)*, tome **9** de la *Nouvelle histoire de la France contemporaine*, Paris, Seuil, 1979.

POINCARE H.
[1892] Sur l'Analysis situs, *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences, **115**, 1892, p. 633-636.

[1895] Analysis situs, *Journal de l'Ecole Polytechnique* , **1**, 1895, p. 1-121.
[1899] Complément à l'Analysis situs, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **13**, 1899, p. 285-343.
[1900] Second complément à l'Analysis situs, *Proceedings of the London mathematical Society*, **32**, 1900, p. 277-308.
[1913] *La valeur de la Science*, Paris, Flammarion, 1913 ; rééd.1948.
POINSOT L. [1810] Mémoire sur les polygones et les polyèdres, *Journal de l'Ecole Impériale Polytechnique*, **4**, Paris, 1810, p. 16-48.

de POLIGNAC C.
[1878] "Représentation graphique de la résolution en nombres entiers de l'équation indéterminée ax+by = c", *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. **6**, 1878, p. 158-163.
[1880-1881] "Formules et considérations diverses se rapportant à la théorie des ramifications", *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **8**, 1880, p. 120-124; **9**, 1881, p. 30-42.
[1881] "Note sur la marche du cavalier dans un échiquier", *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **9**, 1881, p. 17-24.
[1899] Sur le théorème de Tait, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **27**, 1899, p. 142-145.

POMEY L. [1920] “Sur les nombres de Fermat”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1920, **170**, p.100-101.

PONT J.-Cl. [1974] *La topologie algébrique, des origines à Poincaré*, Paris, PUF 1974.

PRUDNIKOV V. E. [1976] *Pafnutiy Lvovich Tchebychev (1821-1894)*, Naoukaa, Léningrad, 1976.

RADICKE A.
[1880a] Zur Theorie der Eulerschen Zahlen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **89**, 1880, p. 257-261.
[1880b] Démonstration du théorème de Staudt et de Clausen, *Nouvelle Correspondance Mathématique*, tome **6**, 1880, p. 503-507.

RIEMANN B. [1857] Theorie der Abel'schen Functionen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* , t. **54**, 1857, p. 101-155.

SAINTE LAGUË A.
[1924] *Les réseaux* (thèse), Privat, Toulouse ; Hermann, Paris, 1924.
[1926] *Les réseaux ou graphes*, fascicule XVIII du *Mémorial des sciences mathématiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1926.
[1929] *Géométrie de situation et jeux* , fascicule XLI du *Mémorial des sciences mathématiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1929.
[1937] *Avec des nombres et des lignes (Récréations mathématiques)* , Paris, Vuibert, 1937.

SAKAROVITCH J. [1998] *Epures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive , XVIe-XIXe siècles*, Basel-Boston-Berlin, Birkhaüser Verlag, 1998.

SAMUEL P. [1967] *Théorie algébrique des nombres*, Hermann, Paris, 1967.

SCHARLAU W. (ed.) [1990] *Mathematische Institute in Deutschland 1800-1945*, Braunschweig, Vieweg, 1990.

SCHLÖMILCH O. [1863] Extrait d'une lettre adressée à M. Liouville par M. Schlömilch, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. **8**, 1863, p. 99-101.

SEBERT Colonel [1879], “Rapport sur l’Arithmomètre inventé par Thomas (de Colmar) et perfectionné par Thomas (de Bojano)”, *Bulletin de la Société d’Encouragement pour l’Industrie Nationale*, **VI**, août 1879, p. 393-411.

SELIVANOV D., BAUSCHINGER J., ANDOYER H. [1906] Calcul des différences et interpolation, *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées* , tome **I** (4e volume), *Calcul des probabilités, théorie des erreurs et applications diverses*, Paris Gauthier-Villars, 1906, p. 47-160.

SERRES M. (dir.) [1991] *Eléments d'histoire des sciences*, Paris, Bordas, 1991.

SERRE J.-P. [1970] *Cours d'arithmétique*, Presses Universitaires de France, Paris, 1970.

SERRET J. A. [1866] *Cours d'algèbre supérieure*, 2 volumes, Paris, Gauthier-Villars, 1866.

SHINN T. [1979] "The french science faculty system, 1808-1914 : institutional change and research potential in mathematics and the physical sciences", *Historical Studies in the physical sciences*, **10**, 1979, p. 271-332.

von STAUDT K. [1840] Beweis eines Lehrsatzes, die Bernoullischen Zahlen betreffend, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **21**, 1840, p. 372-374.

STEPHENS E. [1925] Symbolic Calculus. Bibliography on general (or fractional) differentiation, *Washington University Studies*, vol. **XII**, Scientific Series, No. 2, p. 137-152.

STERN A.
[1876] Über eine Eigenschaft der Bernoullischen Zahlen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **81**, 1876, p. 290-294.
[1878a] Verallgemeinerung einer Jacobischen Formel, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **84**, 1878, p. 216-218.
[1878b] Zur Theorie der Bernoullischen Zahlen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **84**, 1878, p. 267-269.
[1882] Zur Theorie der Bernoullischen Zahlen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. **92**, 1882, p. 349-350.

SYLVESTER J.-J.
[1861a] Note on the numbers of Bernoulli and Euler, and a new theorem concerning prime numbers, *Philosophical Magazine*, **21**, 1861, p. 127-136 ; *The collected mathematicals papers*, vol. **2**, 1908, p. 254-263.
[1861b] Sur une propriété des nombres premiers qui se rattache au théorème de Fermat, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **52**, 1861, p. 161-163.
[1861c] Addition à la note insérée dans le précédent compte rendu, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **52**, 1861, p. 212-214.
[1861d] Extrait d'une lettre adressée à M. Serret par M. Sylvester, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **52**, 1861, p. 307-308.
[1880a] "Sur les diviseurs des fonctions cyclotomiques", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1880, **90**, p. 287-289 et p.345-347.
[1880b] "Sur la loi de réciprocité dans la théorie des nombres", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1880, **90**, p. 1053-1057 et p. 1104-1106.
[1904-1912] *The collected mathematicals papers*, Cambridge, Cambridge University Press,1904 (vol. 1), 1908 (vol. 2), 1909 (vol. 3), 1912 (vol. 4).

TAIT P. G.
[1876-77] On knots , *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1876-77, in *Scientific Papers* , vol. **I**, p. 273-317.
[1877] Some elementary properties of closed plane curves, *Messenger of Mathematics*, **69**, 1877 ; *Collected Scientific Papers* , vol. **I**, p. 270-272.
[1878-79] Remarks on the colouring of maps, *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, **10**, 1878-79, p. 501-503 et 729.
[1880] Note on a theorem in geometry of position, *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, **29**, 1880, in *Collected Scientific Papers* , vol. **I**, p. 408-411.
[1883] Listing's topologie, Introductory address to the Edinburgh Mathematical Society, 1883, in *Collected Scientific Papers* , vol. **II**, p. 85-98.
[1884] On knots , *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1884, in *Scientific Papers* , vol. **I**, p. 318-334.
[1885] On knots , *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1885, in *Scientific Papers* , vol. **I**, p. 335-347.
[1898/1900] *Collected Scientific Papers*, 2 vol., Cambridge University Press, Cambridge, **I**, 1898, et **II**, 1900.

TANNERY J. [1895] *Introduction à l'étude de la théorie des nombres et de l'algèbre supérieure*, (notes rédigées par Emile Borel et Jules Drach), Nony, Paris 1895.

TANNERY P. [1934] *Mémoires scientifiques, Correspondance*, tome **XIII**, 1934, Gauthier-Villars, Paris. [1937] tome **XIV** ; [1939] tome **XV** ; [1943] tome **XVI**.

TARRY G.
[1886] Géométrie de situation : nombre de manières distinctes de parcourir en une seule course toutes les allées d'un labyrinthe rentrant, en ne passant qu'une seule fois par chacune des allées, *AFAS*, **15** , 1886, p. 49-53.
[1895] Le problème des labyrinthes, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, **14**, 1895, p. 187-190.
[1900] Le problème des 36 officiers, *AFAS*, **19** (t.2), 1900, p. 170-203.
TCHEBYCHEV P.L.

[1848a] "Sur la totalité des nombres premiers inférieurs à une limite donnée", (lu à l'Académie impériale de Saint-Pétersbourg en 1848) ; *Journal de mathématiques pures et appliquées,* Tome **XVII**, Paris 1852, p. 341-365.
[1848b] "Mémoire sur les nombres premiers" (lu à l'Académie impériale de Saint-Pétersbourg en 1848) ; *Journal de mathématiques pures et appliquées,* Tome **XVII**, Paris 1852, p. 366-390.
[1849] *Théorie des congruences*, publié en russe, Saint-Pétersbourg, 1849 (rééd. 1879 et 1901) ; traduit en allemand *"Theorie der Congruenzen"*, mit Autorisation des Verfassers herausgegeben von H. Schapira, Berlin, 1888 ; traduit en italien *"Teoria delle congruenze"* , traduzione con aggiunte e note di I. Massarini, Roma, 1895.
[1878] "Sur la coupe des vêtements" , *Congrès AFAS* , 1878, p. 154.
[1907] *Oeuvres de P. L. Tchebychef* , 2 vol., publiées par M. Markoff et Sonin, Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences, Saint-Pétersbourg, 1907.
[1951] *Oeuvres complètes* (en russe), Izdatel'stvo Akad. Nauk SSR, Moscou-Léningrad, vol. **5**, 1951.

TENENBAUM G., MENDES FRANCE M. [1997] *Les nombres premiers* , Presses Universitaires de France, Que-sais-je ?, 1997.

THIELE T. [1874] "Om Talm⌀nstre" ("on number patterns"), *Compte rendu of the meeting of the Scandinavian natural scientists*, **11**, Copenhagen, J. H. Schultz, 1874, p. 192-195.

THUILLIER G. [1997] Les sources de l'histoire des machines à calculer en France au XIXe siècle, *Bulletin d'Histoire de la Sécurité Sociale*, **36**, juillet 1997, p. 74-90.

TISSERAND F. [1868] *Exposition, d'après les principes de Jacobi, de la méthode suivie par M. Delaunay dans sa théorie du mouvement de la Lune autour de la Terre ; extension de la méthode*, Thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris, Paris, Gauthier-Villars, 1868.

TORRES Y QUEVEDO L.
[1895] "Sur les machines algébriques", *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences* , 1895, **121**, p.245-248 .
[1900] "Sur les machines à calculer", *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences* , 1900, **130**, p.472-474 et p.874-876 .
[1902] "Machines à calculer", *Mémoires de l'Académie des Sciences* , 1902, (2), n°9, p.1-20.

TOURNES D. [1998] "L'origine des méthodes multipas pour l'intégration numérique des équations différentielles ordinaires", *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 1998, p. 5-72.

(de la) VALLEE POUSSIN C. [1896] Le problème des quatre couleurs. Deuxième réponse, *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, **3**, 1896, p. 179-180.

VANDERMONDE A.T. [1771] Remarques sur les problèmes de situation, *Histoire de l'Académie des Sciences de Paris*, 1771, p. 566-574.

VERON Ph. *Dictionnaire biographique des astronomes français (1850-1950)* , en préparation.

VOLPICELLI P. [1850] Solution d'un problème de situation relatif au cavalier des échecs, *Comptes rendus* de l'Académie des Sciences, **31**, 1850, p. 314-318.

WARING E. [1770], *Meditationes Algebricae*, Cantabridgiae (Cambridge), 1770.

WARUSFEL A. [1971] *Structures algébriques finies*, Paris, Hachette, 1971.

WEIL André
[1974] Essais historiques sur la théorie des nombres, *L'Enseignement mathématique*, **XX**, 1974, p. 87-110, 215-222, 247-263 ; Monographie de *L'Enseignement mathématique*, Genève, 1975.
[1983] *Number theory. An approach through history. From Hammamurapi to Legendre*, Boston, Basel, Stuttgart, Birkhäuser, 1983.

WESTERN A.E. [1932] On Lucas's and Pépin's tests for the primeness of Mersenne's numbers, *Journal of the London Mathematical Society*, 1932, **7**, p.130-137.

WILLIAMS H. C. [1998] *Edouard Lucas and primality testing*, Canadian Mathematical Society Series of Monographs and Advanced Texts, Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, New York, 1998.

WORONTZOFF [1876] Sur les nombres de Bernoulli, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, tome **15**, 1876, p. 12-19.

ZWERLING C. [1980] "The emergence of the Ecole Normale Supérieure as a centre of scientific education in the nineteenth century", in Robert Fox and Georges Weisz, *The organisation of science and technology in France 1808-1914*, Cambridge University Press, Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1980, p. 31-60.